La educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana:
hacia su filosofía y praxis

Wladimir Serrano Gómez

GIDEM
Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática

LA EDUCACIÓN CRÍTICA DE LA MATEMÁTICA EN EL CONTEXTO DE LA SOCIEDAD VENEZOLANA

HACIA SU FILOSOFÍA Y PRAXIS

Wladimir Serrano Gómez

GIDEM
Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática

La educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana: hacia su filosofía y praxis

Wladimir Serrano Gómez

Edición, revisión e imágenes: GIDEM
Diagramación, montaje y diseño (texto y tapas): Wladimir Serrano Gómez / Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática

Primera edición: Diciembre de 2015
Depósito Legal: If25220153704037
I.S.B.N.: 978-980-6563-33-9
Impreso en Caracas

Esta publicación se enmarca en un Proyecto de Investigación
apoyado por el **FONACIT** y coordinado por el Profesor Wladimir Serrano Gómez
wserranog@gmail.com / wserrano@cantv.net

República Bolivariana de Venezuela

A María Rosa, Sofía María y María José – mis tres hermosas hijas
a mi esposa Hermelinda y
a mi madre Rosa Margarita y a la memoria de mi padre Vicente
a mis hermanos José y Rovimar

a mis estudiantes de la UEN Liceo Bolivariano Agustín Aveledo
(La Pastora, Caracas)
a mis estudiantes del Instituto Pedagógico de Miranda

a las/los profesoras/es C. David Mora (un tutor inigualable), Carlos Torres, Rosa Becerra, Norberto Reaño, Hernán Paredes, Zuly Millán, Andrés Moya y José M. Cortázar

a la memoria de Inés María Medrano

a todas y todos los que ven en la educación matemática un espacio importante para la concienciación y la transformación

Además, agradezco a la profesora Rovimar Serrano por las discusiones teórico-prácticas que sostuvimos

a las/los profesoras/es Nacarid Rodríguez, Sabrina Garbin y Pedro Alson, con quienes compartí en diversos seminarios

a las/los profesoras/es Nieves Amoretti, Julia Machmud,
Ángel Bongiovanni, Asdrúbal Ortuño, Jorge Pérez, Halina Pérez,
Alfredo Flores, Carmen Pinto, Fátima Martins,
Yolanda Serres y Ángel Míguez,
por los espacios de formación y acción que emprendimos

a las/los profesoras/es José Ortiz, Marina Polo, Ruth Díaz y Fredy González
por sus observaciones al material escrito

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
Doctorado en Educación

LA EDUCACIÓN CRÍTICA DE LA MATEMÁTICA EN EL CONTEXTO DE LA SOCIEDAD VENEZOLANA: HACIA SU FILOSOFÍA Y PRAXIS

Autor: Wladimir Serrano Gómez
Tutor: Dr. C. David Mora

Resumen

Entendiendo a la educación matemática como un hecho político y considerando el potencial rol que puede desempeñar en la sociedad venezolana, en especial para la transformación de ésta y de la mujer y del hombre en sí mismos, así como el enfoque algorítmico y actividad intramatemática que ha caracterizado al aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en nuestro país, orientamos este trabajo al estudio teórico y desde la praxis de la alfabetización matemática en un grupo de estudiantes del primer año de la *UEN Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* (ubicado en La Pastora – Caracas). El estudio comprendió, por una parte, una revisión de los fundamentos de algunas de las corrientes teóricas de la Educación Matemática, la discusión de los principios para una educación crítica de la matemática en nuestro país, así como la naturaleza de una alfabetización matemática que se vincule con estos planteamientos y con el contexto: particularmente sus relaciones con las ideas de crítica y sentido común, con las situaciones críticas o problemas, y con el significado. Definimos a la alfabetización matemática como la conjunción de las potencialidades matemática, metamatemática, social y axiológica. Por otra parte, la praxis, no asumida como una etapa posterior y última al desarrollo teórico, la cual abarcó la ejecución de cinco proyectos, apoyó el estudio de la alfabetización matemática. Empleamos el método de la Investigación-Acción participativa/emancipadora y el Estudio de un Caso. Organizamos la interpretación en dos niveles (uno global y uno focalizado: estudio de la alfabetización matemática en el curso, y de algunos aspectos de ésta en una estudiante, respectivamente). Para el procesamiento e interpretación de los datos seguimos a Strauss y Corbin (2002) y nos apoyamos en el paquete *Atlas Ti*. En suma, es un estudio en el que las ideas teóricas y la praxis se dieron conjunta y complementariamente con el propósito de aportar algunos elementos para una educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana. Entre los hallazgos más importantes se encuentra el hecho de que la alfabetización matemática desarrollada por el curso *1A* y por *Francis* permitió advertir algunos de los problemas o crisis de la comunidad o región vinculados con el crecimiento poblacional, actuar en función de comprender su lado matemático y propender hacia la transformación de estas situaciones.

Descriptores: alfabetización matemática, educación crítica de la matemática.

Índice de Contenido

Presentación, 13
I - SOBRE LA NECESIDAD DE UNA EDUCACIÓN CRÍTICA DE LA MATEMÁTICA EN NUESTRO PAÍS, 17

Introducción, 17
El Conocer, 20
El Saber Sabio, 20
Algunas Funciones del Conocimiento desde la Educación, 29
La Especialización, los Conceptos de Hombre y Mujer y la Realidad, 35
Los Conceptos de Mujer, Hombre y Especialización, 35
Realidad, Semi-realidad y No-realidad, 39
Individualismo y Statu Quo, 42
La Comunicación en la Educación Matemática: ¿Entrega/Recepción de Información?, 45
La Educación Matemática: Hacia la Concienciación y la Transformación, 48
Hacia un Humanismo de la Educación Matemática en la República Bolivariana de Venezuela, 53
A Manera de Conclusión, 55

II - ALGUNAS VÍAS HACIA UNA EDUCACIÓN CRÍTICA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA, 59

Introducción, 59
Descriptores del Aprendizaje/Enseñanza de las Matemáticas en la República Bolivariana de Venezuela en la Actualidad, 60
Principios para una Educación Crítica de la Matemática en nuestro país, 65
Algunas Consideraciones, 67

III - SENTIDO COMÚN, CRÍTICA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 69

Introducción, 69
Sobre la Idea de Crítica, 70

El Sentido Común, los Conflictos y la Crítica, 73
Las Situaciones Críticas y su Valoración desde la Educación Matemática, 77
Educación Crítica, 78
Educación Crítica de la Matemática, 82
A Manera de Conclusión, 85

IV - LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA, 87

Introducción, 87
La Alfabetización: Un Concepto Político, 88
La Alfabetización Matemática, 91
La Alfabetización Matemática: Más allá de los Aspectos Tecnológicos y Laborales, 100
Las Potencialidades Matemática, Metamatemática, Social y Axiológica de la Alfabetización Matemática, 102
La Potencialidad Matemática, 103
Potencialidad Metamatemática, 115
Potencialidad Social, 117
Potencialidad Axiológica, 117
A Manera de Conclusión, 120

V - LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA Y LA CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS, 123

Introducción, 123
¿Qué es el Significado? Algunas Notas Históricas, 124
El Significado en Educación Matemática, 135
El Significado, 143
Mujer – Hombre – Realidad – Comunicación: Algunos Elementos Excluidos de la Noción de Significado en las Concepciones Analíticas, 144
El Significado y la Alfabetización Matemática, 147
Consideraciones, 149

VI - ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN, 151

Introducción, 151
Características Generales del Enfoque Ontológico-Epistemológico, 151
Enfoque Metodológico, 152
Intencionalidad, 154
Sobre los Proyectos y la Investigación-Acción Participativa/ Emancipadora, 155
Papel del Profesor y de las y los Estudiantes, 157
La Observación y Algunos Inconvenientes, 159
Instrumentos (y Fuentes) de Obtención de Datos, 160
1. Entrevistas Semi-estructuradas, 162
2. Registro en Audio y Video de las Sesiones de Trabajo, 164
3. Documentos Preparados por el Profesor del Curso, 165

Niveles y fases de interpretación, 175
Estrategias para el Procesamiento e Interpretación de la Información, 175
Procesamiento Computacional de los Datos, 177

VII - LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA DESDE LA PRAXIS, 179

Introducción, 179
1. Sobre el Marco Institucional, 180
1.1 Diseño Curricular, 180
1.2 Visión Institucional, 186
2. Sobre la Alfabetización Matemática en el Curso 1A, 199
2.1 El Curso 1A, 199
2.2 Una Descripción de las Sesiones de Trabajo, 201
2.3 Sobre la potencialidad Matemática, 214
2.4 Sobre la potencialidad Metamatemática, 243
2.5 Sobre la potencialidad Social, 244
2.6 Sobre la potencialidad Axiológica, 246
3. Una Observación sobre la Alfabetización Matemática en Francis, 248

VIII - CONSIDERACIONES FINALES Y OBSERVACIONES, 255

Consideraciones Finales, 255
Algunas Observaciones, 263

REFERENCIAS, 265
Anexo A: Trascripción de las Entrevistas – Sobre el Marco Institucional, 275
Anexo B: Trascripción de las Entrevistas – Concepciones de las/os Profesoras/es, 285

Presentación

Antes que nada quisiera manifestar que me siento muy complacido y honrado de poder escribir una breve presentación sobre un libro relacionado con la educación crítica de la matemática, muy esperado por muchas y muchos educadores de nuestro tiempo, necesario e indispensable para comprender los grandes procesos de transformación de la enseñanza/aprendizaje de la matemática que se están llevando a cabo en nuestro país y en el contexto Latinoamericano y Caribeño. Más emocionado me encuentro por saber que se trata de una obra de un educador venezolano, quien no sólo ha abrazado los pensamientos de la teoría educativa crítica transformadora, sino que se ha mantenido leal a los principios de la necesaria transformación política, social, económica y cultural que se desarrolla en la República Bolivariana de Venezuela. Estos hechos dejan su sello en este libro y nos invitan a contribuir e impulsar desde todos los ámbitos y espacios una educación matemática que no caiga en la trampa de la supuesta neutralidad política de la educación o en las tensiones y estructuras neocoloniales e imperiales. La educación en general y la educación matemática, en particular, no pueden estar nunca separadas de los pueblos, de los que no tienen pan y de quienes han estado marginados por muchos siglos de las riquezas que suministran nuestros suelos, mares, ríos, llanos, lagunas, montañas y valles.

La educación crítica de la matemática que describe Wladimir Serrano en este libro se constituye hoy en la posibilidad de concretar las bases para una educación liberadora, emancipadora y revolucionaria, cuya esencia fundamental consiste precisamente en alcanzar la máxima felicidad de las niñas, niños, jóvenes y adultos de nuestra patria, pero con el pensamiento y horizonte centrado en el vivir bien de toda la humanidad.

El trabajo parte de considerar algunas de las problemáticas que han sido características a parte de la enseñanza/aprendizaje de la Matemática en nuestro país, tanto en la Escuela Primaria, como en la Educación Media General, e incluso, en el ámbito Universitario, tal es el caso del enfoque algorítmico, del "paradigma del ejercicio", de la actividad esencialmente "intramatemática", de asumir al saber o al conocimiento matemático como algo exclusivo de los matemáticos y matemáticas de profesión, de la enorme influencia del Movimiento de la Matemática Moderna en el currículo normado así como en el que se concreta en la práctica, en hechos como la parcelación del currículo, y en la desvinculación de la matemática escolar con la realidad y el entorno. En este sentido, su autor, se propuso estudiar algunos de los planteamientos que al respecto tienen las corrientes teóricas en Educación Matemática, en especial las ideas que éstas sostienen en torno al saber o conocimiento matemático, al hombre y a la mujer en sí mismos, a sus vínculos con el fortalecimiento del individualismo y del statu quo, así como al papel de la realidad, la naturaleza de la comunicación en el contexto del aula, y el papel que adquiere la concienciación y la transformación en el campo de la educación matemática como hecho práctico.

Tal aproximación a una descripción ontológica sirvió como una de las bases para plantear la necesidad de una educación crítica de la matemática en la República Bolivariana de Venezuela, y al mismo tiempo, como una contribución al desarrollo de una concepción de la educación matemática para nuestros países Latinoamericanos y Caribeños cónsona con los grandes ideales de la independencia. Las otras bases se encuentran en los profundos cambios y transformaciones educativas que se iniciaron con la gestión del Presidente Hugo Chávez, en particular la tesis de la Educación Bolivariana como motor para la concreción de la liberación y autodeterminación de nuestros pueblos, y en el impulso de una investigación en y desde nuestras tierras que atendiera a estos grandes objetivos, en especial al que llevó a cabo el Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática (GIDEM) junto al que habían adelantado ya otras y otros profesores e investigadores en varios puntos de nuestra geografía.

En ese sentido, siempre siguiendo la idea de la naturaleza política de la educación y de la educación matemática en particular, así como del potencial papel que tiene la educación matemática para la formación de la ciudadanía democrática dibujada en la Constitución Bolivariana, el autor se propuso abordar, además de las preguntas asociadas a las ideas previas: ¿Tiene sentido plantearse una educación matemática crítica en la sociedad venezolana? ¿Cómo se concibe al saber, a la educación y al hombre en los distintos desarrollos teóricos de la EM? ¿Cómo se conciben los problemas y su relación con la realidad?, las siguientes: ¿Cuáles son los descriptores del aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en nuestro país? ¿Qué principios pueden orientar una perspectiva crítica de la educación matemática en nuestras tierras?, ¿Qué papel tienen el sentido común y la crítica?, ¿Qué potencialidades debe desarrollar este tipo de educación en los estudiantes?, ¿Es posible explicar desde las concepciones analíticas el significado en el contexto del aula de matemáticas?, y ¿Cuál es el desarrollo de la alfabetización matemática en un grupo de estudiantes del 1er año?

Ciertamente las ideas de Skvosmose (1999) constituyen una referencia importante para este trabajo, sin embargo, el autor tiene el cuidado de alertar sobre su correspondencia con la sociedad danesa en las décadas próximas al siglo XXI, del alcance de lo que denomina paradoja de Vico, de su alfabetización matemática y del carácter representativo de la democracia que le sirve de marco, lo cual influye de manera importante en la naturaleza de las potencialidades que involucra esta alfabetización matemática. Es en este sentido que estudia el concepto de alfabetización matemática en el contexto de la sociedad venezolana, con la intención de viabilizar las ideas de concienciación y transformación que rescata y rescatamos del pensamiento Bolivariano y libertario.

El trabajo en su conjunto se funda en la praxis de la alfabetización matemática en un grupo de estudiantes del primer año de la *UEN Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* (ubicado en La Pastora – Caracas), la cual abarcó la ejecución de cinco proyectos. Espacio y tiempo en el que el autor ubica una de sus principales escuelas de formación profesional y de acercamiento a la educación matemática que describe en este reporte. Su otra escuela, tal como lo hace explícito el autor, es el Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática. Emplea el método de la Investigación-Acción participativa/emancipadora y el Estudio de un Caso. Organiza la interpretación en dos niveles (uno global y uno focalizado: estudio de la alfabetización matemática en el curso, y de algunos aspectos de ésta en una estudiante, respectivamente). Para el procesamiento e interpretación de los datos siguió a Strauss y Corbin (2002) y se apoyó en un paquete de procesamiento de datos. En suma, es un estudio en el que las ideas teóricas y la praxis se dieron conjunta y complementariamente con el propósito de aportar algunos elementos para una educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana. Entre los hallazgos más importantes se encuentran: la conjunción de las potencialidades matemática, metamatemática, social y axiológica como signos de una alfabetización matemática en el curso *1A*, lo que permitió advertir algunos de los problemas o crisis de la comunidad o región vinculados con el crecimiento poblacional, actuar en función de comprender su lado matemático y propender hacia la transformación de estas situaciones, precisamente algunos de los elementos que caracterizan el enfoque sociopolítico de la educación matemática, así como el desarrollo en sí mismo del marco conceptual para impulsar en nuestras latitudes una educación matemática propia a nuestras sociedades, a nuestra cultura, a nuestra historia y a los grandes ideales inherentes al pensamiento Bolivariano y nuestroamericano.

En este sentido, podríamos señalar sin ningún temor a equivocarnos que el presente libro, producto de muchas lunas de reflexiones críticas, se constituye en uno de los aportes más significativos para reimpulsar los profundos procesos de revolución educativa, particularmente en el campo de la educación matemática, iniciados en tiempos de Revolución Bolivariana, Latinoamericana y Caribeña. Otra de las tantas aristas de este complejo proceso de revolución educativa está expresada en la publicación desde 2011 de los Libros de Matemática de la Colección Bicentenario por parte del Ministerio del Poder Popular para la Educación, serie en la que participó Wladimir Serrano como autor y coordinador de algunos de los años y en la que se encuentran materializadas muchas de las ideas que se desarrollan en este libro.

Dr. **C. David Mora**
Mayo de 2015

I

SOBRE LA NECESIDAD DE UNA EDUCACIÓN CRÍTICA DE LA MATEMÁTICA EN NUESTRO PAÍS

Introducción

La *Educación Matemática*, la *Didáctica de la Matemática* o la *Matemática Educativa*[1], ha configurado diversos desarrollos teóricos desde su reciente nacimiento; fecha que algunos autores ubican a finales del siglo XIX. Hoy día, luego del impulso investigativo que se manifestó ya pasada la segunda mitad del siglo XX, se diferencian claramente algunos de sus desarrollos, tal es el caso de la *Didáctica Fundamental* y del *Enfoque Antropológico*, con Brousseau (1986), Chevallard (1992, 2000) y Gascón (1998) como algunos de sus representantes; el *Enfoque Psicológico de la educación matemática*, en el que destacan varias aproximaciones (Resnick y Ford, 1990; Orton, 1996; Balacheff, 1990; Confrey, 1995a, 1995b, 1995c; Tall, 1991; Steffe, 1991); parte de la *Tradición Alemana* con los trabajos de Steiner (1985), Bauersfeld (1994) y

1 Estos términos pueden entenderse como sinónimos, todos refieren a la disciplina que estudia el proceso de aprendizaje/enseñanza de la matemática. Sin embargo, sus teorías y perspectivas poseen distintos fundamentos filosóficos, educativos, psicológicos, sociológicos y políticos. El primero de estos términos se usa fundamentalmente en los países de habla inglesa, Brasil, Dinamarca, entre otros; el segundo en países como Francia, España e Italia; y el último en México. En nuestro país se usa tanto Educación Matemática como Didáctica de la Matemática; incluso, se emplea el término Enseñanza de la Matemática. Parte de la comunidad mexicana emplea, en cambio, "Matemática Educativa", para distinguirse de la corriente anglosajona.

Voigt (1985); la *Fenomenología Didáctica* de Freudenthal (1983); el *Enfoque Sociocultural* de Bishop (1999) y el *Etnomatemático* de D´Ambrosio (1985); la *Educación Matemática Crítica*, programa que han sistematizado Mellin-Olsen (1987) y Skovsmose (1999), y más recientemente, el *Acercamiento Socioepistemológico*[2] (Cantoral y Farfán, 2003).

En la República Bolivariana de Venezuela es recientemente que se han llevado a cabo investigaciones en el campo de la *Educación Crítica de la Matemática*, área en la que se inscribe este trabajo. Tradicionalmente, la comunidad de investigadores en Educación Matemática de nuestro país, ha presentado una gran diversidad de objetos de investigación: resolución de problemas, uso de recursos (material concreto, juegos, Tangram, etc.), estrategias metodológicas, uso y aplicaciones de tecnologías (calculadoras y software), formación de docentes, evaluación, rendimiento escolar, significado, pensamiento matemático, factores afectivos, lenguaje, errores, estadística, entre otras; han tenido énfasis el *Enfoque Psicológico* (ver por ejemplo, González, 1994, 1997, 2004; Reverand, 2004) y la *Didáctica Fundamental*. En la *Educación Crítica de la Matemática* podemos mencionar el trabajo de Mosquera (1998) y los que se han dado en torno al *Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática* (GIDEM)[3]: Mora (1997, 2002, 2004, 2005), Serres y Serrano (2004), Serrano (2005a), Becerra (2006), Moya (2008)[4], así como el desarrollo actual de varias tesis de Doctorado y trabajos de grado de Maestría en esta área, fundamentalmente en la UPEL y en la UCV[5]. Desde la Universidad Nacional Abierta y la Universidad de Carabobo también se impulsó la discusión y reflexión en este ámbito[6].

Ante tal diversidad de desarrollos teóricos de la Educación Matemática, la distinción que haremos en este primer *capítulo* de algunos de estos programas de investigación no pretende reunir los elementos y relaciones que los

---

2 Teoría que se ha estructurado esencialmente en México.

3 Grupo creado por los profesores C. David Mora, Walter Beyer, Yolanda Serres y Carlos Torres. Y al que posteriormente se unieron otras y otros investigadoras(es) en el área tanto de la Escuela y del Liceo como de la Universidad.

4 Ver también los trabajos: *Lenguaje, comunicación y significado en educación matemática. Algunos aspectos sobre la relación entre matemática lenguaje, pensamiento y realidad desde la perspectiva crítica* (Mora, Serrano, Beyer y otros, 2006), *Didáctica de las matemáticas* (David Mora, 2009), *Estudio evolutivo de la enseñanza de las matemáticas elementales en Venezuela a través de los textos escolares: 1826-1969* (Beyer, 2009), *Niveles de comprensión matemática en Educación Básica* (Reverand, 2009), *Las actividades matemáticas, el saber y los libros de texto. Necesidad de una visión socio-cultural y crítica* (Serrano, 2009), *La trigonometría de los techos de cartón* (Torres, 2010), *El lenguaje matemático. Un elemento importante para la formación crítica, la concienciación y la transformación* (Serrano, 2010), *Hacia una educación revolucionaria. Propuestas sociocríticas a problemas didácticos, pedagógicos y curriculares* (Mora, 2010), así como los *Libros de Matemática* para la Escuela Primaria y Educación Media General venezolana en el marco de la Colección Bicentenario –publicados por el Ministerio del Poder Popular para la Educación (2011, 2012).

5 Con temas que abarcan la formación de profesores de matemática, el diseño curricular, así como la experiencia didáctica crítica con estudiantes en el ámbito de la Educación Primaria, Media General y Universitaria.

6 A través de la apertura de seminarios y la organización de eventos en el área por parte de los profesores J. Mosquera, Á. Míguez y Dr. José Ortiz.

constituyen (los trabajos referidos son un buen punto de entrada a ellos), nos proponemos más bien estudiar la manera como entienden las nociones: "educación", "saber" o "conocer". **No es extraño que ciertas nociones básicas (las citadas son un ejemplo de ello) no se den explícitamente en algunos desarrollos de la Educación Matemática, sino que se asuman de un modo bastante general o intuitivo**. Esto, como sabemos, no es ajeno a la matemática como disciplina científica; podemos pensar en objetos como "punto", "recta" y "plano" en la Geometría Euclídea, o en "conjunto", "elemento" y pertenencia" en la Teoría de Conjuntos. Así, estudiar la naturaleza de la "educación", del "saber" o del "conocimiento" es una actividad que obliga a concebir a esta disciplina en una dimensión que va mucho más allá de las relaciones entre la matemática y la metodología didáctica.

Asumimos la Educación Matemática desde un enfoque multi e interdisciplinar (Mosquera, 1998; Mora, 1997, 2002, 2005; Moya, 2004). Disciplina en la que intervienen, la matemática, su historia, la sociología, psicología, pedagogía, lingüística y semiótica, antropología, historia y epistemología de las ciencias, política y la filosofía.

La reflexión sobre el proceso de aprendizaje/enseñanza de la matemática no puede circunscribirse a la matemática y a una metodología de trabajo en el aula, o exclusivamente a la psicología (enfoque psicológico); en tal caso se encontrarían respuestas parciales, o bien, alejadas de la necesaria transformación que requiere la educación y la sociedad venezolana.

Por ejemplo, podemos pensar en las preguntas ¿Cuál es el papel de la educación matemática en la sociedad?, ¿cómo se concibe la matemática escolar?, ¿y la actividad matemática?, ¿cómo se concibe el aprendizaje?, ¿cuáles son las relaciones de la educación matemática con los problemas y crisis que afectan tanto al entorno del grupo escolar como a la sociedad en general?

Una visión restringida de esta disciplina conlleva una visión restringida al intentar responder estas cuestiones.

Aunque, también, en algunos de sus desarrollos estas preguntas no tienen lugar. Como expresamos párrafos atrás, ésta no es una visión generalizada de su contenido y objetivos. Desde países como Dinamarca, Sudáfrica, Brasil y, recientemente desde Venezuela y Bolivia, se ha impulsado este tipo de reflexión teórico-práctica. En México, Colombia y Estados Unidos, en cambio, tres de los países americanos que junto a Brasil presentan un avanzado desarrollo teórico en este campo, la *Educación Crítica de la Matemática* no es una tradición, solo pueden citarse algunos trabajos, entre ellos: Valero (1996, 1999) y Gutstein (2003).

Entonces, en lo que sigue, basándonos en el enfoque multi e interdisciplinar de la Educación Matemática, estudiaremos algunos elementos que permiten describir cómo se conciben el saber o el conocer, al hombre, a la mujer, a la realidad y a la educación en la *Didáctica Fundamental* y en el *Pensamiento Matemático Avanzado*, precisamente dos de las perspectivas teóricas que han tenido un importante impacto en la matemática escolar, tanto en el currículo como en la concepción que tienen las/los profesores de la misma matemática, de la educación, del aprendizaje, así como de sus relaciones con la realidad o el entorno social. Aún cuando estudiamos estas dos perspectivas, haremos mención de otras con la intención de establecer algunas comparaciones y diferencias.

El Conocer[7]

El Saber Sabio

Una de las nociones centrales en toda teoría de la Educación Matemática es precisamente "saber" o "conocer"; en ella descansa buena parte de la idea que se asuma de educación. En este trabajo no distinguiremos entre estos términos, aunque ello sí se hace, por ejemplo, en la *Didáctica Fundamental*.

Para algunos, el saber es algo que ha sido elaborado en el seno de una disciplina por parte de los científicos; los no-científicos o el común de las personas únicamente pueden aproximarse a ese saber, mas no crearlo. Para Brousseau (1990) "el saber nunca es exactamente el mismo para sus creadores, para sus usuarios, para los alumnos, etc., cambia" (p. 261). Esta tesis formula, en otras palabras, la "relatividad" del conocer, idea que compartimos, pero incluye, además, la suposición de que el saber es creado por algunos (los matemáticos de profesión) y usado por otros, por parte de otras disciplinas científicas e incluso por las/los estudiantes; quizá para hacer aplicaciones de las matemáticas. Es este último supuesto el que no seguimos. "El matemático no comunica sus resultados tal como los ha hallado; los reorganiza, les da la forma más general posible; realiza una "didáctica práctica" que consiste en dar al saber una forma comunicable, descontextualizada, despersonalizada, atemporal. El docente realiza primero el trabajo inverso al del científico, una recontextualización y repersonalización del saber: busca situaciones que den sentido a los conocimientos por enseñar" (Brousseau, 1994, p. 65).

La tarea del docente bajo esta perspectiva es proponer al o a la estudiante situaciones de aprendizaje con base en la recontextualización y repersonalización que ha hecho del saber del matemático. Consiste en hacer la *transposición didáctica*[8] del saber sabio (o saber del sabio) al saber enseñado; planteamiento que es central en la *Didáctica Fundamental*. Entonces, adapta, modifica y reorganiza el saber del sabio, obteniendo así un saber a enseñar y, posteriormente, un saber enseñado. Las/los estudiantes deben apropiarse de este saber "adaptado" por medio de las situaciones que proponga el/la profesor/a. "Para que la enseñanza de un determinado elemento del saber sea meramente *posible*, ese elemento deberá haber sufrido ciertas deformaciones, que lo harán apto para ser enseñado" (Chevallard, 2000, p. 16).

Ciertamente la *Didáctica Fundamental* ha hecho aportes importantes a la reflexión sobre el proceso de aprendizaje/enseñanza de la matemática, entre ellos podemos citar: (a) la idea de vigilancia epistemológica, según la cual el didacta se pregunta por las evidencias, cuestiona las ideas que parecen simples y se desprende de la engañosa familiaridad de su objeto de estudio (Chevallard, 2000), (b) la caracterización de los efectos *Jourdain*, *Topaze* y el *deslizamiento metacognitivo*, (c) la idea de contrato didáctico, así como (d) sus

---

7 Las ideas que siguen se encuentran publicadas en Serrano (2009) como parte de esta investigación.

8 Chevallard (2000, p. 45) define la transposición didáctica de la siguiente manera: Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los *objetos de enseñanza*. El "trabajo" que transforma un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado *transposición didáctica*.

planteamientos sobre las relaciones entre el o la docente, las/los estudiantes y el conocimiento matemático[9]. En este marco teórico, el matemático tiene una fuerte influencia en el *qué enseñar*, y no así el/la profesor/a junto con las/los estudiantes, restringiendo la actividad docente al *cómo enseñar*. Tesis que se contrapone a una Educación Matemática de naturaleza multi e interdisciplinaria.

En la *Didáctica Fundamental*, la matemática escolar tiene como único referente a la matemática que se ha desarrollado y organizado a través de los siglos, a la matemática del matemático de profesión. Es claro que teorías como la Geometría Lineal en la que se fundan los conceptos y proposiciones euclídeas en las ideas del álgebra lineal, las ecuaciones diferenciales, el cálculo integral o la teoría de números, por mencionar algunas de ellas, se han desarrollado fundamentalmente en el seno de comunidades científicas; pero muchas de estas ideas y actividades matemáticas están también presentes fuera del "núcleo científico" a que hemos hecho referencia. La matemática es una actividad propia de la cultura y de los pueblos. Actividades como contar, medir, calcular, representar, estimar y modelar han sido naturales a la cultura de los pueblos[10]. Pensemos en el empleo de distintas *bases*, desarrollo de sistemas de números como el indio-arábigo, el propio a culturas indígenas como la Maya, o los Yanomami en Venezuela (por sólo mencionar uno de los tantos pueblos indígenas de nuestro país), los diversos patrones de medida que construyeron y aún tienen lugar en nuestras comunidades y pueblos, como las antropométricas y las que tienen como referente a objetos, los métodos de cálculo y registro como el ábaco, el marcador con esferas, el Quipu Incaico, entre otros.

Una cuestión central en este punto es si la matemática que es propia a un grupo cultural aporta las herramientas necesarias para estudiar, comprender y transformar situaciones socioeconómicas y tecnológicas que le afectan. Es claro que la matemática no es la única fuente para alcanzar estos objetivos, o incluso, para plantearlos, pero ella representa una base importante para tomar decisiones en el amplio rango de la actividad social, económica, educativa y cultural. Éste es un problema complejo. Podemos pensar en los grupos étnicos de nuestro país y en la matemática que disponen para comprender el lado matemático de la opresión y desigualdades que viven los pueblos Latinoamericanos y Caribeños, en la que es propia a los otros grupos que integran la población de nuestro país y en la que tiene raíces en su seno. Las y los estudiantes de la Escuela y del Liceo, e incluso en los Institutos y Universidades, se han formado exclusivamente en la matemática occidental bajo una concepción estructuralista de las matemáticas. La educación aquí consiste en apropiarse de la matemática desde una visión interna: se definen, enuncian propiedades y aportan ejemplos, se explican y usan algoritmos, resuelven problemas y, en algunos casos, se demuestran propiedades. Es la matemática a imagen del matemático. En este caso tampoco hay condiciones para comprender el lado matemático de la opresión y las desigualdades, y adicionalmente, el de la liberación de los pueblos a través de su *concienciación* y de la *transformación*. No las hay, pues esta

---

9 Aún cuando desde esta perspectiva no se considera, desde una dimensión amplia, al contexto que envuelve las situaciones de aprendizaje/enseñanza.

10 Bishop (1999) describe seis actividades, a saber: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar que han estado presentes en la matemática de los pueblos; éstas son ampliadas por Mora (2005, p. 138) a nueve, incluyendo, además de las descritas por Bishop (1999), a: desplazar-movilizar, imaginar-observar y estimar-aproximar.

educación no tiene tal contenido político. Es una educación que se orienta solo a la matemática como ciencia; se enmarca en la disciplina. Esta última visión está ligada a la idea de que las nociones y actividades matemáticas son inherentes a los científicos, a los sabios. No obstante, ¿filosofar es algo exclusivo de los filósofos? Y filosofar es algo tan antiguo como el pensar matemáticamente. Así, se pueden plantear preguntas similares para otras actividades.

La expresión *"Nadie entre sin saber geometría"*[11] no se circunscribe a la época griega. Hoy día, las estructuras tecnócratas y de opresión se sustentan en este viejo precepto de *La Academia*, en el conocimiento que poseen y en el que no poseen los pueblos; mencionemos, por ejemplo, el caso PDVSA[12], los créditos denominados indexados, las "cuotas balón", los impuestos en general, las "regalías" por concepto de explotación de recursos naturales (gas, petróleo, etc.), la deuda externa, problemas relacionados con los niveles de producción y de calidad agrícola en rubros de consumo básico, e incluso, en problemas como la drogadicción, el alcoholismo, hábito de fumar, embarazo precoz, etc. Así, entender a la educación matemática con la idea del saber sabio, del saber a enseñar y del saber enseñado, se puede relacionar con una concepción ingenua de la educación. Esta última sería una educación en desconexión con el hombre y la mujer en el mundo; es como la filosofía que se da sin una base en la realidad.

Actualmente, algunos adelantos teóricos en el seno de la matemática como disciplina científica inciden notablemente en las estructuras económicas y sociales de nuestros pueblos.

Nociones como la optimación, encriptación de datos, métodos estadísticos cuali-cuantitativos, cálculo diferencial e integral y sistemas de ecuaciones, teoría de matrices, interpretación y análisis gráfico, ecuaciones diferenciales, la idea del caos, entre muchas otras, soportan en parte a las decisiones políticas, económicas y sociales, y, al mismo tiempo, no son manejadas por el o la ciudadana en general. Esta situación la podemos denominar ***paradoja de la "sociedad de la información"*** (Serrano, 2005b).

Aludiendo con ella el supuesto que siguen algunos autores (como Naisbitt, 1994) en el que identifican la "sociedad de la información" como un conjunto de estructuras más democráticas e igualitarias que las correspondientes a la Sociedad Industrial y, en general, a las sociedades anteriores, arguyendo que en la sociedad contemporánea predomina lo mental y que todos podemos procesar información. Sin embargo, no todos tenemos acceso a la información a través de medios como la televisión, radio, telefonía e Internet, tal como se ha estudiado en trabajos como Flecha (1994) y Macedo (1994). De hecho, aún no está superado el problema del acceso a la información y mucho menos a la información confiable; con lo que no parece adecuado describir a la sociedad actual como "de la información". La *paradoja de la "sociedad de la información"* hace referencia, como vimos, solamente a las nociones e ideas matemáticas que sustentan buena parte de las decisiones políticas, económicas y sociales, y contrariamente, no son manejadas por el común de las personas; aunque puede aplicarse a muchos otros aspectos de la historia, la ciencia, la tecnología y la cultura –esto es, podemos hablar de paradojas de la sociedad moderna. La

11 Platón, abandonando la modestia socrática, estaba seguro de conocer las exigencias del saber y el camino hacia el saber más estricto. El camino a la verdad lo relaciona con la geometría; considera a la geometría el fundamento de todo saber.

12 Petróleos de Venezuela Sociedad Anónima.

paradoja de la "sociedad de la información" tiene raíces en la *paradoja de Vico* planteada por Skovsmose (1999).

La ***paradoja de Vico***[13] tiene que ver con el hecho de que en la sociedad danesa el común de las personas no comprenda la tecnología que soporta su aparato industrial y las decisiones del gobierno que se basan en ésta[14].

Skovsmose se refiere a su sociedad, propia de un alto desarrollo tecnológico e industrial; sin embargo, esta paradoja también se presenta en muchos otros países, y en particular en el nuestro, y no exclusivamente en el plano tecnológico. Un ejemplo de ello es la incomprensión y confusión en torno a las "encuestas a salida de urna" llevadas a cabo durante el *Referendo Presidencial* de 2004 en nuestro país; aquí, parte de la población no reflexionó[15] sobre algunas de las características de este método: la muestra seleccionada, su naturaleza socioeconómica, lugares en los que se recogió información, errores de inferencia, la idea de aleatoriedad, entre otras; lo cual fue aprovechado mediáticamente por grupos con intereses partidistas. Otro ejemplo es el cálculo que realizaban recientemente las instituciones financieras para el cobro de intereses sobre intereses en el caso de préstamos personales y para la adquisición de vivienda y vehículos (el caso de los créditos indexados y las cuotas balón – que también fueron aplicados/as por la banca en muchos otros países de Latinoamérica y El Caribe).

La matemática juega un rol importante en las decisiones que afectan a la población en general, tal es el caso de las que tienen que ver con la seguridad alimentaria, asistencial y médica, con los niveles de producción y exportación de energía (petróleo, gas, entre otras) y rubros agrícolas y pecuarios, tasas de interés e impuestos, etc. Por ejemplo, se puede modelar matemáticamente el crecimiento de una población de insectos que afectan negativamente un cultivo y tomar decisiones sobre el control de ésta: ¿Cuáles son los efectos del uso de plaguicidas en esta población y en el medio ambiente? ¿El uso de plaguicidas perjudica a otros insectos que no deterioran el cultivo? ¿Qué ventajas tienen los cultivos orgánicos?, entre otras preguntas importantes.

---

13 Giambattista [Giovanni Battista] Vico (1688-1744). Este filósofo italiano sostuvo la idea de que **solo podíamos conocer las cosas que el mismo hombre había creado**. La tecnología es una de éstas; sin embargo, en la sociedad moderna el común de las personas no la comprende. Es por ello que Skovsmose utiliza la expresión "Paradoja de Vico". Además, Vico planteaba, en clara oposición al racionalismo de su época, que la sociedad humana necesitaba más que la razón para funcionar bien. Necesitaba creencias y tradiciones. Criticaba también que no se formara a los jóvenes con interés por los asuntos de la sociedad en que viven. Vico, por otra parte, es considerado por algunos como uno de los primeros *antimodernos*; refiriéndose con ello a sus críticas al empirismo y racionalismo de su época y a la manera en que entendió la filosofía.

14 En *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (Skovsmose, 1999) describe algunos proyectos llevados a cabo por estudiantes (daneses) relacionados con "construcciones" y con la "energía".

15 Esto se puede asociar a muchos factores, entre ellos podemos mencionar (a) la incidencia mediática de los medios de información y de algunas fuentes partidistas y (b) la creencia generalizada de que estudiar la matemática escolar ausente de sus naturales vínculos con el contexto y la realidad llevará a los estudiantes a aplicar eficazmente las ideas y técnicas matemáticas en las situaciones que se le presenten fuera de la institución escolar.

Figura 0. *Libros de Matemática de la Colección Bicentenario (Escuela Primaria y Educación Media General) (en su edición 2011).*

Nos referimos a una modelación, no por un/a matemático/a de profesión, sino por el o la ciudadana común (en este caso, los/las agricultores/as).

La paradoja de Vico y la o las *paradojas de la "sociedad de la información"* llevan a preguntarse ¿qué puede hacer la educación para transformar esta situación? La *Educación Crítica de la Matemática* [ver Mora (2002, 2004, 2005, 2009, 2010), Serrano (2004a, 2005a; 2005b, 2007, 2009, 2010), Serres y Serrano (2004), Becerra (1990, 2006), Moya (2008), Becerra y Moya (2008a, 2008b, 2008c, 2009), Mora, Serrano, Míguez, Beyer y otros (2006), Reverand (2009) y Torres (2010). Ver, además, los libros de texto de Matemática de la Colección Bicentenario para la Escuela Primaria y el Liceo venezolano –publicados por el Ministerio del Poder Popular para la Educación (2011, 2012)], haciendo explícito el rol sociopolítico que tiene la educación, busca impulsar desde la práctica educativa la necesaria transformación de las estructuras políticas, sociales, económicas y culturales que soportan las desigualdades y las crisis. Transformación que pasa por revertir la situación que describen estas paradojas.

En este contexto surge la pregunta ¿es el saber del sabio el único referente para la educación matemática? Si solamente nos preguntamos qué matemáticas enseñar, podríamos suponer *a priori* que las matemáticas a estudiar son las que han organizado los matemáticos en el transcurso de la historia, y no la matemática que está presente en nuestra sociedad; se omitiría así la visión de la matemática en relación con la realidad y sus fenómenos, con sus problemas. Tal visión se ubica en el mundo de las ideas que describió Platón, y no en las ideas en conexión con la acción sobre el mundo y sus problemas. Suponer que el conocimiento matemático es producido exclusivamente por los sabios conlleva a la pregunta: ¿qué resta entonces a la actividad de aula en la Escuela y en el Liceo, e incluso, en el ámbito Universitario? Fijar el saber del matemático, o el saber del sabio, como **único** referente para la educación matemática, conlleva una actividad encerrada en la matemática[16] que se ha estructurado lógicamente a través de los siglos y, desde nuestra perspectiva, es un supuesto que no impulsa la necesaria transformación del sistema educativo venezolano en función de la formación del ser crítico y del ser social[17].

La idea del saber sabio como única referencia para el aprendizaje/enseñanza de la matemática no es exclusiva a la *Didáctica Fundamental*. Aun cuando no es un término usado en otros desarrollos, constituye un soporte no explícito para sus planteamientos. Por ejemplo, en el *Pensamiento Matemático Avanzado* es central la visión que los matemáticos de profesión tienen de la misma matemática, de la educación, de los procesos que envuelve su pensamiento, así como de las ideas matemáticas a que han llegado (conocimiento matemático).

Uno de sus intereses es buscar elementos en la actividad y en el pensamiento de los matemáticos cuando éstos resuelven problemas e investigan, con la intención de compararlos con el tipo de pensamiento que utilizan las/los estudiantes en la Escuela, el Liceo y la Universidad. Tall (1991) lo expresa así al comienzo de su trabajo: "Aunque consideraremos la naturaleza del pensamiento matemático avanzado desde un punto de vista psicológico, nuestro principal objetivo será buscar penetraciones de valor en el trabajo profesional del mate-

---

16 Que aquí llamamos actividad intramatemática. Ejemplos de ésta son los siguientes: probar un teorema, aplicar un algoritmo, estudiar las propiedades de una ley o las de una relación, entre otras.

17 El ser crítico y el ser social se relacionan con la auténtica libertad. En lo que respecta al ser social, se encuentran raíces de esta relación en los trabajos de Marx (1986) [ver también Bichko, 1973].

mático[a] como investigador[a] y como profesor[a]" (p. 3). Si bien consideramos que ésta es una fuente importante de análisis de la actividad y pensamiento matemáticos, hemos ya señalado que no es la única referencia para ello.

Otros trabajos dentro del enfoque psicológico y el *Acercamiento Socioepistemológico*, entre otros, también asumen implícitamente la idea del saber sabio. Tal visión puede llevar a una educación cuyo eje es el estudio de aspectos de la estructura formal de la matemática, de una matemática separada del potencial papel que puede jugar en la sociedad. Es una educación disciplinar, desvinculada de la realidad social, cultural e histórica.

Una educación así tiene como objetivo el que las/los estudiantes se apropien de parcelas modificadas del saber sabio, mas no el apropiarse de saberes y construir otros en función de la comprensión y/o transformación de problemas y crisis, esto es, tal como explicaba Freire (1990, p. 32): estudiar, si se busca la formación del ser crítico, "no es consumir ideas, sino crearlas y recrearlas". Naturalmente, el estudio disciplinar de las matemáticas obedece a otros intereses; el problema surge cuando las/los profesores confunden éstos con los de la Escuela y del Liceo, e incluso, generalmente, con los de los estudios universitarios.

La verdad en el contexto de la idea del saber sabio es la de la ciencia matemática, fundamentalmente la del formalismo en la matemática. El conocimiento aquí se relaciona con la deducción y lo universal. Podemos plantear entonces la pregunta: ¿cómo es la verdad en la *Didáctica Fundamental*, en el *Acercamiento Socioepistemológico* o en el *Pensamiento Matemático Avanzado*? La verdad es la característica de todo conocimiento matemático, bien porque ciertas proposiciones se asumen como tales (axiomas), porque ya se las ha probado (teoremas, lemas, corolarios) o porque se cree que así lo sean (conjeturas). Esta relación estrecha entre conocimiento y verdad en la ciencia matemática ha opacado la manera de ver, desde la educación, el conocimiento escolar. Es por ello que las tendencias multi e interdisciplinarias de la Educación Matemática han calado poco en la práctica; aunque tampoco constituyen una tesis generalizada en los estudios teóricos. Desde esta última perspectiva, la definición del conocimiento por medio de la verdad no explica completamente su naturaleza; ésta descansa más bien en el significado. Visión que se da en el *Interaccionismo Simbólico*, en el *Enfoque Sociocultural*, en la *Etnomatemática* y en la *Educación Crítica de la Matemática*, perspectivas que aun cuando poseen bases filosóficas y pedagógicas distintas, comparten la idea de que el significado se construye socialmente, y no la de un significado identificado únicamente con la estructura lógica de la matemática (propia de una actividad escolar intramatemática).

Este problema (el asociado al "saber sabio" como única referencia para la educación) supone que se "adiciona" a la naturaleza del conocer el ámbito de la actividad intelectual de los matemáticos de profesión, lo cual puede relacionarse con el supuesto que describió a *La Academia* como única fuente [legítima] de producción del saber; los sabios como fuente de producción del saber. Sin embargo, también podemos pensar en las estructuras tecnócratas de la actualidad, en las tecnocracias, como los "ambientes" en los que se "concentra" el conocimiento; y en las estructuras opresoras que utilizan la "tenencia" del conocimiento o del saber como medio de poder.

En cambio, la construcción social del significado como una base de los planteamientos pedagógicos que aquí se siguen, es propia a todo grupo, tal es el caso del aula de matemáticas y de otros lugares de aprendizaje. La posibilidad, origen, esencia, formas de conocimiento y su relación con el significado no son conceptos exclusivos al conocimiento "del sabio", lo son también para el conocimiento que se da fuera del núcleo científico de esta ciencia: en la vida cotidiana, en el trabajo o en ambientes de estudio como la escuela. He allí uno de los potenciales roles de la educación.

Ciertamente estas ideas responden desde otra óptica a preguntas como: ¿se logra conocer el objeto? y ¿obedece el conocimiento a la razón o a la experiencia? Consideremos la proposición "Por un punto exterior a una recta L pasa una única recta L´ paralela a L". En la Geometría Euclídea es algo que no se puede probar a partir de los demás postulados; es en sí otro postulado (el quinto). Consiste en un hecho cuya verdad es considerada evidente en el marco de la estructura en que Euclides organizó las ideas geométricas. Aunque a través de cierta experimentación puede llegarse al mismo planteamiento (no el que ello represente un postulado, sino el que por ese punto pase una única recta paralela a L). Pero el álgebra lineal aporta herramientas para demostrar lo que en los *Elementos* es un postulado; actividad que está contemplada en los estudios universitarios (por ejemplo, en los del profesorado en matemáticas de nuestro país[18]). En otras geometrías tal proposición debe replantearse. Esto es, los objetos matemáticos (punto, recta, triángulo, función, grupo, espacio vectorial, límite, etc.), así como muchas propiedades pueden, en efecto, conocerse. La misma matemática aporta las reglas y medios para ello. Postura que goza de crédito en gran parte de los matemáticos de profesión. No obstante, si miramos "fuera" de la ciencia matemática, por ejemplo, a la actividad matemática en la Escuela y en el Liceo, desde un enfoque multi e interdisciplinar, entonces podemos preguntarnos ¿es posible conocer?, lo cual lleva a la pregunta ¿es posible conocer algo fuera de la ciencia? El idealismo no es una postura filosófica que sea común entre las/los profesores de matemática; se asume a priori que podamos conocer objetos y hechos. Pero sí es común el "cientifismo": no se ve a la ciencia matemática como una forma de conocimiento posible, sino que se identifica el conocimiento con la ciencia (Habermas, 1982, p. 13). Ésta es, quizás, la razón de fondo que sustenta la común actividad escolar intramatemática. ¿Qué lugar ocupan entonces otras formas de conocimiento en el aula de matemáticas? ¿Qué papel juega en ello la experiencia, la relación con la realidad y el contexto social? ¿Es el conocimiento matemático un producto de la razón, y solo de ésta? Dentro de la ciencia matemática podemos pensar en el papel de la representación y la experiencia en la geometría Euclídea, en los numerosos cálculos de Gauss que le permitieron conjeturar cuál es la densidad de primos en un entorno de n o en la modelación de la realidad (a través de la definición de recta[19], fractales, caos, correlaciones, etc.) –entre muchos otros ejemplos; de hecho, en toda área de la matemática está presente la experien-

18 En la Universidad Pedagógica Experimental Libertador – Instituto Pedagógico de Miranda.

19 Recordemos la idea de recta como "mitad de una hipérbola", contrario a como se entiende en los *Elementos*: "longitud sin anchura". Einstein usó esta nueva geometría (la hiperbólica) en sus cálculos astronómicos: en un espacio vacío los rayos de luz describen una trayectoria recta (como en Euclides); sin embargo, en nuestro espacio, los rayos de luz, en su trayectoria, describen mitades de hipérbolas ante la presencia de una gran masa.

cia. En contraste con el cientifismo en la educación matemática, existen otras formas de conocimiento posible vinculadas con la experiencia, los sentidos y la actividad. Aquí podría alegarse que, como en el caso de la asunción a priori del común de las/los profesores, es un supuesto el que de hecho podamos conocer. No obstante, en muchos casos puede recurrirse al sentido común como medio para convencernos de la existencia de las cosas.

Skovsmose (1999) en *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*, se vale de la *Prueba de la existencia del mundo exterior* de Moore (1983) para garantizar que las crisis son tales y caracterizan a la sociedad[20]. La prueba de Moore es un recurso filosófico importante al plantearnos lo que la educación matemática puede hacer en nuestra sociedad. Por otra parte, la educación matemática tiene un importante papel en la comprensión de las cosas y los hechos del mundo, de la mujer y del hombre en relación con el mundo real ¿Cómo comprender, o incluso, pensar en una educación con tal sentido político si se observan los hechos sociales y sus relaciones con una lente idealista? Esta lente o la indiferencia ante el rol político de la educación es una manera de consolidar el *statu quo*, y con ello, sus desigualdades e injusticias. El saber sabio y el saber a enseñar, en tanto construcciones que comúnmente se presentan a las/los estudiantes sin los vínculos con la historia de la sociedad y su naturaleza, con el hombre, la mujer y su humanización, con sus valores y antivalores, adquieren una dimensión política o bien limitada o engranada con una educación a-crítica, alienante. Es una educación para la especialidad, no para la humanización del hombre y de la mujer; y, como hemos señalado, puede asociarse, en la Escuela y en el Liceo, con la concepción bancaria que describió Freire (1970).

El saber sabio como única referencia para la educación matemática en la Escuela, en el Liceo y en la Universidad, tal como hemos sostenido, no permite abordar desde el contexto del aula el conocimiento y el conocer que es propio a los diversos grupos culturales que conforman la sociedad venezolana; ello tiene que ver con el grado de especialización, atomización y compartimentación del diseño curricular –tesis que puede explicar situaciones similares en otras sociedades más allá de la venezolana. El conocimiento y el conocer matemático que han desarrollado históricamente los pueblos en el marco de la agricultura, la pesca, la caza, en otras áreas de la producción de alimentos, en la atención a las enfermedades y afecciones, así como en el uso y conservación del agua, de

---

20 Moore sostiene que puede hacer una gran cantidad de demostraciones distintas de que existen cosas fuera de nosotros. Su trabajo es una respuesta a las corrientes filosóficas que no aceptaban la existencia de cosas fuera de nosotros, que éstas eran únicamente estados mentales o que existían en nuestra mente y nada más, y a las que se consideraba importante suministrar una prueba de ello. Entre estos últimos se encontraba Kant: "somos incapaces de atacar sus dudas [las de alguien que no acepte la existencia de cosas fuera de nosotros como una cuestión de fe] con una prueba satisfactoria". Moore (1983) expone una de estas pruebas: "Puedo probar ahora, por ejemplo, que existen dos manos humanas. ¿Cómo? Levantando mis dos manos y diciendo, a la vez que hago un gesto con mi mano derecha, «Aquí hay una mano», y añadiendo, mientras hago un gesto con la izquierda, «y aquí hay otra». Si al hacer esto, he probado *ipso facto* la existencia de cosas externas, todos verán que puedo hacerlo también de muchísimos modos diferentes: no hace falta de multiplicar los ejemplos" (pp. 155-156). La prueba de Moore y su sentido invitan a pensar en la existencia de crisis en nuestra sociedad como la pobreza o la opresión. La educación no puede permanecer ciega a la existencia de estas crisis, al menos las que no escapan al sentido común.

las tierras productivas, de la fauna y la flora, y de los minerales, las tecnologías empleadas en ello, y su interpretación del hombre, la mujer, el tiempo y del espacio, constituyen aquello que algunos autores denominan "saber no-científico", "pre-científico", "vulgar" o "ingenuo"; siguiendo precisamente el cientifismo a que aludió Habermas (1982). Así, de acuerdo con esta *visión cientifista*, la matemática (o la ciencia en general) no es una de las formas de construir conocimiento, sino la única forma de construir conocimiento. Ello, de acuerdo con nuestra posición, ha permitido que desde algunas corrientes de la educación matemática, y de la educación formal en general, se haya pretendido distanciar el ámbito de la construcción de conocimientos y el proceso de conocer en sí de la realidad histórica, social y cultural de los pueblos –del *saber popular*. Pensamos que una educación matemática no debe separarse del saber popular. Esta idea resume nuestras críticas al concepto de saber sabio en la *Didáctica Fundamental*, y al saber en la *Socioepistemología*, en el *Pensamiento Matemático Avanzado*, así como en otras corrientes de la Educación Matemática; además, permite delinear la concepción de esta noción en una *Educación Crítica de la Matemática* para la sociedad venezolana.

Algunas Funciones del Conocimiento desde la Educación

Ahora bien, partiendo de las ideas que hemos discutido sobre el saber sabio y el saber popular, podemos preguntarnos por la o las funciones del conocimiento, considerando el potencial rol sociopolítico de la educación matemática (y de la educación) en la sociedad. ¿Cuál o cuáles son las funciones del conocimiento desde la educación matemática? Ésta, tal como la referida al saber, es una discusión compleja. Incluso, podemos preguntarnos ¿tiene sentido discutir sobre la o las funciones del conocimiento en educación matemática? ¿Acaso no es el aprendizaje y manejo de los conceptos y técnicas de la matemática escolar? El saber sabio como noción relevante para algunas corrientes ha permitido observar que tal educación posee una orientación hacia la actividad intramatemática, donde el contexto que envuelve a las situaciones didácticas se limita al aula[21] y no al que hemos delineado párrafos atrás.

En este sentido, preguntarnos por las funciones del conocimiento en educación matemática puede aportar elementos importantes para la comprensión de la naturaleza en sí de tal educación –estudio que resulta medular en esta investigación. Explicitar la dimensión sociopolítica de la educación, y de la educación matemática en particular, pasa por valorar algunas de las concepciones que sobre el saber o el conocimiento se han fijado en parte de la comunidad de investigadores, pedagogos y estudiantes. Es difícil caracterizar estas funciones, tanto como estudiar la naturaleza del conocimiento. De hecho, la realidad histórica de nuestras sociedades y culturas, así como las diversas actividades que han llevado a cabo la mujer y el hombre, ha configurado una diversidad de ellas. Nos interesa en particular considerar el conocimiento y su papel (o posible papel) en la sociedad y en el desarrollo del hombre y de la mujer. Otros intereses llevarían a otras categorizaciones distintas a la que expondremos aquí, aún cuando ésta no es completa ni disjunta.

---

21 Ver, por ejemplo, la idea de "noosfera" en la *Didáctica Fundamental*, o la noción de "situación" en el *Pensamiento Matemático Avanzado* (aún cuando no la definen explícitamente).

(1) *Función Mercantilista.* Esta función es el núcleo de los modelos pedagógicos basados en la entrega de información (fundamentalmente) por parte de la o del profesor y en la recepción de ella por parte de las/los estudiantes. Es la *educación bancaria* que describió Freire (1970) y la base de la *fantasía teórica* a la que alude Eisenberg (1991).

La metáfora de Freire identifica a la educación con una lógica mercantilista en la que el conocimiento (o el saber) es la mercancía o el objeto que tiene el/la profesor/a y la entrega a las/los estudiantes. Este modelo aún se encuentra presente en todos los niveles y modalidades de la educación en los ámbitos nacional e internacional. En la educación matemática esta lógica encuentra ejemplo en las experiencias caracterizadas por la exposición (por parte del o de la profesora) de definiciones, conceptos, aplicación de algoritmos, demostración de teoremas y resolución de problemas o ejercicios; y en la interpretación de las/los estudiantes de esta información, así como en el trabajo en ciertos ejercicios o problemas[22].

Las experiencias centradas en los algoritmos son también un ejemplo de la función mercantilista del conocimiento al interior de la educación matemática.

Además, muchos de los libros de texto para la Escuela y el Liceo, así como para la educación universitaria, se han escrito siguiendo implícitamente la función mercantilista del conocimiento.

La función mercantilista del conocimiento conlleva una concepción *minimalista* de la educación; un vaciamiento de su naturaleza –es la *educación del dar/recibir*.

Asumir esta función del conocimiento ha afectado no solamente la práctica educativa en el contexto del aula sino que ha servido de base, en algunos momentos históricos, para el diseño curricular en la Escuela y en el Liceo, así como en la Universidad –situación que también se ha dado en el ámbito internacional.

El *currículo sumativo*, con la consecuente compartimentación que genera, es un ejemplo de ello.

Además, podemos citar un supuesto que subyace a muchos de estos diseños curriculares: el de *dotar de herramientas y de técnicas a las/los estudiantes desde las distintas especialidades con la intención de que ellos las apliquen (posteriormente) en sus campos laborales, en la cotidianidad o en el medio académico*. Tesis que es contraria a la necesaria vinculación de la educación matemática con la realidad –que aquí sostenemos.

En nuestro país, esta vinculación educación-realidad ha adquirido nuevos espacios (teóricos y prácticos) desde la *Escuela Bolivariana* y desde el *Liceo Bolivariano*.

Sin embargo, buena parte de las Universidades han dado tímidos y escasos pasos en esa dirección, en especial en la UPEL (precisamente la principal Universidad de formación de docentes en el país)[23].

---

22 Skovsmose (2000) las relaciona con lo que denomina "paradigma del ejercicio".

23 En ella no ha sido central la discusión sobre los fundamentos filosóficos y pedagógi-

(2) *Función Hegemónica-Tecnócrata.* Los modelos pedagógicos que se orientan a la reproducción de las estructuras sociales existentes se relacionan con la función hegemónica y tecnócrata del conocimiento en tanto que no se proponen transformarlas. Así, el *statu quo* es la referencia y el fin último al cual debe atender la educación formal (en las instituciones educativas) y no-formal (la que se da a través de los medios de comunicación e información, de las producciones cinematográficas, juegos de video, etc.).

La función hegemónica y tecnócrata del conocimiento tiene que ver con la posesión de éste por parte de ciertos grupos como medio para apropiarse y consolidar el poder socioeconómico sobre las mayorías de la población.

Aunque también la relación se da a la inversa: el poder socioeconómico también es usado como herramienta para apropiarse de conocimientos que sirvan a sus intereses hegemónicos.

Aquí son muchos los ejemplos. Citaremos algunos: (a) las patentes nacionales e internacionales sobre medicinas como medio para monopolizar su distribución y mercado, (b) la apropiación de tecnologías computacionales para detentar el poder (tal es el caso del manejo del cerebro tecnológico de PDVSA luego del golpe de Estado de 2002 en nuestro país como medio de desestabilización y consolidación de sus intereses partidistas), (c) el desarrollo de la *tecnología nuclear* como fuente para el posicionamiento y ocupación militar, económica y geopolítica desde la Segunda Guerra Mundial –un comentario similar puede hacerse con respecto a la *tecnología satelital*, (d) la manipulación genética de productos agrícolas para satisfacer patrones de consumo de la sociedad moderna y la consecuente afectación de los pequeños productores y campesinos de los países del sur, (e) el uso de la psicología y de la lógica del mercado como medio para promover el consumo de cigarrillos (alcohol, etc.)[24] en los jóvenes, entre otros.

En el otro "sentido" puede citarse la dificultad que históricamente se dio para que la mayoría de la población accediera a los programas de formación en las universidades públicas y privadas del país, y en los demás niveles y modalidades de la educación, así como a otras áreas vinculadas al desarrollo cultural (como el arte:

---

cos de la *Educación Bolivariana* ni sobre la *metodología de trabajo por proyectos* en la que ésta se apoya para sus fines prácticos. Sus programas de estudio no han sido estudiados estructuralmente en función de estos fundamentos. Por otra parte, muchos de los cambios que se han dado en la UPEL tienen que ver solamente con los aspectos técnicos de implementación de la metodología de trabajo por proyectos y no con un estudio amplio al respecto. Quizás ello puede explicarse por medio de la descripción que hizo Feyerabend (1989) de una de las formas de hacer ciencia en la modernidad: (a) separando su objeto de estudio del contexto, de la filosofía y de la historia, (b) siguiendo unas reglas de tipo axiomáticas [tal como en las matemáticas desde el *formalismo* y desde el *logicismo*] y (c) considerando al error un hecho lejano a la ciencia o al que hay que alejar de ella. O bien, recordando las preguntas que planteó Bhaskar (1975): ¿cómo debe ser la ciencia para estudiar el mundo? y ¿cómo debe ser el mundo para que sea estudiado por la ciencia?

24 Apoyados en los llamados "estudios de mercado".

la música, la danza, el ballet, la pintura, el teatro, etc.[25]).
En ello se apoya el concepto de tecnocracia que describe Skovsmose (1999), e incluso, el sistema capitalista en su conjunto.
Las relaciones de poder y opresión en el contexto del aula (Bernstein, 1997; Chomsky y Foucault, 2006; entre otros) constituyen ejemplos de la reproducción de uno de los aspectos del *statu quo*, de la realidad; en ese sentido se orientan a la hegemonía de ciertos grupos sobre la sociedad en su totalidad. La educación matemática no escapa de estas prácticas. En Beyer (2002), por ejemplo, se discute la naturaleza de la *equidad*[26] en el aula de matemáticas; concepto que puede ayudar a comprender las relaciones de poder y opresión que se consolidan desde el aula. La inequidad en el aula es, entonces, una manera de favorecer la hegemonía y la tecnocracia en la sociedad.
He allí la importancia que vemos en la caracterización de las funciones del conocimiento.
Poseer el saber matemático, si se asume la función hegemónica/tecnócrata del saber, es la manera que tiene la educación de ubicar a sus poseedores en ciertas estructuras de la sociedad –y entre ellas las estructuras tecnócratas.
Esta función del conocimiento caracteriza una *educación por el statu quo*.[27]
La *educación del dar/recibir* sirve a una *educación por el statu quo*.

(3) *Función Humanística.* Las funciones mercantilista y hegemónica-tecnócrata del conocimiento desde la educación, y desde la educación matemática en particular, guardan relación con la sociedad que ha construido el hombre y la mujer, fundamentalmente en la modernidad [en especial con las estructuras que soportan sus modelos económicos y de desarrollo][28] y con el concepto de la mujer y del hombre sobre sí mismos.
La *educación del dar/recibir* y la *educación por el statu quo* ofrecen una visión limitada del concepto de hombre y de mujer, así como

25 Ahora incorporadas a la formación del estudiante en muchas de las *Escuelas Bolivarianas* y en muchos de los *Liceos Bolivarianos*.

26 Concepto que se interrelaciona con la *cosmovisión* [weltanschauung] (visiones de la matemática, de la educación matemática y de la sociedad) del profesor y de los estudiantes. “La equidad se refiere a tratar a [las y] los estudiantes de manera justa y equitativa” (Beyer, 2002, p. 17); tiene que ver con: (a) Maneras diferentes de demostrar competencias, (b) Instrucción diferenciada a los estudiantes acorde con los diferentes estilos de aprendizaje, (c) Tiempo variable dedicado por el docente a cada estudiante y ayuda por parte de éste de acuerdo con las necesidades del educando, (d) Provisión de materiales curriculares bilingües a aquellos estudiantes cuyo idioma materno no sea el castellano (por ejemplo a las comunidades indígenas), etc. Este autor deja claro que la equidad y la igualdad no son sinónimos; esta última consiste en tratar a todos los estudiantes de la misma manera.

27 Ver también Medina (2005).

28 Aunque esta función del conocimiento también apoyó modelos pedagógicos en otros momentos históricos.

de su papel en su realidad social y cultural en tanto que amputan la posibilidad de construir colectivamente ideas teóricas y de emprender acciones prácticas transformadoras en y de su entorno. En ellas, la formación de la mujer y del hombre tiene que ver con la adaptación de éste al contexto, al mundo; no con su transformación. Estas ideas no pueden separarse de una educación crítica de la matemática.

"El conocimiento no modifica por sí mismo el mundo; es como si abriese el camino para la modificación sensorial de los objetos. Como esto va dirigido a la subordinación de la realidad al hombre y de la mujer, a la sociedad, a su humanización, el conocimiento que estimula tal cambio cumple la *función humanística de asimilación ideal a la realidad*" (Bichko, 1973, p. 39). Bichko (1973) describe solamente la función humanística del conocimiento, no habla de las dos primeras que se han expuesto párrafos atrás. Este autor sostiene que el conocimiento puede y debe servir a la humanización del hombre y de la mujer –premisa que siguieron el *Marxismo*, la *Teoría Crítica*, la *filosofía de la ciencia* y el *Realismo Crítico* de Bhaskar (1975, 2005); la *Pedagogía Crítica*, el *pensamiento* de Freire (1969, 1970, 1974, 1975, 1978, 1990) y la *Educación Crítica de la Matemática*.

La humanización del hombre y de la mujer[29] tiene que ver con las transformaciones cognitivas de las formas como se percibe el mundo, la sociedad, el papel de la mujer y del hombre en ella, así como la transformación de la sociedad en sí misma, de sus crisis y estructuras opresoras.

Las matemáticas escolares y el conocimiento matemático, tienen un potencial rol en ambos aspectos de la humanización; en ese sentido hablamos de una función humanística del conocimiento. Desde la *Pedagogía Crítica* y la *Educación Crítica de la Matemática* se han hecho importantes aportes teóricos y prácticos para la humanización del hombre y de la mujer.

Las ideas matemáticas, sus representaciones, los modelos y los algoritmos, tanto de las matemáticas que se han organizado lógicamente a través de los siglos (la ciencia matemática) como de las matemáticas propias de los grupos culturales (las matemáticas culturales), así como los paquetes de cálculo, las bases de datos y otras tecnologías, constituyen elementos que tienen un potencial papel (desde la educación matemática) en las transformaciones cognitivas que implica la humanización de la mujer y del hombre; y consecuentemente en su actividad individual y colectiva ante su sociedad y la realidad. La función humanística del conocimiento caracteriza una *educación que denominamos crítica*. Esta educación se caracteriza por la búsqueda de equidad en el contexto del aula de matemáticas; además, los algoritmos no se conciben como contenido (como en el paradigma del ejercicio), más bien se busca complementar metodologías como la resolución de problemas, los proyectos y la modelación matemática.

---

29 Profundizaremos sobre este concepto en la sección que sigue.

La tabla que sigue resume algunos aspectos de las tres funciones del conocimiento que hemos caracterizado.

Cuadro 0. *Tabla comparativa entre algunas funciones del conocimiento en la educación matemática.*

	Función Mercantilista	***Función Hegemónica-Tecnócrata***	***Función Humanística***
Criterios para una definición	Es el núcleo de los modelos pedagógicos basados en la entrega de información (fundamentalmente) por parte del o de la profesora y en la recepción de ella por parte de las y los estudiantes. Es la *educación bancaria* que describió Freire (1970) y la base de la *fantasía teórica* a la que alude Eisenberg (1991).	Es la base de los modelos pedagógicos que se orientan a la reproducción de las estructuras sociales existentes se relacionan con la función hegemónica y tecnócrata del conocimiento en tanto que no se proponen transformarlas. Esta función tiene que ver con la posesión de éste por parte de ciertos grupos como medio para apropiarse y consolidar el poder socioeconómico sobre las mayorías de la población; aunque también la relación se da a la inversa.	Núcleo de los modelos pedagógicos en los que la formación de la mujer y del hombre escapa de la adaptación de éste al mundo, al *statu quo*; y que se orientan a la humanización del hombre y de la mujer en sí y a la transformación del mundo. Es el modelo que se describe en la *Pedagogía Crítica* y en la *Educación Crítica de la Matemática*.
Papel del saber	Es la mercancía dentro del modelo pedagógico.	Es una posesión y un medio para consolidar, desde la educación, la hegemonía y las estructuras tecnócratas.	Es un medio que puede y debe servir a la humanización del hombre y de la mujer.
Concepción de la educación asociada	*Es la educación del dar/recibir.*	*Es la educación por el statu quo.*	*Es la educación crítica.*
Elementos en una educación matemática	☐ *Experiencias centradas en la exposición del o de la profesora y en la ejercitación de las y los estudiantes (paradigma del ejercicio).* ☐ *Énfasis en los algoritmos como contenido.*	☐ *Experiencias que reproducen en el aula de las relaciones de poder y opresión que están presentes en la sociedad.* ☐ *Inequidad en el contexto del aula de matemáticas.* ☐ *Poseer el saber matemático es la manera que tiene la educación de ubicar a sus poseedores en ciertas estructuras de la sociedad –y entre ellas a las estructuras tecnócratas.* ☐ *No necesariamente hay énfasis en los algoritmos.*	☐ *Experiencias orientadas a las transformaciones cognitivas de la forma como se percibe el mundo, la sociedad, el papel de la mujer y del hombre en ella; así como orientadas a la transformación de la sociedad en sí misma, de sus crisis y de sus estructuras opresoras.* ☐ *Búsqueda de la equidad en el aula de matemáticas.* ☐ *No hay énfasis en los algoritmos como contenido.*
	↑ *Tesis del SABER SABIO*	↑	*El saber popular y científico son importantes para una educación crítica de la matemática*

La tesis del saber sabio en educación se relaciona con las funciones *mercantilista* y *hegemónica/tecnócrata* del saber. El saber popular se vincula con la protomatemática que describió Bishop (1999). Estas ideas, junto con la discusión de algunos elementos sobre los conceptos de hombre y de mujer, de la realidad, y de la comunicación, permitirán aproximarnos a la descripción de una educación crítica de la matemática en y para el contexto de la sociedad venezolana.

La Especialización, el Concepto de Hombre y de Mujer y la Realidad

El Concepto de Hombre y de Mujer y la Especialización

Ahora bien, "¿cuál es el concepto de mujer y de hombre?" es una pregunta central en la Educación Matemática; de hecho, como señala Gramsci [C. XXXIII, IMS][30], es la primera y principal cuestión en la filosofía, además, está ligada a "¿qué puede llegar a ser la mujer y el hombre?". Esta pregunta, tal como la referente al saber o conocer, no encuentra respuestas explícitas en algunos de sus desarrollos. Sin embargo, con base en sus planteamientos teórico-prácticos, puede explicarse la naturaleza del hombre y de la mujer que se busca formar, así como su relación con su entorno. La concepción del saber sabio en la educación apunta hacia la especialización, restringe la actividad de las/los estudiantes al campo de la ciencia matemática. Ésta es una visión que se ha extendido en el diseño curricular de la educación venezolana, e incluso, en el ámbito internacional, compartimentando en campos de saber, en disciplinas, la actividad y pensamiento de las/los estudiantes; es recientemente que se han iniciado cambios en la Escuela, en el Liceo y en la Universidad, fundamentalmente a través del trabajo por proyectos y de la resolución de problemas.

El saber sabio como referencia única para la educación, y su consecuente especialización, deja al hombre y a la mujer la tarea de adaptarse al mundo, con sus desigualdades y estructuras opresoras. La especialización, en el contexto de la Escuela y del Liceo, e incluso, en la Universidad, limita la *concienciación* de la mujer y del hombre en tanto que forma para una "comprensión microscópica" de los problemas o crisis que están presentes en nuestra sociedad; se limita también la misma idea de problema, reduciéndolo hasta desvincularlo del hombre y la mujer y del mundo.

Entendemos la concienciación en los términos en que la define Freire (1975): la conciencia es tomar conciencia de algo, en cambio, la concienciación es la "profundización de la toma de conciencia" (p. 20), lo cual implica acercarnos al mundo con una mente epistemológica y considerarlo como objeto del pensamiento crítico, es en sí un acto de conocimiento que involucra develar la realidad; pero además la concienciación "no puede basarse en una conciencia del mundo, sino que hay una dialectización conciencia-mundo" (p. 22). Para ilustrar cómo se limita la concienciación desde la escuela pensemos en una educación cuyo eje central consiste en problemas como los siguientes:

(a) ¿Cuánto es 1820,05 menos 597?[31]

---

30 Ver también: Gramsci (1973).

31 Tomado de la prueba aplicada por el Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje (SINEA) al tercer grado de la Educación Básica en un estudio de ámbito nacional (Ministerio de Educación, 1998a, p. 142). La pregunta (b) se tomó de Ministerio

Mira este robot. ¿Qué parte de su cuerpo está formada por figuras que tienen los lados iguales dos a dos?

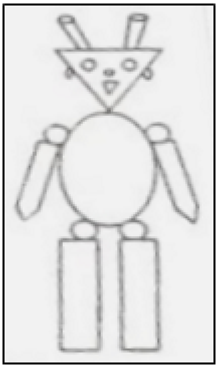


Figura 1. *Ejemplo de actividad propuesta por el SINEA (Ministerio de Educación, 1998a).*

(a) ¿Cuántos metros hay de la Escuela a la casa de Pedro, si la distancia es de 12,3 Km?
(b) Halla todas las soluciones del sistema homogéneo:

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - 3y = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

O bien en la actividad escolar centrada en la exposición del o de la profesora y en la recepción de información por parte de las/los estudiantes.

No queremos indicar con esto que problemas similares a los citados deben estar ausentes de la actividad matemática de las/los estudiantes: problemas como los descritos en (a) y en (d), entre otros, pueden darse en el marco de una experiencia didáctica no centrada en el esquema exposición-ejercicios, ni en la idea del saber sabio como único referente de la actividad matemática de las/los estudiantes. De hecho, problemas como el (a) o el (d) pueden presentarse en ciertos momentos de una experiencia didáctica que se corresponde con los supuestos que una educación crítica de la matemática tiene con respecto al saber o al conocer, a la idea de especialización, a las relaciones del hombre y de la mujer con el mundo, e incluso, a la misma idea de realidad.

Una experiencia centrada en problemas como (a), (b), (c) o (d) se puede corresponder a la tesis de la adaptación de la mujer y del hombre al mundo o a su sociedad –a sus desigualdades y estructuras de opresión, la cual es implícita en desarrollos como la *Didáctica Fundamental*, en varios trabajos dentro del *Enfoque Psicológico*, en el *Acercamiento Socioepistemológico*, y puede ser una crítica a la *Etnomatemática*. En cambio, el concepto de mujer y de hombre, o mejor, de mujer/hombre-mundo en relación dialéctica es un soporte para la

de Educación (1998a, p. 93); (c) de Ministerio de Educación (1998b, p. 132); y (d) de Sarabia y Barragán (s.f., p. 146).

Educación Crítica de la Matemática.

La educación es en sí un proceso humano. La especialización de ésta trastoca su naturaleza, es una educación sin mundo que se da en el plano de las ideas –en el saber a enseñar. Podemos preguntarnos entonces ¿qué tanto la transposición didáctica, la educación disciplinar o la pedagogía por objetivos (en el caso de otros desarrollos de la Educación Matemática) responden a la formación integral de la mujer y del hombre?

La formación integral no se consigue de manera sumativa como se asume en algunas perspectivas curriculares: compartimentando e incrementando disciplinas; ésta tiene que ver con la concienciación y la transformación social, política y económica del mundo, de su entorno.

Adorno (1998) ya planteaba la necesidad de una educación para la reflexión ante las atrocidades del mundo; la institución escolar es la llamada a ejercer ese papel. Freire (1975, p. 100) nos habla de la contradicción que supone una concientización (o concienciación) sin cambios en las estructuras sociales: "La conciencia no cambia a través de cursos y discursos, o por medio de prédicas elocuentes, sino únicamente por medio de la acción de los hombres [y de las mujeres] sobre el mundo". Concienciación sin transformación es moverse en el ámbito de las ideas, de la racionalidad; es además, una manera de separar a la mujer y al hombre del mundo. **El momento histórico que vive la República Bolivariana de Venezuela en la actualidad reclama nuevos hombres y nuevas mujeres**. La resistencia de nuestros aborígenes frente a la barbarie española, los movimientos independentistas y sociales ligados a la opresión de que han sido objeto nuestros pueblos, el nacimiento de las Repúblicas, las implicaciones socioeconómicas del capitalismo, la hegemonía de los Estados Unidos de América o las políticas armamentistas, guerreristas y de poderío militar-nuclear, el impacto de las tecnologías en la sociedad moderna, entre otros, son ejemplos de momentos que demandan un nuevo hombre y una nueva mujer. Mora (2001), refiriéndose a la educación matemática, señala lo siguiente: La educación matemática, especialmente en nuestro país, no ha asumido aún su responsabilidad ante las dificultades que presenta la mayoría de nuestros niños y jóvenes con la matemática y menos aún su responsabilidad ante los cambios sociales para los cuales ella necesariamente tiene que contribuir (p. 20).

La Constitución de nuestra República destaca a la educación y al trabajo como los procesos por medio de los cuales se pueden alcanzar fines como: La defensa y desarrollo de la persona y el respeto a su dignidad, el ejercicio democrático de la voluntad popular, la construcción de una sociedad justa y amante de la paz, la promoción de la prosperidad y bienestar del pueblo y la garantía del cumplimiento de los demás principios, derechos y deberes reconocidos y consagrados en la Constitución (Constitución de la República Bolivariana de Venezuela, 1999, art. 3º). Así mismo, en nuestra Carta Magna se prioriza la justicia social, la igualdad, la no-discriminación, y valores como la libertad, la independencia, la paz, la solidaridad y la cooperación.

Para la construcción de la sociedad que traza la Constitución no son suficientes por sí solas las acciones políticas, administrativas, económicas, o vinculadas a la infraestructura, a la vialidad y al transporte, entre otras, sino que ello pasa por el compromiso histórico de formar una nueva mujer y un nuevo hombre. Llamado que ya se hiciera desde el ideario Bolivariano.

Un hombre y una mujer:

1. *INDIVIDUAL*; interesado(a) por sí mismo(a) y su crecimiento, no por los otros o por la realidad en que vive[32].
2. *TAYLORIZADO(A)*, tal como se popularizó desde comienzos del siglo XX en los Estados Unidos y posteriormente en muchos otros países desde el impulso de la empresa y su énfasis en la productividad.
3. *EXPLOTADOR(A)* de los recursos naturales en detrimento del ambiente y su equilibrio –o bien, explotador(a) de otros(a) ciudadanos(as) –llamado(a) por los beneficios económicos.
4. *BANCARIO(A)*, en tanto que fue formado(a) y sigue la lógica dar/recibir conocimientos como motor de la sociedad[33]; no responde al momento histórico que afronta la República Bolivariana de Venezuela –trabajos como los de Adorno (1998) y Sacristán (1994) nos advierten de la relación entre ciertos modelos educativos y el tipo de hombre/mujer que intentan formar.
5. En cambio, un hombre y mujer *CRÍTICO(A) Y SOCIAL* que interactúa con el mundo y con los otros con una mente epistemológica, con la intención de develar el lado matemático de la realidad (con una visión interdisciplinar) y de actuar para transformarla (en función de las crisis o problemas que afecten al entorno) creemos que responde a las complejidades de nuestra sociedad moderna; hombre/mujer que aquí denominamos crítico(a) y social. Es claro que las categorías presentadas no son disjuntas ni abarcan todos los tipos de hombre/mujer.
   El hombre y mujer *CRÍTICO(A) Y SOCIAL* se diferencia, por ejemplo, del hombre/mujer polivalente del que hablaban Marx y Engels[34].

La pretensión a-política de la educación (o de la neutralidad política de la educación) puede asociarse a la formación del hombre o mujer taylorizado(a), explotador(a) y bancario(a).

Por otra parte, nociones como "transposición didáctica" y "transferencia" guardan cierta relación con algunos de los descriptores del hombre/mujer no-crítico(a) y no-social. Surgen entonces preguntas como ¿qué tipo de hombre/mujer busca formar la Didáctica Fundamental, el Pensamiento Matemático Avanzado, el Enfoque Ontosemiótico de lo Didáctico, etc.? Ya en secciones anteriores hemos destacado algunos de los aportes teórico-metodológicos de estas perspectivas; no obstante, también presentamos algunas de sus limitaciones. El hombre/mujer crítico(a) y social es en esencia un hombre/mujer humano(a). [ver la tabla que sigue].

Parte de la educación en nuestro país y en el ámbito internacional ha guardado relación con algunos elementos de la formación de un hombre/mujer individual, taylorizado(a), explotador(a) y bancario(a).

También es justo mencionar que en el currículo dado en la práctica (o currículo real) son muchas las experiencias educativas que se orientan a la formación de un nuevo hombre/mujer –lamentablemente no reportadas por escrito.

32 Ver Lipovetsky (2002) para un análisis del (hiper)individualismo en la sociedad moderna.

33 Ver Freire (1970).

34 En el *capítulo II* se ampliará la descripción de estos conceptos.

Cuadro 1. *Sobre el concepto de hombre y mujer desde la educ. matemática.*

<table>
<tr><th>Mujer/Hombre</th><th>Descripción</th><th colspan="2">Influencias</th></tr>
<tr><td>Individual</td><td>Es el hombre/mujer interesado(a) en sí mismo(a), no en los otros y otras ni en la realidad.</td><td>☐ Concepción de la Escuela Tradicional: signada por el orden y el método (Comenio), cerrada a la realidad que envuelve a la institución escolar, y autoritaria.</td><td rowspan="4">Capitalismo – Pretensión a-política de la educación – Visión del hombre como dominador de la naturaleza y sus recursos – Visión hegemónica.</td></tr>
<tr><td>Taylorizado(a)</td><td>Formado(a) para tareas específicas y repetitivas. Su función es la de participar y contribuir en la producción de la empresa en un mundo cuyo motor es la economía de empresa.</td><td>☐ Pedagogía por Objetivos.
☐ Enfoque Taylorista de la administración de empresas.
☐ Movimiento Utilitarista estadounidense de principios del siglo XX.</td></tr>
<tr><td>Explotador(a)</td><td>Su pensamiento y acción van en detrimento de la conservación del ambiente y sus recursos, así como de la energía (electricidad, gas, gasolina, etc.).</td><td>☐ Tendencia al consumismo promovida desde las empresas y los medios de comunicación e información de masas.
☐ Especialización y compartimentación en estancos separados del diseño curricular escolar.</td></tr>
<tr><td>Bancario(a)</td><td>Sigue la lógica dar/recibir conocimientos como el motor de la sociedad. Tal hombre, en el caso de los especializados en ciertas áreas técnicas y científicas pueden contribuir con el establecimiento de estructuras tecnócratas en el país.</td><td>☐ Educación Bancaria [descrita por Freire (1970)]
☐ Función mercantilista y hegemónica/tecnócrata del conocimiento.
☐ Tesis del saber sabio como única fuente del saber.</td></tr>
<tr><td>Crítico(a)-Social</td><td>Es un hombre o mujer que interactúa con el mundo y con los otros y otras con una mente epistemológica, con la intención de develar el lado matemático de la realidad (con una visión interdisciplinar) y de actuar para transformarla (en función de las crisis o problemas que afecten al entorno local, regional o mundial).</td><td>☐ Teoría y Pedagogía crítica.
☐ Educación Crítica de la Matemática.
☐ Perspectiva Sociocultural de la Educación Matemática.
☐ Ideario de Simón Bolívar.</td><td>Democracia participativa – Sociedad social.</td></tr>
</table>

Realidad, Semi-realidad y No-realidad

Una manera de minimizar el concepto de hombre/mujer se da a través de la idea de mundo o realidad. Desde una lente idealista, la realidad existe solo en nuestro pensamiento; en el objetivismo la realidad crea o forma la conciencia. En los primeros es lejana toda idea sobre la transformación y de una educación que se oriente a tales fines. Por otra parte, podría considerarse, como en el racionalismo, que la razón es el instrumento para comprender el mundo; no obstante, en unos y otros la acción para la transformación como complemento de la concienciación no forma parte de sus ideales educativos. La visión parcial, incompleta o irreal del mundo es esencial a una educación a-crítica en tanto que forma un hombre/mujer en desconexión con su mundo.

El mundo, o la realidad, puede ser visto como un estado de cosas, un *statu quo* junto con la tesis (a priori) de que es algo "natural" a lo que las mujeres y los hombres deben adaptarse. Idea que está presente de manera implícita en muchos desarrollos de la Educación Matemática. Si es así, ¿por qué pensar en el rol sociopolítico que puede desempeñar la educación? En tal sentido, la "realidad" que envuelve la actividad matemática en estos desarrollos no se corresponde con la realidad en sí. Un ejemplo de ello se encuentra en los problemas que hemos citado. Más aun, en esta educación no se busca relacionar dialécticamente mujer/hombre y mundo. Lo cual es una consecuencia de la especialización, y se concreta en la actividad intramatemática. La referencia al saber sabio guarda relación con ello. La realidad, entonces, no es parte ni contexto de la reflexión y actividad de las/los estudiantes. Freire (1975) identifica este proceso con la deshumanización.

La relación (de la educación matemática) con la realidad puede, por otra parte, simplificarse. Este es el caso de la actividad inherente a una realidad atomizada (o semi-realidad) que se ilustra en tareas cuyo fin último es, por ejemplo, determinar el promedio de edades del grupo escolar (del aula) o estimar el gasto familiar en alimentos para un cierto tiempo, entre otros. O bien en actividades basadas en problemas como "¿cuántos metros hay de la Escuela a la casa de Pedro si [...]?". Problemas con este tipo de no-realidad están presentes en todos los niveles de la educación venezolana, aunque también en el ámbito internacional. ¿Qué educación se busca con estas formas de entender o asumir la realidad? Su aislamiento de la actividad escolar o su atomización no conducen a lo que Freire (1975) llama desvelamiento de la realidad. Estas concepciones de la realidad son las que critica Bhaskar (1975) en *A realist theory of science*, tanto para las ciencias naturales como para las sociales.

Bhaskar (1975) se preguntó ¿cómo debe ser la ciencia para estudiar el mundo? y ¿cómo debe ser el mundo para que sea estudiado por la ciencia? Preguntas que abarcan la epistemología y la ontología; en nuestro contexto podemos preguntarnos, además, ¿cómo debe ser la educación? y ¿cómo debe ser la mujer y el hombre? Con base en ellas podemos preguntarnos:

(1) ¿Cómo se concibe al mundo o la realidad desde la Educación Matemática?, o bien,
(2) ¿Cuál es la naturaleza de la relación *educación matemática – mundo/realidad*?

Hay enfoques de la educación matemática en los que el mundo o la realidad es entendida como estable y caracterizada por relaciones lineales entre sus fenómenos. Un ejemplo de ello es la cuestión planteada en (c): aquí al o a la profesora no le resulta relevante si la distancia entre la Escuela y la casa de Pedro se mide en línea recta o no, si el terreno es plano o no; tampoco le es relevante si hay de hecho un "Pedro" en el aula, es decir, "Pedro" es un niño que no está en el grupo de estudiantes, así como la interesante dificultad de cómo calcular o estimar en la práctica esta distancia. En este enfoque se revelan las respuestas a las preguntas (1) y (2).

La realidad y el mundo son, de hecho, caóticos, y las relaciones entre sus fenómenos no son todas lineales. La realidad es también crítica. En nuestra sociedad, la venezolana, así como en la Latinoamericana en general, se encuentran estructuras de poder que han incidido en la pobreza, la desigualdad y la opresión. **Una *Educación Crítica de la Matemática* no puede escoger qué tipo de realidad envuelve al grupo escolar. Tampoco puede eludir**

el potencial rol sociopolítico que tiene. Es por ello que preguntas como ¿qué puede hacer la educación matemática ante las crisis, las desigualdades y la opresión?, resultan focales para una *Educación Crítica de la Matemática* en el contexto de la sociedad venezolana. De hecho, ya en el *Enfoque Realista* en la Educación Matemática de Hans Freudenthal (1983) se sostenía que la actividad matemática de las/los estudiantes debía conectarse con los fenómenos sociales y naturales; tesis que, sin olvidar la naturaleza crítica de la realidad, seguimos en este trabajo. La realidad, no la atomizada ni la no-real, es propia a una Educación Crítica de la Matemática, a una educación con un explícito rol sociopolítico. Es por lo que hablamos de una relación dialéctica mujer/hombre-mundo. En cambio, en desarrollos como la *Didáctica Fundamental*, el *Pensamiento Matemático Avanzado*, entre otros, la realidad o el mundo constituye un *statu quo* en el que la educación matemática no tiene un rol relevante en su transformación, mas sí en la formación para la especialización de la mujer y del hombre; planteamientos que pueden identificarse con la tesis de la adaptación de la mujer y del hombre al mundo –con la adaptación al *statu quo*.

Con base en estas ideas se pueden abordar en el contexto del aula problemas como:

- *(a) Petróleo y gas,*
- *(b) Seguridad alimentaria,*
- *(c) Pobreza,*
- *(d) Enfermedades cardiovasculares,*
- *(e) Accidentes de tránsito,*
- *(f) Hábito de fumar,*
- *(g) Consumo de drogas,*
- *(h) Consumo de bebidas alcohólicas,*
- *(i) Embarazo precoz,*
- *(j) Territorio y soberanía,*
- *(k) Contaminación,*
- *(l) Guerras e invasiones,*
- *(m) Radiación,*
- *(n) Telecomunicaciones,*
- *(o) Sistemas de elección,*
- *(p) Alimentación,*
- *(q) Patrones de belleza,*
- *(r) Consumo de agua potable,*
- *(s) Consumo de energía eléctrica,*
- *(t) Buhonería,*
- *(u) Preservación de las especies de los reinos animal y vegetal,*
- *(v) Medios de comunicación,*
- *(w) Vialidad y desarrollo de las comunidades,*
- *(x) Medicinas, monopolios y seguridad social, entre muchos otros.*

Los cuales son propios de la realidad venezolana, aunque también tienen presencia en el ámbito internacional. Planteamiento que no es parte de desarrollos como la *Didáctica Fundamental*, el *Pensamiento Matemático Avanzado*, el *Acercamiento Socioepistemológico*, el *Enfoque Ontosemiótico*[35], entre otros.

---

35 Ver Godino y Batanero (1994), y Godino (2002).

La realidad aquí no se resume a problemas o ejercicios como los citados en el párrafo anterior; la realidad para la experiencia didáctica vinculada a la *Educación Crítica de la Matemática* es *crítica* y *contextuada*.

En este sentido, resulta importante abordar estos problemas desde el contexto del aula de matemáticas. Las matemáticas escolares pueden adquirir un papel central en la descripción, estudio, interpretación y análisis de los problemas o crisis; así como en el desarrollo del *sentido común* y de la *crítica*[36] de las/los estudiantes y de la ciudadanía en general.

Individualismo y Statu Quo

En este punto podemos distinguir algunos obstáculos para viabilizar una educación crítica de la matemática. Estos obstáculos pueden buscarse tanto en las concepciones que se ha formado el hombre/mujer moderno(a) de sí mismo(a) y de su relación con el mundo, como en las estructuras sociales, económicas y políticas. Naturalmente, pueden establecerse relaciones entre ambas.

Uno de estos obstáculos es el individualismo. Lipovetsky (2002) identifica el individualismo como una de las características de la sociedad moderna; sin embargo, en *El imperio de lo efímero* sostiene que "La sociedad hiperindividualista no es equivalente a la desaparición de las luchas sociales" (Lipovetsky, 1990, pp. 315-316). El individualismo en tanto interés por sí mismo, por la persona, y desinterés por el hombre/mujer y la realidad, es, paradójicamente, el índice común de nuestra sociedad. Los medios de comunicación de masas y las estructuras (económicas) de poder fundadas en el capitalismo requieren "individuos", requieren una sociedad de "individuos". La educación también ha servido a estos intereses al no imbricarse con el mundo y su transformación; al no buscar la formación de un nuevo hombre/mujer consciente. Lipovetsky, en cambio, no habla de la necesidad de un nuevo hombre/mujer. En una sociedad *hiperindividualista* se satisfacen muchas condiciones para limitar las luchas sociales. La idea de individuo es una manera de vaciar el concepto de hombre/mujer y de hombre/mujer-mundo.

El individualismo es un tema que ha ocupado un lugar especial en la discusión de asuntos filosóficos, políticos y educativos en la sociedad moderna. Incluso, su relación con los sistemas de gobierno democráticos y con las revoluciones. Por ejemplo, Tocqueville (1982) estudia la evolución del individualismo en Francia desde la sociedad aristócrata tradicional hasta la sociedad democrática moderna[37]. Tocqueville acusa a los "reaccionarios" de ver solamente el lado negativo del individualismo (la separación entre los individuos y la ruptura de los lazos sociales), y a los "liberales" de ver solamente su lado positivo (la libertad del individuo para vincularse con otros individuos). Sin embargo, si se ve en el individualismo cierta libertad para vincularse con otros, ¿no es esto último una manera de desvincularse de, por ejemplo, intereses y necesidades sociales? Este lenguaje nos recuerda una de las tesis de Lipovetsky en este punto: la que afirma que una sociedad hiperindividualista no detiene las luchas revolucionarias. El "lado positivo" del individualismo, tal es la óptica de los liberales, oculta la posibilidad de las luchas sociales. Siguiendo

36 Estas nociones se estudiarán en el *capítulo II*.

37 Hasta el siglo XIX.

a Ros (s.f.), Tocqueville sostiene en síntesis que el individualismo es de origen democrático, surge de la igualación de condiciones, pero la revolución intensifica sus efectos (p. 39). Al respecto, Ros sostiene que "cuando la igualdad se introduce en el universo social y se difuminan los vínculos elementales, los hombres [y mujeres] se vuelven como indiferentes entre sí y no se preocupan más que de sus intereses individuales" (p. 42); idea que no se corresponde con la realidad actual: pensemos en el caso de sociedades en las que existen grandes desigualdades, como la estadounidense, y, contrario a como supone Ros, son precisamente las que demuestran un individualismo acentuado.

En muchas otras sociedades, incluida la venezolana, también se presenta este fenómeno, aunque con un menos grado de acentuación.

Desde nuestro criterio hay inconsistencias en las aseveraciones de Tocqueville sobre el individualismo. De acuerdo a este autor, tal como señalamos, "la revolución intensifica sus efectos"[38]. En contraste podemos pensar en las revoluciones que han nacido de intereses comunes y de la necesidad de transformación de las estructuras, incluida la Revolución Francesa (que enmarca el análisis de Tocqueville) y los avances en ese sentido que caracterizan al proceso revolucionario venezolano desde fines del siglo XX. Y no en el "odio" y la "envidia" tal como sostiene este autor al describir al campesino francés del siglo XVIII en su opresión y explotación, en su angustia: "Haga lo que haga, por todas partes encuentra a esos vecinos incómodos que perturban su alegría [los explotadores –la clase alta], dificultan su trabajo, comen sus productos, y cuando se ve libre de ellos, se presentan otros, vestidos de negro que se llevan lo más granado de su cosecha. **Imaginaos la condición, las necesidades, el carácter, las pasiones de este hombre** [y esta mujer]**, y calculad, si es posible, todo el odio y la envidia que se han acumulado en su corazón**" [negrillas añadidas] (Tocqueville, 1982, p. 76). Esta es una forma de minimizar el contenido la Revolución Francesa y de las revoluciones en general. La transformación es el eje de las revoluciones; no lo son el odio y la envidia. La visión de Tocqueville está aun hoy presente en el caso de los cambios que se adelantan en la sociedad venezolana; nos referimos fundamentalmente a la concienciación que se está alcanzando en buena parte de la población en relación con problemas que le son fundamentales (sobre la organización popular,

---

38 De hecho, en *La democracia en América* (Tocqueville, 1957) [obra en la que estudia las instituciones estadounidenses como expresión de las costumbres, estilo de vida y principios en que se apoya el Estado democrático, y desarrolla una teoría de este Estado], compara la igualdad de condiciones y entre las y los ciudadanos que había observado en los Estados Unidos con lo que, según su criterio, había sucedido en Francia tras la democracia: la democracia "derribó todo lo que se encontraba a su paso, sacudiendo aquello que no destruía. No se la ha visto captando poco a poco a la sociedad, a fin de establecer sobre ella apaciblemente su imperio; no ha dejado de marchar enmedio (sic) de desórdenes y de la agitación del combate" (p. 8). La aseveración de Tocqueville deja ver su oposición a las revoluciones como marco para las transformaciones sociales y económicas. Por otra parte, también puede discutirse el supuesto de que la sociedad estadounidense de la época (1830) se caracterizara por la igualdad de condiciones y entre sus ciudadanos. Al respecto se pueden encontrar argumentos en la situación, para la época, del hombre negro en comparación con la del blanco estadounidense –por ejemplo. Referimos estas ideas aquí pues la obra de Tocqueville (1957) constituye una importante fuente en la ciencia política, así como en las discusiones sobre el papel social y político que puede desempeñar la educación y la educación matemática en particular.

la economía, la propiedad de la tierra, la energía y la cooperación en el ámbito internacional). La transformación nace de los pueblos y no del individualismo, es así como se muestra en la realidad. Por esta razón hemos discutido sobre el concepto de hombre/mujer en el marco de la construcción de una educación crítica de la matemática en nuestro país. La educación no es neutra con respecto al individualismo. Toda perspectiva de esta disciplina no puede dejar de lado la reflexión sobre el tipo de hombre/mujer que busca formar, no puede circunscribirse solamente a qué cosas debe conocer encerrado en la ciencia matemática. Ello es una forma de afianzar o consolidar el *statu quo*, y junto a ello, sus desigualdades.

Ejemplos de cómo la educación matemática puede afianzar el *statu quo* se encuentran en la ausencia del diálogo y de la cooperación en las actividades escolares, en la competitividad, en el aprendizaje encerrado en la ciencia matemática y en las visiones deformadas de la realidad (bien a través de su atomización –semi-realidad, o de su sustitución por una no-realidad).

La dicotomía mujer/hombre y mundo, esto es, la separación de estas ideas en el campo educativo, puede conllevar el individualismo; precisamente una de las formas de servir a las estructuras de poder y opresión.

Al individuo, en esta dicotomía, le resta la adaptación al mundo, no su transformación. Es por esta razón que se ha criticado a la escuela como reproductora de las estructuras sociales, y con ello, sus desigualdades, injusticias y opresión. Ahora bien, pensar en el colectivismo como respuesta a ello esconde, tal como lo plantea Bhaskar (2005), algunas confusiones. Bhaskar, desde su *Realismo Crítico*[39], explica cómo el colectivismo ha encontrado expresión, en el ámbito político, en la socialdemocracia (ob. cit., p. 3). En este ámbito, el colectivismo se identifica con la "mejora de ciertas situaciones"; es un colectivismo que descansa en la representación (o en lo que se conoce como democracia representativa); esconde, por tanto, la acción y la transformación abogando por las reformas. Se oculta así la emancipación, la liberación.

Ya en Simón Bolívar se encuentran raíces para este tipo de educación. En Bolívar vemos su preocupación y lucha por la justicia e igualdad, la idea de acabar con la miseria de las grandes mayorías, su amor a la patria y la tesis de que la educación debe orientarse a la construcción nacional. En Rodríguez vemos su idea de la primera escuela como la institución más importante en la formación del nuevo/a ciudadano/a en los ámbitos social, físico, científico y, moral, y su impulso a la educación para el trabajo[40]. Planteamientos que, tras más de ciento setenta años de la muerte de Bolívar, tienen vigencia en la actualidad. La miseria y la opresión han adquirido nuevas formas desde entonces; sin em-

---

39 "El realismo crítico, científico y trascendental que propongo concibe el mundo como estructurado, diferenciado y cambiante. Y se opone por igual al empirismo, al pragmatismo y al idealismo. Los realistas críticos no niegan la realidad de los sucesos y los discursos. Por el contrario, insisten en ellos. Pero mantienen que seremos capaces de entender –y cambiar– el mundo social si identificamos las estructuras actuantes que generan esos sucesos y discursos. Esas estructuras no son reducibles a las tendencias ni de los sucesos, ni de los discursos. No son espontáneamente perceptibles en las tendencias de acontecimientos observables. Éstas pueden identificarse a través del trabajo práctico y teórico de las ciencias sociales" (ob. cit. p. 2). Ver también: Bhaskar (1975).

40 Naturalmente, dejando de lado sus planteamientos sobre la división de las escuelas según la raza.

bargo, la liberación y el papel que la educación, y la educación matemática en particular, pueden jugar en ello aún son necesidades de primer orden en el contexto de la sociedad venezolana, y posiblemente en el ámbito Latinoamericano.

Vemos entonces cómo el tipo de realidad que se asocie a la educación matemática (y a la educación en general) puede influir en el concepto de mujer/hombre, si se le ve desde un plano teórico, y en la formación de éste en relación con el mundo, ya en el proceso aprendizaje/enseñanza.

La Comunicación en la Educación Matemática: ¿Entrega/Recepción de Información?

Junto al *saber* o *conocer* y al concepto de *mujer/hombre* se encuentra la idea de *educación* como otra de las nociones básicas que, como hemos señalado, aún cuando sostienen a los planteamientos pedagógicos, filosóficos, psicológicos y didácticos de las perspectivas teórico-prácticas de la Educación Matemática que hemos citado, no se dan explícitamente en algunas de estas perspectivas, o bien, no se identifican con una pedagogía crítica de la matemática. Un ejemplo de ello es asumir la comunicación en educación como la simple entrega/recepción de información, idea que soporta buena parte de la actividad docente en el ámbito venezolano y mundial. En Serrano (2005c) se discute la entrega/recepción de información como una manera de limitar el proceso de comunicación en el aula de matemáticas. "La manera como se entienda a la comunicación en el aula de matemáticas puede incidir enormemente en la Educación Matemática" (ob. cit., p. 12). Si la educación matemática, y la educación en general, es vista como el espacio en el que se forma el ser crítico que asume y usan las matemáticas como una herramienta importante para la comprensión de la realidad y de su transformación, entonces recae en la comunicación un papel relevante en el aprendizaje/enseñanza de la matemática (ob. cit., p. 9). Ello contraría el que se entienda a la comunicación en educación como la simple entrega y recepción de información, o del saber tal como se plantea en la *Didáctica Fundamental* y en otras perspectivas teóricas de la Educación Matemática. Ciertamente la entrega y recepción de información se dan en la práctica educativa, pero queremos destacar aquí que cuando la entrega de información se convierte en el fin último del o de la profesora y se espera que sea recibida o comprendida por el grupo de estudiantes, entonces, además de los problemas inherentes a un esquema expositivo del trabajo en aula, se amputa el verdadero potencial que tiene la educación.

La tesis de la comunicación en educación o de la educación como entrega/recepción de información o de saber se corresponde con la concepción bancaria que describió Freire (1970). Además, pueden establecerse relaciones de una educación así con la consolidación del *statu quo* (y junto a ello con sus desigualdades y con la opresión).

La comunicación resumida a la entrega/recepción de información, tal como la hemos descrito, puede conllevar, paradójicamente, la *incomunicación* del grupo en tanto que no se explota la riqueza que es propia a este proceso. Tomemos por caso una clase de matemáticas caracterizada por la exposición del o de la profesora, bien para enunciar y explicar definiciones, teoremas o algoritmos, en la que las/los estudiantes se limitan a copiar de la pizarra lo que el o la profesora escribe, a responder preguntas y a resolver los ejercicios o problemas que se le asignan. Es por ello que hablamos de una educación resumida a la entrega/recepción de información o de saber; modelo que no seguimos en este trabajo.

Comunicarse tiene que ver con conocer, con construir aquello que solemos llamar significados (Serrano, 2005c, p. 5). He allí la importancia que adquiere la comunicación en los procesos educativos y especialmente en la educación matemática.

La comunicación, tal como sostiene Mellin-Olsen (1987), es una parte indisoluble de la actividad individual y grupal. De hecho, es difícil imaginar procesos educativos que no involucren la comunicación entre las/los estudiantes. Y, por otra parte, ésta "no constituye un ente estático ni cambiante solo por los factores internos al aula, sino que, obedece a las posturas de las o los profesores y de las/los estudiantes (las concebidas y las construidas en clase), así como al papel que le asigna la sociedad a la escuela" (Serrano, 2004b).

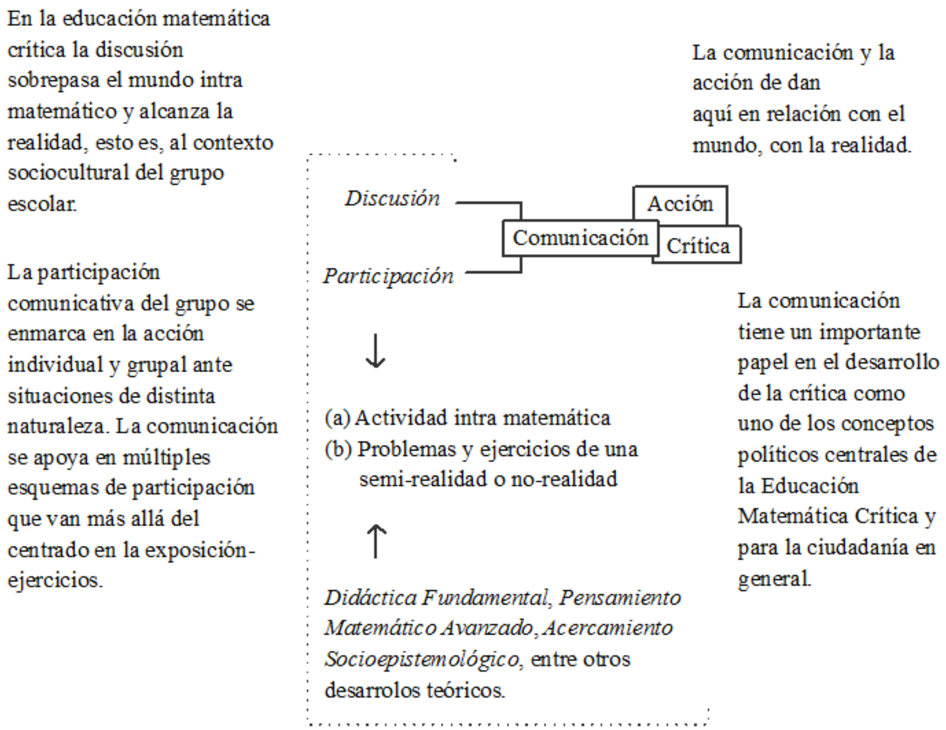


Figura 2. *Algunos elementos de la comunicación en la educación matemática. Se observa aquí que la discusión y la participación pueden darse también en una educación basada en la actividad intramatemática o en problemas y ejercicios de una semi-realidad o de una no-realidad. En cambio, éstas adoptan una naturaleza distinta al considerar los conceptos "acción" y "crítica".*

Es natural observar distintas formas de comunicación en el contexto del aula de matemáticas. Esto es, la comunicación adquiere forma en el contexto del aula (Serrano, 2005c). Además de la comunicación centrada en la *entrega/*

recepción de información o del saber, se puede hablar de una comunicación que *fomenta la discusión de ideas, la participación del grupo, la crítica o reflexión y, la acción.* Este último *tipo* de comunicación es el que pensamos debe darse en la educación y, en general, en el ejercicio de la ciudadanía (Serrano, 2005c, p. 10).

Si se asume que una educación crítica de la matemática en nuestro país debe vincularse a problemas del entorno social, político, económico y cultural, entonces la participación, la discusión de ideas y la acción del grupo son fundamentales. No puede hablarse de una educación con contenido político y crítico sin que ello involucre formas de interacción del grupo escolar distintas al esquema centrado en la *exposición del(de la) profesor(a)-ejercicios de las/los estudiantes*. Es por ello que la naturaleza de la comunicación en el contexto del aula es un punto relevante para los constructos teóricos que aquí desarrollamos, así como para la experiencia didáctica asociada a la *Educación Crítica de la Matemática*.

La discusión de ideas y la participación del grupo son elementos que pueden estar presentes en distintas prácticas educativas; sin embargo, éstas, junto con la crítica y la acción, poseen aquí un contenido político asociado a la concienciación y a la transformación. Tesis que no es sostenida por desarrollos teóricos como la *Didáctica Fundamental*, el *Acercamiento Socioepistemológico*, el *Pensamiento Matemático Avanzado*, así como por otros trabajos dentro del *Enfoque Psicológico*, e incluso, por ciertos desarrollos de la *Etnomatemática* y del *Enfoque sociocultural* (ver la Figura 2); así como por las experiencias didácticas vinculadas (explícita o implícitamente) a ellos.

Valero (1999) sostiene la importancia de la deliberación, o de la discusión grupal, en los procesos de aprendizaje/enseñanza de la matemática como una herramienta que puede contribuir al desarrollo y consolidación de las relaciones sociales de carácter democrático en la escuela, fundamentalmente en Latinoamérica. Y en Skovsmose (1998) se entiende a la interacción deliberativa como un tema relevante en el estudio, en el seno de la Educación Matemática, de las relaciones entre la educación y la democracia, incluso, en temas como la *modernidad* y la *sociedad de riesgo*. En estos puntos no es neutral la posición que se tenga sobre la democracia.

La discusión grupal en el contexto del aula de matemáticas, o la deliberación [tal como la llama Valero (1999)], puede ser un modelo para la comunicación en contextos más generales; esto es, puede ser un modelo para la comunicación de los grupos en el marco de la democracia que actualmente se desarrolla en la República Bolivariana de Venezuela. Democracia en la que hay una componente fundamental en la participación de los pueblos para la toma de decisiones sobre temas que le son esenciales y problemáticos (y no resumida solamente al acto formal de elección de autoridades). Característica que contrasta con el modelo de socialdemocracia que se sustenta en la representación[41], o bien, con el tipo de democracia en que han derivado dos destacadas referencias[42]: la francesa y la estadounidense.

Hoy en día, algunas democracias Latinoamericanas, y en particular la ve-

---

41 Que evolucionó en Venezuela desde la década de 1960 hasta finales del siglo XX.

42 En especial, por el impacto que tuvieron estos modelos políticos en buena parte de la comunidad internacional.

nezolana, están siendo impulsadas a desarrollar nuevas y distintas estructuras políticas en las que los pueblos puedan participar mucho más allá de lo que lo permite el *statu quo* y sus estructuras. Entonces, la comunicación en educación matemática, vinculada a la acción y a la crítica, es una de las bases para las experiencias didácticas asociadas a la *Educación Crítica de la Matemática*, así como para la ciudadanía en general. La deliberación adquiere así un importante papel en la concreción de experiencias en el marco de este rol sociopolítico.

La Educación Matemática: Hacia la Concienciación y la Transformación

Dos conceptos que pueden caracterizar a la educación matemática en el contexto de la sociedad venezolana son el de concienciación y el de transformación. Éstos, además, la distinguen claramente de otros desarrollos teóricos de la Educación Matemática.

La concienciación, como se señaló antes, tiene que ver con acercarnos al mundo o a la realidad con una mente epistemológica y considerarlo(a) un objeto del pensamiento crítico; la concienciación es en sí un acto de conocimiento que implica develar la realidad. Freire (1975, p. 22) sostuvo que la concienciación debe darse en el marco de una relación dialéctica conciencia-mundo, y no solamente con base en la conciencia; idea que seguimos en este trabajo. Es por esta razón que la discusión sobre el tipo de realidad a que se alude o que envuelve a la experiencia didáctica en la Educación Matemática resulta relevante.

Así, una experiencia didáctica centrada en la actividad intramatemática sin vínculos con la realidad social, cultural e histórica que nos envuelve, es lejana a procesos de concienciación de las/los estudiantes, y en general, del grupo escolar. Esto, como vimos, se identifica con una no-realidad como marco de la educación matemática.

Por otra parte, una semi-realidad como marco para ésta no se corresponde con la relación dialéctica que de hecho existe entre la formación de la conciencia y el mundo o la realidad. Las cuales se ilustran a través del énfasis en los ejercicios o en problemas como "*¿Cuántos metros hay de la Escuela a la casa de Pedro, si la distancia es de 12,3 Km?*", "*Si al doble de la edad de mi hermano se le añade mi edad que es 15 años, resulta la de mi papá que es 35 años, ¿qué edad tiene mi hermano?*", etc. Es en la *Educación Crítica de la Matemática* que resulta central su correspondencia con la realidad como fuente para los procesos de concienciación desde y en la institución escolar.

La concienciación desde la educación matemática, entonces, tiene que ver con develar la realidad, con comprender la realidad y las estructuras de ésta que representan problemas o crisis para la sociedad. Concepto que en el desarrollo que aquí presentamos se complementa con el de transformación. La *Educación Crítica de la Matemática* debe responder tanto a la necesaria concienciación del grupo escolar como a la idea y acción de transformar la realidad –esto es, sus crisis o problemas (en el Cuadro 2 se comparan algunos desarrollos teóricos de la Educación Matemática).

La concienciación se asocia a observar, a estudiar y a comprender las ideas y relaciones matemáticas que están presentes en los fenómenos y estructuras de la realidad que son críticas. Sin embargo, los procesos y la acción de observar, estudiar y comprender no se restringen a la "esfera" intramatemática, sino que se dan en conexión con el estudio de otros aspectos de la realidad, tal es el caso de ciertos factores sociales, culturales, históricos e incluso económicos que son propios al contexto de nuestra sociedad. La realidad es de hecho compleja; sus situaciones, y entre ellas las críticas, también lo son. He allí el potencial papel que poseen temas como la energía (gas, petróleo, etc.), el consumo de agua o de energía eléctrica, la soberanía territorial, las drogas, el hábito de fumar, las guerras, la radiactividad, las enfermedades cardiovasculares, las enfermedades de transmisión sexual, el embarazo precoz, entre otras que hemos citado.

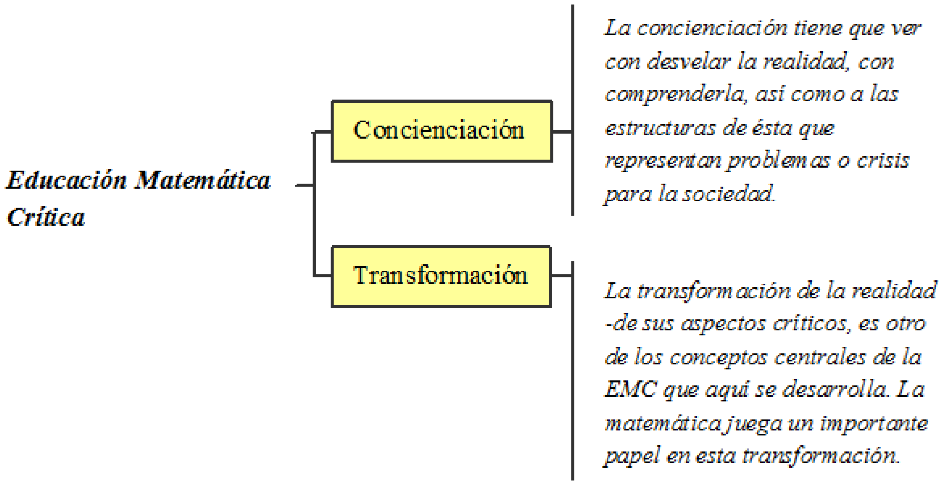


Figura 3. *Dos de las componentes centrales de la EMC en el contexto de la sociedad venezolana.*

En este enfoque pedagógico, didáctico y filosófico se entiende a la concienciación como un elemento que puede contribuir a la transformación de las crisis o de los problemas, así como a la formación de una nueva mujer y un nuevo hombre. La Educación Matemática, entonces, busca estrechar las relaciones entre la concienciación y la transformación. Son éstas dos de las características de la *Educación Crítica de la Matemática* que aquí se desarrolla.

La conciencia, la reflexión o la crítica son conceptos que han sido importantes en los planteamientos de teóricos como Adorno (1998) en el campo de la *Pedagogía General*. La autorreflexión crítica que Adorno (ob. cit., p. 81) exige a la educación, ciertamente acerca los conceptos de crítica y de educación –precisamente la base fundamental para el desarrollo de la *Pedagogía Crítica*; sin embargo, no los relaciona explícitamente con la idea de transformación. Hecho que sí está presente en los trabajos de Freire (1975) y Giroux (1989), en especial en sus trabajos sobre la alfabetización de adultos. Y también, por ejemplo, en McLaren y Jaramillo (2007). Skovsmose en *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (Skovsmose, 1999), obra que representa uno de los principales aportes a la sistematización de la EMC en el contexto de la sociedad danesa, no hace explícito el papel de la transformación en la educación crítica.

Cuadro 2. *Algunos criterios de comparación entre la Didáctica Fundamental, el Pensamiento Matemático Avanzado, el Acercamiento Socioepistemológico y la Educación Crítica de la Matemática.*

	Didáctica Fundamental *(DF)*	***Pensamiento Matemático Avanzado*** *(PMA)*	***Acerc. Socioepistemológico*** *(AS)*	***Educación Crítica de la Matemática*** *(ECM)*
Saber - Conocer	El modelo seguido es el *saber sabio* como única fuente para determinar el *saber a enseñar*. Las/los estudiantes deben usar el saber que ha sido creado por los sabios (matemáticos de profesión), o bien, reconstrucciones de éste.	Aquí también se asume que es en el ámbito de los matemáticos de profesión donde se produce el saber matemático. Ésta es entonces la referencia para el saber en el nivel universitario, e incluso, en los otros niveles de la educación.	Son importantes las "intuiciones primarias" de las/los estudiantes, tal como en otras perspectivas, así como el saber producido en el seno de la matemática como disciplina científica.	El saber se da en conexión con la realidad, con el mundo; no se restringe a la actividad intramatemática. Además, se entiende que en las culturas y sociedades existe una rica fuente de saber matemático.
Mujer/ Hombre	La mujer y el hombre se desenvuelven y adaptan al *statu quo*.			La mujer y el hombre existen en relación dialéctica con el mundo.
Realidad	La realidad no es cercana a la actividad matemática de las/los estudiantes. Es más bien un *statu quo* al que los grupos sociales deben adaptarse. Es común que esta actividad sea de tipo intramatemático, así como el trabajo con ejercicios y problemas en el marco de una semi-realidad o no-realidad.		La realidad es aquí el "escenario sociocultural". Sin embargo, este término no incluye que se vea a la realidad con un sentido crítico. Preguntas como ¿qué puede hacer la educación matemática para transformarla?, son ausentes en este enfoque.	La realidad social, cultural e histórica es la fuente para la reflexión y actividad de las/los estudiantes. Es también susceptible de transformarse. La *paradoja de la "sociedad de la información"* (Serrano, 2005b), más allá del alcance de la *paradoja de Vico* (Skovsmose, 1999), junto con las crisis, son parte de la realidad que busca afrontar la Educación Crítica de la Matemática.
Comunicación	La comunicación se inscribe en la actividad intramatemática o tiene que ver con ejercicios y problemas de una semi-realidad o no-realidad.			Es una manera de conocer, de construir significados. Hay peso en la discusión y en la participación cooperativa de y en situaciones reales.

(continúa)

Educación	En la DF se buscan y proponen situaciones que den sentido a los conocimientos matemáticos. Hay énfasis en el uso y reconstrucción de ideas matemáticas.	En el PMA se busca desarrollar los procesos cognitivos y metacognitivos vinculados al estudio de ideas matemáticas (conceptos, técnicas, pruebas y aplicaciones).	La enseñanza debe tomar en cuenta la naturaleza epistemológica del conocimiento matemático, su dimensión sociocultural, la cognición y las formas de "transmisión" de éste. En este sentido, se abordan problemas que permitan discutir aspectos epistemológicos y socioculturales del conocimiento matemático.	Es de naturaleza crítica y política. Se busca la concienciación del hombre/mujer como elemento para la transformación social de sus crisis (tal es el caso de las desigualdades, la pobreza y la opresión) a través del estudio y acción sobre problemas del contexto.
	Es un espacio para la especialización de la mujer y del hombre.			Es un espacio para la formación integral y para la ciudadanía. Para la formación de un nuevo hombre y una nueva mujer.

Notas: Hay muchos otros criterios de comparación además de los expuestos (por ejemplo: la idea de aprendizaje que se asume, el o los modelos de trabajo en el contexto del aula que se proponen, sus implicaciones y relaciones con el currículo establecido, entre otros); sin embargo, aquí restringimos la comparación a los cinco criterios del texto. Además, tal como se indicó, la comparación puede incluir a otros desarrollos de la Educación Matemática en los que no es explícito un rol sociopolítico como el que aquí se sigue (tales como el Enfoque Ontosemiótico, otros enfoques psicológicos distintos al PMA, etc.). Destacamos a la DF, al PMA y al AS por constituir, las dos primeras, perspectivas cuyos supuestos teóricos han tenido una importante influencia en el quehacer investigativo y práctico en parte de la comunidad de profesoras/es de matemática de la República Bolivariana de Venezuela; y la última, por ser una de las perspectivas que recientemente se ha desarrollado en parte de América Latina (concretamente en México).

Su énfasis, como se vio, se encuentra en los problemas relacionados con la formación de "competencias" en las/los estudiantes que les permitan criticar y juzgar decisiones gubernamentales que se apoyan en modelos tecnológicos y matemáticos. Para ello, sostiene que la educación matemática puede orientarse al ejercicio de una ciudadanía crítica, que impida, por ejemplo, la consolidación de estructuras tecnócratas en su sociedad democrática.

He allí la importancia que otorga en su trabajo a lo que denomina *paradoja de Vico*, y particularmente a la tecnología (precisamente una de las características de Dinamarca). Incluso, en el *Enfoque Sociocultural* de Bishop (1999) y en las implicaciones pedagógicas que se derivan de la *Etnomatemática* (D´Ambrosio, 1985), no está presente la idea de transformación ni la de crisis o problemas sociales como interés para la educación matemática. Tesis que consideramos necesario revisar considerando el papel que tiene la educación, y la educación matemática en particular, en la comprensión, acción y transformación en y sobre las estructuras sociales, económicas y políticas que configuran el *statu quo* de nuestro país. Una posición contraria, como vimos, contribuye con la consolidación de las estructuras de opresión y con las desigualdades que en éste son características.

De hecho, los planteamientos de Bishop (1999) y de D´Ambrosio (1985) se refieren a las actividades matemáticas que son propias a los grupos culturales y que se han desarrollado en éste como parte de su quehacer e interacción social; sin embargo, si la experiencia didáctica en el contexto del aula de matemáticas asume a este conocimiento matemático como invariante y se asume a la sociedad en sí misma como un todo al que la educación institucionalizada no debe transformar, entonces ésta educación no daría respuesta en el contexto de la sociedad venezolana a lo que hemos denominado paradoja de la "sociedad de la información".

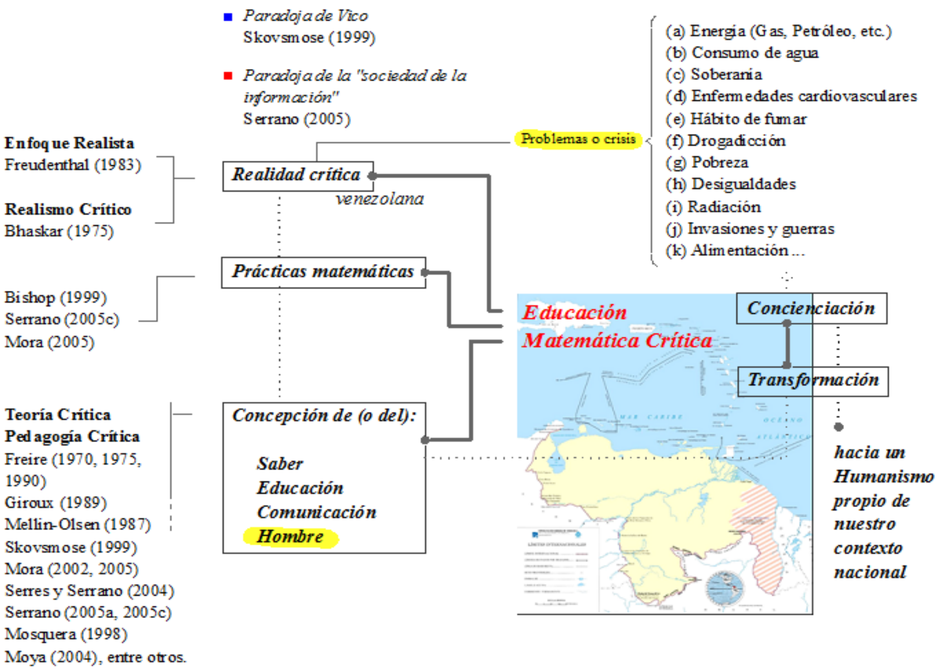


Figura 4. *Algunas de las bases para una Educación Crítica de la Matemática en el contexto de la sociedad venezolana. En este desarrollo hay énfasis en la concienciación y en la transformación de la realidad crítica. La concienciación y la transformación se relacionan directamente con el hombre/mujer y con los problemas o crisis presentes en la realidad. Estos conceptos pueden sentar los cimientos para orientarnos hacia un humanismo de la educación matemática en nuestro país.*

Los aportes del *Enfoque Sociocultural* y de la *Etnomatemática* pueden verse en el valor que toman las actividades matemáticas propias a ciertas culturas en el proceso de aprendizaje/enseñanza de las matemáticas; constituyen un enfoque distinto a la tendencia *euro centrista* que está presente en parte de la enseñanza/aprendizaje en nuestro país, así como en las matemáticas Universitarias. Aportes que deben interpretarse críticamente.

En los constructos teóricos que aquí se desarrollan la transformación constituye uno de los conceptos centrales. Éste es uno de los puntos que diferencia el desarrollo que aquí se expone del que realizó Skovsmose (1999) para su sociedad –la danesa, con el de Bishop (1999) y con las ideas pedagógicas que se pueden derivar de la *Etnomatemática* (D´Ambrosio, 1985). Distinción que encuentra sentido "epistemológico" si pensamos en que los modelos educativos, así como otros modelos propios de las ciencias sociales, no son adaptables a otros contextos distintos. Hecho que ha incidido decisivamente en el fracaso o problemas propios de ciertos modelos educativos llevados (exportados) a otros países[43]. Los modelos educativos deben construirse partiendo de la realidad que les servirá de marco.

Entendemos entonces a la concienciación de la mujer y del hombre como un elemento para la transformación de las crisis que afectan a la sociedad que lo envuelve (ver la Figura 4). Así como Adorno (1998) exigió a la educación que debía orientarse a la formación de la autorreflexión crítica y a evitar la ocurrencia de *nuevos Auschwitz*, se puede plantear a la Educación Matemática en el contexto de la sociedad venezolana la necesidad de educar para la concienciación y para la transformación de las crisis o problemas sociales. Planteamiento que puede orientar enfoques similares en otros países Latinoamericanos –naturalmente atendiendo al contexto de cada uno de estos países.

En la Figura 4 se muestran algunas de las bases teóricas que sustentan el desarrollo que aquí se da. Son fundamentales, tal como hemos visto, la manera cómo se entienda a la realidad y su papel en el proceso de aprendizaje/enseñanza de la matemática; la naturaleza de las prácticas matemáticas, punto en el que destacan las categorizaciones de Bishop (1999), Mora (2005) y Serrano (2005c); así como la concepción del saber o conocer, de la educación, de la comunicación y del hombre/mujer. **Conceptos que consideramos no son "transparentes" ni "secundarios" en cualquier perspectiva teórico-práctica de la Educación Matemática**. He allí el contraste que se ha hecho en este *capítulo* con programas como la *Didáctica Fundamental*, el *Pensamiento Matemático Avanzado*, el *Acercamiento Socioepistemológico* y el *Enfoque Ontosemiótico* de la Educación Matemática; e incluso, con programas "más cercanos" a la *Educación Crítica de la Matemática*, tal es el caso del *Enfoque Sociocultural*, del *Enfoque Realista* y de la *Etnomatemática*.

Hacia un Humanismo de la Educación Matemática en la República Bolivariana de Venezuela

La concienciación y la transformación en tanto conceptos centrales para una educación matemática en el contexto de la sociedad venezolana, se corresponden con el humanismo en educación que describieron, por ejemplo, Freire

43 Por ejemplo, la Pedagogía por Objetivos, el Movimiento de la Matemática Moderna y la estructura del modelo curricular español, han incidido en el diseño curricular de nuestro país en distintos momentos. En Europa y Latinoamérica puede referirse a otros casos.

(1975) y, McLaren y Jaramillo (2007). Freire (1975) sostuvo que: "Una educación solo es verdaderamente humanista, si en lugar de dar fuerzas a los mitos con los cuales se pretende mantener al hombre [y a la mujer] deshumanizado, se esfuerza en el sentido del desvelamiento de la realidad. Desvelamiento en el cual el hombre [y la mujer] vaya existenciando su real vocación –la de transformar la realidad–. Si por el contrario, la educación enfatiza los mitos y se encauza en el camino de la adaptación del hombre [y la mujer] a la realidad, no puede esconder su carácter deshumanizador" (p. 59). En McLaren y Jaramillo (2007) se discute la naturaleza de una pedagogía y de una praxis en el marco de la hegemonía que ha impuesto el imperio estadounidense en todo el mundo y en las implicaciones del sistema capitalista que se ha consolidado, aún con sus problemas internos. Estos autores sostienen la necesidad de un nuevo humanismo que puede desarrollarse desde la educación. Ciertamente existen relaciones entre el humanismo de Freire (1975) y el que describen McLaren y Jaramillo (2007). **Un verdadero o nuevo humanismo en educación encuentra sentido si se corresponde con la humanización del hombre y de la mujer y se acerca a los procesos de concienciación y transformación de la realidad y de la sociedad, alejándose así de la consolidación del statu quo**. Una educación matemática humanista en el contexto de la sociedad venezolana debe atender a preguntas medulares como:

(1) ¿Cuál es el concepto de *mujer/hombre* que se tiene? ¿Qué mujer y hombre se busca formar? ¿Contribuye o no con la *humanización de la mujer y del hombre*?
(2) ¿Cómo se concibe la *realidad*? ¿Cuál es la realidad que estudia la ciencia (la pedagogía de las matemáticas)? ¿Cómo se concibe a la *sociedad*?
(3) ¿Cuál es la relación entre el *hombre/mujer, la sociedad y la educación*?
(4) ¿Cómo se entienden a las *matemáticas*?
(5) ¿Cuál es la naturaleza del *saber (matemático)*?
(6) ¿Cómo se concibe la *comunicación* y cuál es su papel en la sociedad (y en la institución escolar)?

En este *capítulo* nos hemos ocupado de discutir algunas ideas en cada uno de estos puntos. La filosofía y la praxis de una educación crítica de la matemática en la sociedad venezolana pueden soportarse en estos constructos teóricos, así como en la concreción práctica de experiencias sistematizadas en nuestras instituciones escolares. Ciertamente, los modelos educativos que prevalecen en la práctica escolar venezolana distan del carácter humanista que aquí describimos; considerando que: (a) Se consolidó una *visión eurocéntrica de las matemáticas* en nuestro país; además, ha sido notoria la influencia del Movimiento de la Matemática Moderna[44]. Lo cual implica un distanciamiento de la realidad. La educación matemática se signa por la actividad intramate-

44 Ver el diseño curricular de la Educación Básica, Media Diversificada y Profesional. Aunque debemos acotar que el Movimiento de la Matemática Moderna llegó a Venezuela no directamente desde Europa sino a través de los Estados Unidos; así, al estructuralismo que caracterizó a este movimiento en tierras europeas se le amalgamó el conductismo que para la época influenció en los EE.UU.

mática. (b) El proceso de aprendizaje/enseñanza de las matemáticas se basa fundamentalmente en el *paradigma del ejercicio*[45] y en un énfasis en los objetivos, esto es, en una *pedagogía por objetivos*[46]. (c) El saber es considerado una posesión de los “sabios” (de los/las matemáticos/as de profesión); el/la profesor/a es un/a mediador/a entre la actividad de las/los estudiantes y ciertas adaptaciones del saber sabio (que pueden denominarse “saber escolar”).

El papel del/de la estudiante es recibir conocimientos y aplicarlos (o ser capaz de aplicarlos) en ciertas situaciones. (d) La institución escolar es vista como un espacio que permite adaptar al/ a la estudiante a su sociedad y lo capacita para interactuar en ella en un tiempo futuro. (e) Y, con respecto a la comunicación en el aula, ésta se caracteriza por un papel protagónico de la o del profesor en la emisión de ideas y en el control de todo el proceso. González (1997) señala algunas críticas al modo como se enseña matemáticas a las y los futuros profesores de esta disciplina en los institutos superiores de formación docente del país –en cierta forma coincidentes con los puntos anteriores: (a*) predomina la explicación como paradigma educativo, (b*) las matemáticas se conciben como ciencia hecha, no como una ciencia por hacer, (c*) el alumno es receptor de la donación que hace el docente, y (d*) el docente es un dador/donador de información. Elementos que considera parte de la tradición cuestionada del aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en nuestras latitudes.

Es precisamente por estos elementos que encuentra valor plantearse una educación matemática orientada a la concienciación y a la transformación, signada por la humanización de la mujer y del hombre y por una educación humanista propia de nuestro contexto nacional; en suma, hacia la construcción de una educación crítica de la matemática en nuestro país.

Pero, ¿por qué se plantea la necesidad de un humanismo propio de nuestro contexto nacional? El humanismo como orientación de la educación y de la educación matemática en nuestro país debe dar respuestas (al menos) a las seis preguntas medulares que citamos antes.

A través de ellas se puede describir la nueva mujer y el nuevo hombre que requiere nuestra patria, así como describir el potencial papel que tiene la educación en su formación. Una orientación humanista de la educación matemática también debe desprenderse de las funciones *mercantilista* y *hegemónica/tecnócrata* del saber que han caracterizado los distintos modelos educativos en Venezuela (así como en muchos otros países); tanto en el currículo desarrollado en la práctica como en el que se encuentra en los programas y en los libros de texto.

A Manera de Conclusión

Habermas (1982) sostuvo que “después de Kant la ciencia ya no ha sido seriamente pensada desde una perspectiva filosófica” (p. 12). Él sostuvo que la teoría del conocimiento se ha sustituido por una metodología vaciada de

45 Los libros de texto son una muestra bastante fiel de lo que sucede en el contexto del aula de matemáticas, precisamente por el papel preponderante que tradicionalmente han desempeñado en la educación en nuestro país y también en muchos otros países. En Serrano (2007) se puede ver el énfasis en los ejercicios de una selección de libros de texto de matemáticas del 7º grado de la Educación Básica venezolana.

46 Ver Sacristán (1994).

todo pensamiento filosófico (Ibíd.). Este no es el caso de algunos desarrollos en educación como la Pedagogía Crítica y la *Educación Crítica de la Matemática*. Con esto expresamos también que otros desarrollos, tal es el caso de la *Didáctica Fundamental*, de las perspectivas centradas en el método didáctico cuya reflexión filosófica no se corresponde con el contexto socioeconómico, cultural e histórico, o de las que se dan en el marco de una no-realidad o de una realidad atomizada (semi-realidad), no han sido pensadas "seriamente" hasta ahora.

Es decir, si nos circunscribimos a la estructura metodológica de la ciencia difícilmente podríamos objetar algo a su proceder científico, salvo si pensamos, como hizo Feyerabend (1989), en lo que denomina "simplificación racionalista del proceso ciencia" (Feyerabend, 1989, pp. 11-12); proceso que consiste en separar cierto dominio de investigación del resto de la historia.

Ello conlleva a que quienes se entrenan en ese dominio científico se condicionen con tal lógica. En cambio, si vemos más allá de la metodología de la ciencia (de la educación o de la pedagogía, en nuestro caso), no se escaparían preguntas básicas como ¿qué mujer/hombre se busca formar?, ¿para qué educar?, ¿es la educación simplemente la entrega/recepción de información?, ¿es acercarse únicamente al saber sabio?, ¿es su función la especialización de la mujer y del hombre?, ¿o la educación tiene un potencial rol en la transformación del mismo hombre, de la mujer y de la sociedad –del mundo? Desde preguntas como éstas puede estudiarse a enfoques como el *Pensamiento Matemático Avanzado*, a otros desarrollos psicológicos de la Educación Matemática, al *Enfoque Ontosemiótico* y al *Acercamiento Socioepistemológico*, así como a la misma *Educación Matemática Crítica* que sistematizó Skovsmose (1999) para su sociedad o a la que se construye en el contexto de nuestra sociedad (ver por ejemplo: Mora (2002, 2004, 2005, 2009, 2010), Serrano (2004a, 2005a; 2005b, 2009, 2010), Serres y Serrano (2004), Becerra (1990, 2006), Moya (2008), Becerra y Moya (2008a, 2008b, 2008c, 2009), Mora, Serrano, Beyer y otros (2006), Reverand (2009) y Torres (2010). Ver, además, los libros de texto de Matemática de la Colección Bicentenario para la Escuela Primaria y el Liceo venezolano –publicados por el Ministerio del Poder Popular para la Educación (2011, 2012).

La *Educación Crítica de la Matemática* que aquí se desarrolla hace explícito su rol sociopolítico en el contexto de la sociedad venezolana, a diferencia de las otras perspectivas teóricas que se han comentado en este *capítulo*; comprometiéndose así con la concienciación y con la transformación. Se entiende a la concienciación de la mujer y del hombre, desde la educación matemática, como un elemento para la transformación social de las crisis que afectan la realidad social, cultural e histórica, así como para la formación de una nueva mujer y un nuevo hombre. Educación crítica que a través de la experiencia didáctica busca generar acciones y desarrollar potencialidades que den "respuestas" teóricas y prácticas a las paradojas de la "sociedad de la información" y "de Vico", así como a los problemas y crisis que están presentes en la realidad venezolana; tesis que se entiende como una de las exigencias que se puede plantear a la educación matemática en la sociedad moderna.

Así, áreas como el ambiente, la tecnología, los valores, la energía, la agricultura, las comunicaciones, la industria, la organización de las comunidades, entre otras, resultan relevantes a la realidad crítica de esta educación.

La construcción de elementos teórico-prácticos para una educación crítica de la matemática soportada en los conceptos de concienciación y de transformación guarda relación con la humanización de la mujer y del hombre en el marco de la sociedad moderna y con un modelo contextuado de humanismo en la educación. Por otra parte, estos planteamientos pueden orientar desarrollos similares en otros países de América Latina, atendiendo naturalmente a la realidad que envuelve a su sociedad, así como a su historia, economía, cultura, necesidades y problemas característicos.

II

ALGUNAS VÍAS HACIA UNA EDUCACIÓN CRÍTICA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA

Introducción

¿Qué elementos pueden caracterizar al aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en nuestro país en la actualidad? *Esta pregunta no tiene una respuesta sencilla, considerando la complejidad del hecho educativo y sus particularidades en los diversos ámbitos y escenarios en los que se lleva a cabo*. Y no nos referimos solamente a los espacios formales que son propios de la educación institucionalizada. De hecho, en cada grupo que tenga como propósito estudiar matemáticas confluyen, explícitamente o no, posturas teórico-metodológicas sobre la educación matemática; ello forma parte de la *cosmovisión* (Beyer, 2002)[47] de cada uno de los miembros del grupo: docentes, estudiantes, madres, padres, etc. Por otra parte, es innegable la relación de la educación matemática con la educación en su sentido más amplio y en cómo ésta se ha dado en nuestro país en distintos momentos históricos.

En este *capítulo* nos dedicaremos a aportar algunas ideas para responder la pregunta que planteamos inicialmente.

En este sentido, "¿qué etapas se distinguen en la educación venezolana?"

---

47 Este concepto es muy popular en filosofía. Beyer (2002) utiliza este concepto en la Educación Matemática, he allí su importancia.

es una pregunta que puede contribuir con el propósito de mirar razonadamente el presente y el futuro de nuestra educación, y en particular de la educación matemática: desde la *educación informal de nuestras culturas aborígenes* que antecedió a la invasión y dominio por parte del Imperio Español, fundamentada en las tradiciones ancestrales y en la oralidad[48]; la *educación durante la Colonia* y su carácter clasista y elitista propio de la sociedad que le sirvió de marco –de la cual heredamos ciertas estructuras actuales, signada por la fe impuesta, el derecho divino de los reyes y el escolasticismo; la *educación en tiempos de las Repúblicas* fundada en el pensamiento de El Libertador Simón Bolívar –aunque en la práctica continuaran aplicándose los métodos memorísticos escolásticos; así como la *educación contemporánea* y sus momentos (a) de *orientación progresista* (basada, al menos en el terreno ideológico, en pedagogos como Pestalozzi, Montessori, Dewey, entre otros), (b) de *reforma* (con influencias del movimiento de la Escuela Nueva o Activa, y del Pragmatismo, entre otras posturas), y (c) de *refundación*[49] (propio de la actual República en la que diversos planes, misiones y proyectos se han orientado a solventar en cierto grado el analfabetismo y la exclusión en todos los niveles de la educación).

El pensamiento pedagógico imbricado con la necesidad de construir una nueva sociedad no debe limitarse a la ideología, teoría o contenidos que fundamentan los diversos elementos del diseño curricular (políticas educativas, programas, planes y libros de texto) –como ha sucedido en algunos de los momentos de la educación venezolana, sino que debe materializarse en la práctica. Ésta es una idea natural, y sin embargo, una de las más difíciles metas educativas[50]. Ello nos permite plantear una nueva pregunta: ¿cuáles vías permiten materializar una educación crítica de la matemática en nuestro país?; educación que sostenemos se corresponde con la necesaria comprensión de la realidad que nos envuelve y con la transformación de sus estructuras vinculadas con la opresión y con la naturaleza de la misma mujer y del mismo hombre.

Descriptores del Aprendizaje/Enseñanza de las Matemáticas en nuestro país en la actualidad

La discusión que hicimos en el *capítulo I* sobre los desarrollos teóricos de la Educación Matemática que han tenido mayor incidencia en la comunidad de investigadores en el ámbito internacional nos permite apuntar hacia algunos descriptores del aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en nuestro país en la actualidad.

Es preciso aclarar que estos descriptores obedecen, por una parte, a la naturaleza de las investigaciones llevadas a cabo en nuestro país (en el seno de la Educación Matemática) y a la naturaleza de la actividad en el contexto del

48 Desde la Etnomatemática se han hecho relevantes aportes en este sentido, con base en investigaciones de naturaleza histórica y etnográfica.

49 Utilizamos este término por las relaciones que establece la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (de 1999) entre la educación, el trabajo y la construcción de una nueva sociedad (Art. 2º).

50 Pensemos, por ejemplo, en los distintos "niveles" del currículo: el teórico (dado por las políticas, los planes, los programas, los libros de texto, etc.) y el concretado en la práctica (producto del proceso aprendizaje/enseñanza en el contexto del aula).

aula de matemáticas. Así, por ejemplo, cualquier descriptor del aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en las aulas venezolanas lo será en forma parcial debido a la complejidad y diversidad de estos procesos en la práctica. Entonces, las siguientes características deben valorarse atendiendo a la aclaratoria anterior.

La idea de *los objetivos como organizadores y orientadores del aprendizaje y la enseñanza de la matemática escolar, tanto en el currículo concretado en la práctica como en el prescrito*, es uno de estos descriptores. Idea que se sustenta en lo que Sacristán (1994) denomina Pedagogía por Objetivos[51]; la cual surge en el marco del *movimiento utilitarista* en educación en los Estados Unidos, a inicios del siglo XX. Sacristán (1994) lo relaciona con el *enfoque taylorista* que comenzó a signar la actividad económica industrial en Occidente, enfoque en el que el trabajo adquirió otro significado: aumentar la producción industrial. Esto llevó a especializar a la mujer y al hombre en funciones rutinarias y mecánicas controladas por intervalos de tiempo. Así, el hombre/mujer taylorizado(a) era y es una parte más de una maquinaria de producción. Los "éxitos" del enfoque de Taylor sobre la gestión y la administración de la empresa, influyeron en grado notable en la educación estadounidense, y posteriormente en muchos países más. Es así como el culto por la eficiencia de la educación pasa a constituir uno de los ejes de una nueva pedagogía.

La Pedagogía por Objetivos y su modelo del hombre/mujer taylorizado(a) han influido notablemente en la educación venezolana.

La "eficiencia" dentro de esta pedagogía está medida por los siguientes aspectos:

(a) El *tiempo* necesario para estudiar o cubrir un contenido o tema,
(b) El *porcentaje de éxito* en la institución escolar: el *número de objetivos que alcanza el/la estudiante*, y
(c) La *proporción de alumnos que aprueban* un año escolar.

Además de estos indicadores, podemos referir a que tal enfoque Taylorista en la educación implicó la división de los objetos y fenómenos de estudio en ciertas categorías; a partir de las cuales se definían unidades de contenido y objetivos. Todos ellos obedeciendo a una determinada secuencia. Así, la Pedagogía por Objetivos conduce a la compartimentación y a la súper especialización del diseño curricular, dejando pocos espacios a la inter y a la transdisciplinariedad. Parte de la enseñanza-aprendizaje de la matemática en el Liceo venezolano configuró estas características. Por ejemplo, son secuencias de contenidos en la matemática escolar venezolana: estudiar las funciones lineales en primer lugar, luego las cuadráticas, seguidamente las cúbicas, etc.; resolver sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones y posteriormente de tres o más ecuaciones; operar con matrices de orden 2x2, 2x3, 3x2, etc., y más adelante las de orden 4x4, etc.; estudiar los Números Naturales, luego los Enteros, los Racionales, los Reales y los Complejos; entre otras. Además, son tratados (fundamentalmente) desde una visión intramatemática. Su estudio obedece, además, a la división de los contenidos en partes pequeñas que permitan al docente dirigir en todo momento el proceso de aprendizaje/enseñanza.

Ciertamente, la especialización es una de las características de la ciencia en la modernidad –la cual encuentra raíces en la época de Galileo; sin embargo,

51 Ver también: Bernstein (1996).

los fenómenos y problemas del mundo son complejos en sí; entonces, la educación debe debatirse entre abordarlos o no (ver Adorno, 1998), y entre atomizar o no el conocimiento.

Figura 5. *Aspectos para medir la "eficiencia" en el marco de una Pedagogía por Objetivos. En éstos se observan las relaciones de esta Pedagogía con el modelo de producción en la industria de Taylor.*

Es quizás en la "eficiencia" que la Pedagogía por Objetivos encuentra uno de sus puntos fuertes en tanto que ofrece una estructura que puede garantizar elevar ciertos índices educativos: (a) como el tiempo invertido en abordar un contenido o en la graduación de las/los estudiantes, (b) en la prosecución dentro del sistema educativo, (c) en establecer requerimientos mínimos aprobatorios, etc. El énfasis en los objetivos se ha convertido en un atractivo para los diseñadores del currículo en muchos países, tal vez pasando por alto sus basamentos pedagógicos, filosóficos, sociológicos y psicológicos; o bien, pasando por alto el modelo de educación que con ello se configura. En esta pedagogía la valoración de los métodos o estrategias de aprendizaje/enseñanza obedece al hecho de que puedan conseguir en menor tiempo los objetivos planteados. Este punto es importante. Podemos preguntarnos ¿cuál método lleva a que las/los estudiantes conozcan en menor tiempo…? O bien, ¿cuál método permite que las/los estudiantes obtengan rápidamente información sobre…? La respuesta a estas preguntas es, en muchos casos, la *enseñanza directa*; método en el que la o el profesor se caracteriza por transmitir información (que suele entenderse como *el saber*) a las y los estudiantes, y éstos últimos tienen la tarea de recibirla y procesarla. Esto es, la enseñanza directa es la educación que Freire (1970) describió como bancaria. Métodos como los proyectos, las estaciones de trabajo, la modelación matemática, el aprendizaje/enseñanza orientado hacia la investigación, la resolución de problemas, entre otras metodologías, contrarían este modelo "eficientista" de la educación por el hecho de requerir mayor tiempo, por no adecuarse las secuencias de objetivos que son características de la Pedagogía por Objetivos, y por abrir el abanico de metas a alcanzar, así como de las acciones que pueden emprender las/los estudiantes junto con la o el profesor.

Por otra parte, una Pedagogía por Objetivos permite introducir y ejercer mecanismos de control en el papel que la educación debe desempeñar ante la sociedad. Papel que fundamentalmente ha sido el de consolidar el *statu quo* en el sentido de que no se propone reflexionar, estudiar, actuar y transformar las situaciones críticas, problemas y desigualdades que afectan a su comunidad y a su sociedad. Desde la Pedagogía Crítica y desde la Educación Crítica de la Matemática se han hecho importantes aportes teórico-prácticos al respecto. Algunos de los trabajos en estos campos son: Freire (1970, 1990), Giroux (1989), Chomsky y Foucault (2006), McLaren (2007), Mellin-Olsen (1987), Skovsmose (1999), entre otros. En nuestro país algunos educadores también han hecho aportes para la construcción de una educación crítica de la matemática propia al contexto venezolano, tal es el caso del *Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática* (GIDEM). Trabajos como: Mora (2002, 2004, 2005, 2009, 2010), Serrano (2004a, 2005a; 2005b, 2009, 2010), Serres y Serrano (2004), Becerra (1990, 2006), Moya (2008), Becerra y Moya (2008a, 2008b, 2008c, 2009), Mora, Serrano, Beyer y otros (2006), Reverand (2009), Torres (2010), constituyen una muestra de esta construcción colectiva.

En suma, una Pedagogía por Objetivos dista de orientarse a la formación integral de la ciudadana o ciudadano, así como del ser crítico y social.

Por otra parte, el *Movimiento de la Matemática Moderna*, impulsado por los matemáticos "Bourbakistas", incidió en el sistema educativo de casi todos los países. Desde entonces la matemática escolar se signó por el método axiomático, el lenguaje lógico-simbólico y el estudio formal de las estructuras algebraicas, que durante el siglo XIX permitieron "unificar" y fundamentar las matemáticas –aunque no salvándolas de nuevos problemas internos[52]. Así, los contenidos y objetivos del diseño curricular escolar venezolano se centraron en la construcción de los sistemas de enumeración, en el estudio de estructuras como los grupos, los cuerpos, y los espacios vectoriales, en las ideas de divisor, múltiplo, polinomio, matriz, determinante, progresión, función trigonométrica, entre otras. Ello derivó en una actividad intramatemática y en el ejercicio como paradigma de la educación matemática. En este punto, el estudio de los libros de texto puede aportar importantes datos[53]. Incluso, el Movimiento de la Matemática Moderna sirvió al fortalecimiento del neocolonialismo tanto en nuestro país como en prácticamente toda Latinoamérica y El Caribe (ver al respecto los estudios de Mosquera, 2011).

Tanto la Pedagogía por Objetivos como el Movimiento de la Matemática Moderna influyeron en que la actividad matemática de las/los estudiantes se distanciara de la realidad. Más bien, desde estas perspectivas se construía una semi-realidad como marco para los problemas y para los ejercicios (ver los ejemplos de actividad propuestos en los estudios del Ministerio de Educación, 1998a, 1998b, 1999.[54] Ver, además, los elementos del Diseño Curricular de la Educación Básica, Media Diversificada y Profesional de 1986)[55].

La aplicación del método axiomático, el uso del lenguaje lógico-simbólico y el estudio formal de las estructuras algebraicas, propios del Movimiento de la Matemática Moderna, constituyen unas de las bases de la Didáctica Fundamental –precisamente una de las corrientes teóricas de la Educación Matemática que mayor influencia ha tenido en la matemática escolar en casi todo el mundo[56]. De hecho, el estructuralismo es una referencia común tanto al Movimiento

---

52 Recordemos los *Teoremas de la Incompletitud* de K. Gödel.

53 Ver, por ejemplo, Serrano (2007).

54 En sus informes para el docente de 3º, 6º y 9º grados, respectivamente.

55 Ministerio de Educación (1986).

56 En el *capítulo I* se hacen otras observaciones a la Didáctica Fundamental.

de la Matemática Moderna como a la Didáctica Fundamental. En Venezuela, la Didáctica Fundamental sirvió de marco para el diseño curricular de la matemática escolar en lo que se denominó primera, segunda y tercera etapas[57] de la Educación Básica en las dos últimas décadas del siglo XX, para la elaboración de libros de texto, así como para la investigación especializada en parte de la comunidad de profesoras/es de matemática de nuestro país. Así, dentro de esta corriente teórica se sostiene explícitamente o no: (1) el saber sabio como único saber válido, (2) la noosfera[58] como contexto para el proceso de enseñanza-aprendizaje, (3) la actividad intramatemática, (4) la visión eurocéntrica de las matemáticas, (5) el ejercicio como fuente del aprendizaje de las matemáticas y, (6) la compartimentación del diseño curricular.

Así, desde hace al menos unas tres décadas, la Pedagogía por Objetivos, el Movimiento de la Matemática Moderna y la Didáctica Fundamental han incidido el aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en Venezuela.

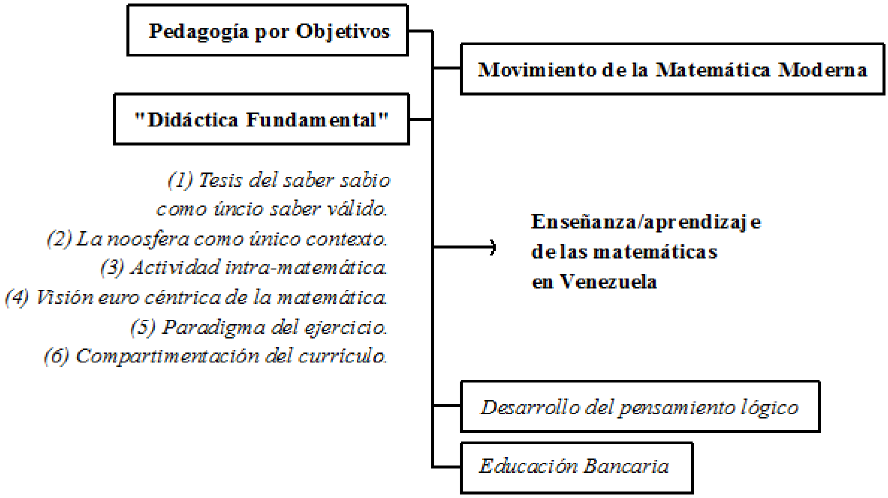


Figura 6. *Algunos descriptores del aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en nuestro país.*

También es común entre las o los profesores de matemáticas, entender a las matemáticas escolares como la herramienta para desarrollar el pensamiento lógico[59], así como la tesis de la educación bancaria (descrita por Freire, 1970) como base de la actividad de aula –esto es, privilegian la enseñanza directa como método educativo [ver la Figura 6].

57 Que abarcan los 6 años de la Educación Primaria y los 3 primeros años de la Educación Media General.

58 Chevallard (1992, 2000) define la noosfera como una capa en la que se incluye a todas las personas que en la sociedad piensan sobre los contenidos y los métodos de enseñanza. No obstante, este contexto es parcial y no representa la complejidad del contexto social, cultural, económico, histórico, etc. que envuelve a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

59 Ver los informes del Ministerio de Educación (1998a, 1998b, 1999).

Principios para una Educación Crítica de la Matemática en la República Bolivariana de Venezuela

En este punto podemos preguntarnos: **¿qué principios pueden definirse para una educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana?**

Al respecto, destacamos los aportes de los venezolanos Mora (2004) y Becerra (2006). Mora (2004) habla de cinco categorías básicas en las que convergen las perspectivas sociocultural y crítica de la Educación Matemática en el ámbito internacional: (a) matemáticas para la vida cotidiana, (b) ideas centrales dentro y fuera de las matemáticas, (c) aplicaciones, proyectos y modelaje, (d) tiempo y actitudes extraescolares y, (e) subjetividad e intuición. Por otra parte, Becerra (2006) señala cinco principios: (a) razonamiento complejo y productivo, (b) racionalidad comunicativa y dialógica, (c) análisis, (d) ser reflexivo, argumentativo, crítico y deliberativo y, (e) investigación-acción participativa/emancipadora.

Ambos aportes pueden complementarse si pensamos en que tales principios se corresponden con aspectos como la concepción de las matemáticas escolares que se tenga, la naturaleza del proceso aprendizaje/enseñanza, la comunicación en el contexto del aula, las estructuras que pueden formarse en el marco de las instituciones educativas y de la comunidad –que se relacionen con el aprendizaje/enseñanza de las matemáticas, los temas de interés, e incluso, la naturaleza de la misma educación.

En este sentido, la lista que sigue intenta recoger algunos principios como parte de las bases para una educación crítica de la matemática en la República Bolivariana de Venezuela:

- *Desarrollar una visión sociocultural de las matemáticas.* Visión que intenta valorar las matemáticas que se han desarrollado en el seno de los diversos grupos culturales y dejar el excesivo énfasis en la visión eurocéntrica de ésta –el Movimiento de la Matemática Moderna y la Didáctica Fundamental son ejemplos de esta última visión en nuestra sociedad. Las matemáticas que son propias a nuestros grupos indígenas o a los demás grupos culturales que conforman la sociedad, son relevantes para la matemática escolar desde la perspectiva que sostenemos.
- *Vincular la matemática escolar con la realidad y con otras disciplinas del conocimiento.* Las matemáticas tienen un enorme potencial para la comprensión de ciertos fenómenos y estructuras del entorno (en áreas como el ambiente, la economía, las artes, la sociedad, la salud, la energía, las telecomunicaciones, etc.). Las matemáticas y la realidad no son mundos distantes ni inconexos: los problemas del entorno ofrecen a las matemáticas campos para la aplicación y desarrollo de ideas y métodos.
- *Entender a la comunicación como fuente para la discusión de ideas, para la participación, la crítica y la actividad del grupo; y no como la simple entrega/recepción de información o de saber* (Serrano, 2005c). Ello puede motivar una diversidad de metodologías de trabajo en el contexto del aula de matemáticas como los proyectos de investigación, la resolución de problemas, las estaciones de traba-

jo, entre otras[60].

- *Concebir el significado como un constructo que posee estrechas relaciones con el hombre/mujer, la realidad y la comunicación.* El significado en las matemáticas escolares es un concepto rico y complejo que va más allá del terreno lógico; así, identificarlo solamente con la verdad de una proposición, con el objeto en sí, con la representación del objeto, no toma en cuenta la incidencia que de hecho tiene el contexto en la construcción o asociación de significados[61].
- *Entender el contexto del aula de matemáticas como un ambiente de investigación.* La investigación debe ser la característica principal de la actividad escolar; profesoras/es, estudiantes y miembros de la comunidad pueden emprender proyectos de investigación conjuntos. En este ambiente, destacamos la investigación-acción -emancipadora y los estudios de casos como métodos de estudio naturales al contexto del aula.
- *Crear grupos de discusión multidisciplinares.* En éstos pueden participar profesoras y profesores de distintas especialidades (no exclusivamente del área de ciencias naturales y matemática), estudiantes, y demás miembros de la comunidad; en los que se establezcan mecanismos de difusión de los resultados (de los proyectos, de las investigaciones, de los avances, etc.). Éste puede ser uno de los medios para establecer convenios interinstitucionales (por ejemplo, entre las escuelas y liceos con las universidades (a través de sus centros y núcleos de investigación, de sus proyectos y de los programas de grado y postgrado), con organizaciones como la ASOVEMAT[62] e instituciones dedicadas a la divulgación de la ciencia o de las artes, con los consejos comunales y muy especialmente con los grupos de investigación y formación permanente que han hecho y hacen vida en las en las Escuelas y Liceos alrededor del país[63].
- *Abordar temas que atiendan a las necesidades reales de la comunidad, así como del entorno regional, nacional y mundial en los que las matemáticas juegan un papel importante para su comprensión,* tales como el crecimiento de la población, la energía en el contexto actual, el embarazo durante la adolescencia, el consumo de drogas, la gasificación de la comunidad, la conservación del patrimonio arquitectónico de la parroquia o de la ciudad, la optimación de un sistema de distribución de agua potable, la disminución del consumo de energía eléctrica en la comunidad, etc. Y,
- *Desarrollar el carácter político y humanista de la educación y de la*

60 Ver Mora (2004).

61 Ver Serrano (2005c).

62 ASOVEMAT: Asociación Venezolana de Educación Matemática.

63 Tal es el caso de los *Círculos de Investigación* (los cuales nacieron justo después de la creación e impulso de las Escuelas Bolivarianas), los *Colectivos de Investigación* y los *Centros de Investigación y Formación Permanente*. Sin olvidar, naturalmente, aquéllos que se han conformado exclusivamente como una iniciativa de parte de las y los docentes en el seno de sus Instituciones.

educación matemática. Esto se relaciona con la tesis de la función humanista del saber matemático y con el papel que tiene y puede desempeñar la educación matemática en la sociedad moderna, en especial, ante las crisis que la afectan.

Estos ocho principios pueden servir de base para el desarrollo de una educación crítica de la matemática en la República, en correspondencia sus condiciones históricas, sociales, económicas y culturales.

Algunas Consideraciones

La Pedagogía por Objetivos, el Movimiento de la Matemática Moderna y la Didáctica Fundamental han incidido en el aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en nuestro país a lo largo de al menos las tres últimas décadas. También se encuentra bien extendida la concepción de las matemáticas escolares como herramienta para el pensamiento lógico, así como la tesis de la educación bancaria.

Por otra parte, distinguimos ocho principios para una educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana:

1. Concebir a las matemáticas desde una visión sociocultural,
2. Vincular la matemática escolar con la realidad y con otras disciplinas del conocimiento,
3. Entender a la comunicación como fuente para la discusión de ideas, para la participación, la crítica y la actividad del grupo; y no como la simple entrega/recepción de información o de saber,
4. Entender el significado más allá del terreno lógico,
5. Entender el contexto del aula de matemáticas como un ambiente de investigación,
6. Crear grupos de discusión multidisciplinares,
7. Abordar temas que atiendan a las necesidades reales de la comunidad, así como del entorno regional, nacional y mundial en los que las matemáticas juegan un papel importante para su comprensión, y
8. Desarrollar el carácter político y humanista de la educación y de la educación matemática.

III

SENTIDO COMÚN, CRÍTICA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Introducción

Entre las perspectivas de investigación en Educación Matemática se encuentran las que tienen que ver con cómo se produce el conocimiento matemático de las/los estudiantes, con el proceso aprendizaje/enseñanza, con la interacción en aula, con las potencialidades, con el "rendimiento", entre otras; no obstante, en algunas de estas perspectivas, aun cuando han hecho importantes contribuciones teóricas y prácticas, no se reflexiona sobre el papel de la educación (matemática) en relación con la sociedad. ¿Debe la Educación Matemática permanecer alejada de la sociedad, de la realidad? ¿Debe tener como referente solo a la matemática? ¿Qué papel puede jugar en la identificación de las crisis que afectan a la sociedad? ¿Y en su transformación? La posibilidad de nuevas atrocidades, tal como lo planteó Adorno (1998), conlleva a exigir a la educación una postura al respecto, de lo contrario fungiría como cómplice de éstas. Las nuevas atrocidades tienen algunos ejemplos en el bombardeo con armas químicas en Vietnam, la invasión a Afganistán y a Irak, en el bombardeo de ciudades, en el uso de Uranio empobrecido o no, en los ataques "preventivos" (Palestina, Afganistán, Irak, entre otros), en la política de poderío nuclear, en los medios de información, en los *golpes* de Estado *disfrazados*[64], en el sin-sentido en que

64 Como el que se dio en 2002. Aunque pueden citarse otros ejemplos en Latinoamérica.

se han convertido algunas organizaciones regionales y mundiales profesando la defensa del "orden" mundial. También, crisis tales como el alcoholismo, drogadicción, violencia, desigualdades, exclusión, miseria, las asociadas al consumo de agua potable, el sabotaje petrolero de finales de 2002 y comienzos de 2003 por parte de tecnócratas en PDVSA, la "comunicación" de datos falseados por grandes intereses políticos y económicos, entre otras, inherentes a la sociedad venezolana, representan una fuente importante de reflexión para la Educación Matemática.

En la denominada *Educación Matemática Crítica*, programa en el que destaca Ole Skovsmose, se ha estudiado el papel de tal tipo de educación en una sociedad con un alto desarrollo tecnológico (la danesa), en particular el rol que puede desempeñar en la crítica a las decisiones gubernamentales que se soportan en modelos matemáticos y tecnológicos, al establecimiento de tecnocracias, así como en la formación de la ciudadanía en un contexto democrático. Es un programa en el que se hace explícita la función sociopolítica de la Educación Matemática.

Las ideas que siguen se proponen establecer fundamentos para una *Educación Crítica de la Matemática* en el contexto de la sociedad venezolana. En este sentido centramos la discusión en las relaciones entre el *sentido común*, los *conflictos*, la *crítica* y este tipo de educación. Relaciones que adoptan aquí una naturaleza distinta a la que se da en Skovsmose (1999). La caracterización de la Educación Matemática que se hace en este trabajo concibe a la realidad y sus crisis como fuente para estudiar conceptos matemáticos, a través de ésta se busca la identificación de las crisis y su transformación. Es una educación que incluye a la humanización de la mujer y del hombre.

Vemos pues, el contenido de la Educación Matemática, incluyendo a la formación que se da en el profesorado en matemática, más allá del contenido de la misma matemática.

Sobre la Idea de Crítica

La idea de **crítica** ha sido usada en el estudio de textos antiguos, en discusiones sobre *La Biblia* con el objeto de juzgar su autenticidad, comprender sus significados y de esta manera identificar los malentendidos asociados a estos así como en la evaluación de obras de arte; sin embargo, no fue un concepto *central* en la filosofía. La primera obra filosófica que utiliza el término es *Dictionnaire historique et critique* de Pierre Bayle (1647-1706), publicado entre 1695 y 1697[65]. En ella, Bayle defiende la libertad ideológica y la tolerancia religiosa, en clara oposición a los cánones impuestos por las iglesias de la época; su crítica se marcó pues por el escepticismo. Ya en el siglo XVIII es Emmanuel Kant (1724-1804) quien a través de *Crítica de la razón pura*, *Crítica de la razón práctica* y *Crítica del juicio* ubica a la crítica en una posición central en su filosofía (y como un referente importante para la filosofía) y emprende la tarea de someter a la razón la razón misma. Kant, envuelto en el ambiente cultural

65 Obra (a dos tomos) que fue condenada por las iglesias *calvinista* y *católicas*. Bayle sostenía que era posible una sociedad compuesta exclusivamente por ateos, aún cuando no propugnó serlo; hecho que motivó a Voltaire a decir de éste que *si bien no era ateo, hacía ateos a los demás*. Con este trabajo, Bayle es considerado uno de los primeros representantes de la *Ilustración*.

de la *Ilustración*, sostuvo que "**nuestra época es, de modo especial, la de la crítica. Todo ha de someterse a ella** [negrillas añadidas]" (1988, p. 9); como se verá más adelante, la misma filosofía y disciplinas científicas como la educación fueron sometidas también a la crítica.

Crítica proviene del griego *krinein* y significa juzgar, evaluar o discriminar. En un sentido general la crítica es entendida como el arte de juzgar acerca de la bondad, verdad y belleza de las cosas; cualquier juicio sobre una obra, o bien, como censura de los actos o la conducta de alguien. En cambio, para Kant la crítica tiene que ver con investigar la capacidad de la razón respecto de todo conocimiento puro *a priori* (Kant, ob. cit., p. 652).

Para García (2000, p. 39) la crítica, en su estructura lógica, es una operación relacionada con la clasificación, en tanto incluye la discriminación, la distinción y la comparación. García también advierte la necesidad de exponer los "parámetros" (evidencias materiales, concretas o racionales del presente) desde los cuales se hace la crítica.

Estas posiciones muestran algunas de las diversas acepciones que ha tomado este término en la filosofía desde la publicación de la obra de Bayle así como la naturaleza distinta del objeto de ella. Dos de los desarrollos filosóficos del siglo pasado destacan el uso *central*, como en Kant, de la idea de crítica; estos son la *Teoría Crítica*, con Theodor Adorno, Herbert Marcuse, Max Horkheimer y Jürgen Habermas[66] como algunos de sus representantes, y el *Racionalismo crítico* de Karl Popper. En el *Racionalismo crítico*[67] se otorga a la crítica un lugar especial en la razón, constituye una condición para esta última: uno de los mejores sentidos de «razón» y «razonabilidad» es la apertura a la crítica –disposición a ser criticado, y deseo de criticarse a sí mismo (Popper, 1977, p. 154). El planteamiento de Popper se enmarca en su búsqueda de criterios de demarcación entre las teorías científicas y las no científicas. Para Popper la crítica es la actividad de que consiste la ciencia con respecto a las teorías. Por otra parte, la *Teoría Crítica* en su esfuerzo por desarrollar un pensamiento crítico (antipositivista en lo filosófico y anticapitalista en lo social) frente a la sociedad del siglo XX, se diferencia de lo que Horkheimer llama "teoría tradicional" y **estudia la crítica no exclusivamente en su estructura lógica, tal como se hace en la teoría tradicional, sino en relación con el hombre/mujer en sociedad, en relación con el contexto**.

En la *Teoría Crítica* la racionalidad consiste en una crítica a las ideologías, al paso de la dominación del hombre/mujer sobre la naturaleza a la dominación del hombre/mujer sobre los y las demás de su misma especia; es

---

66 Estos autores se congregaron desde la década de 1930 en lo que se conoce como *Escuela de Frankfurt*, núcleo a través del cual criticaron algunas obras y corrientes filosóficas. En la *Escuela* participaron filósofos, sociólogos, psicólogos y economistas. Desde el *Institut für* Sozialforschung (Instituto para la Investigación Social) y de su órgano divulgativo, *Zeitschrift für Sozialforschung* (Revista de Investigación Social) participaron activamente en el desarrollo de sus ideas. La expresión "Teoría Crítica" se debe a Horkheimer y aparece en escritos fechados en 1937 y publicados luego en *Teoría crítica* para 1968 (referimos aquí la traducción al español de 1974).

67 Nombre con el que Karl Popper denomina a su propia actitud intelectual. A la demanda de extender la actitud crítica lo más lejos posible, tanto en la ciencia como en el conocimiento racional en general, la denominó *Racionalismo crítico* (Popper, 1977, p. 155).

también una crítica a las estructuras sociales que sostienen a las ideologías y a esta dominación. En palabras de Max Horkheimer la crítica es el esfuerzo intelectual y en definitiva práctico por no aceptar sin reflexión y por simple hábito las ideas, los modos de actuar y las relaciones sociales dominantes; el esfuerzo por armonizar entre sí las ideas y las metas de la época, los sectores aislados de la vida social; por investigar los fundamentos de las cosas, en una palabra, por conocerlas de manera efectivamente real (Horkheimer, 1974, pp. 287-288).

De esta forma este concepto, tal como es entendido por Horkheimer, aunque no con el mismo sentido en el desarrollo de la *Teoría Crítica*, pasó a constituir una importante fuente para el desarrollo del planteamiento de la *Escuela de Frankfurt*. En ellos la crítica conllevó un estudio de la sociedad que los "envolvía", de sus crisis y contradicciones. La crítica en la *Escuela* dirige su mirada a la sociedad, es una forma de hacer explícito el rol social de la misma filosofía, y en esto se encuentra una marcada distinción con la crítica en Bayle, Kant y Popper. Horkheimer (1974, p. 282) lo expone así: "La verdadera función social de la filosofía reside en la crítica de lo establecido... La meta principal de esa crítica es impedir que los hombres [y las mujeres] se abandonen a aquellas ideas y formas de conducta que la sociedad en su organización les dicta".

El sentido que se da a la crítica en la *Escuela de Frankfurt*, en especial su relación con el hombre/mujer en sociedad, es el que se sigue en este trabajo.

Estas ideas sobre la crítica pertenecen al seno de la filosofía; sin embargo, uno de los miembros de la *Escuela*, Theodor Adorno, acercó los conceptos de crítica y educación. Su trabajo *Erziehung nach Auschwitz* (Educación después de Auschwitz[68]) representa una reflexión sobre el sentido de la educación ante las atrocidades que se cometieron en Auschwitz y ante la posibilidad de que éstas se repitan. Al respecto, Adorno (1998, p. 79) comienza diciendo que "La exigencia de que Auschwitz no se repita es la primera de todas las que hay que plantear a la educación" y agrega que "cualquier posible debate sobre ideales educativos resulta vano e indiferente en comparación con esto: que Auschwitz no se repita". La alusión al mayor de los campos de concentración y exterminio *nazi* y *Hitleriano*, a sus cámaras de gas y hornos crematorios, y a su millón o dos millones y medio de personas asesinadas (solamente en este campo), va más allá de éste, alcanza cualquier otra posible atrocidad en contra de la humanidad. Así, otras creencias, tal como el papel que jugó la creencia *nazi* de la superioridad de la raza germana, pudieran ser los motores para nuevas atrocidades, y no necesariamente con las características que este tuvo. La dominación del hombre y la mujer sobre la naturaleza y sobre sus recursos, este *sin sentido*, pasa por ser, en algunas estructuras y centros de poder mundial, una dominación del hombre y de la mujer sobre los de su misma especie. Entonces, el debate de pensamientos resulta vacío y se le antepone la dominación en sí. Las nuevas atrocidades tienen algunos ejemplos en la invasión a Afganistán y a Irak, en el bombardeo de ciudades, en el uso de Uranio empobrecido, en los

68 Trabajo que inicialmente constituyó una conferencia en la Radio de Hesse, emitida el 18 de abril de 1966. Ya en 1963 había participado en una conversación en la misma radio sobre *Televisión y formación cultural*. A *Educación después de Auschwitz* le sucedieron *Educación, ¿para qué?*, en 1967, *Educación para la superación de la barbarie*, en 1968, y *Educación para la emancipación*, en 1969 (año de su muerte). Estos trabajos, junto a otras conferencias y conversaciones están publicados en *Educación para la emancipación* (1998).

ataques "preventivos" (Palestina, Afganistán, Irak, entre otros), en la política de poderío nuclear, en los medios de información, en los *golpes* de Estado *disfrazados* o no en Latinoamérica, El Caribe y el mundo, en el sin sentido en que se han convertido algunas organizaciones regionales y mundiales profesando la defensa del "orden" mundial. Así como en muchos otros casos: como el genocidio étnico en Bosnia-Herzegovina, las muertes en Chechenia, las guerras civiles en diversas regiones de África, la guerra económica, mediática y psicológica en la República Bolivariana de Venezuela, etc. ¿Cuál es entonces el papel de la educación ante ellos? Adorno lo advirtió claramente: "La educación solo podría tener sentido como educación para la autorreflexión crítica" (Adorno, 1998, p. 81). Es una educación que busca la conciencia sobre la barbarie, que busca en el sujeto la conciencia sobre sus propias acciones; es una educación para la emancipación. Es este el elevado papel que se le plantea a la educación en la actualidad. Su distanciamiento de los conflictos y la posibilidad de que ellos ocurran, la convierte en cómplice de tales hechos.

El Sentido Común, los Conflictos y la Crítica

¿Existen las *crisis* en la sociedad contemporánea? Aún cuando se ha hecho referencia a algunos *conflictos* en la sociedad contemporánea, como los nuevas atrocidades, existen otros de naturaleza distinta y de gran impacto social, tal es el caso de los problemas de alcoholismo, desigualdades, exclusión, miseria, explotación del hombre/mujer, manipulación, antivalores y hambre. Y sin embargo, son vistos por algunas estructuras como "naturales" a la sociedad o permanecen ocultos al pensamiento; para éstos, los conflictos citados no son tales. Surge entonces, nuevamente, la cuestión: ¿cómo *respondemos* si existen las crisis en la sociedad contemporánea? George Moore[69] (1983) nos da una idea de ello al plantear la *prueba de la existencia del mundo exterior* [al sujeto], la cual da respuesta a la cuestión de ¿cómo podemos saber si la existencia del mundo exterior es la causa de lo que percibimos?: la prueba de Moore consiste en levantar sus manos, una después de la otra, y preguntar a quienes le acompañan si alguno de ellos puede ver sus manos levantadas; como la respuesta de éstos será sí, entonces la prueba está completa[70]. Con la prueba, Moore buscaba restablecer el *sentido común* en la filosofía. Esta prueba goza de una característica importante, tal como las pruebas (demostraciones) en matemáticas, es verificable por todo aquel que desee hacerlo.

---

69 Filósofo inglés (1873-1958), uno de los precursores de la *filosofía analítica*. Abogó por el *sentido común* ante la filosofía dominante para la época en Inglaterra, el *idealismo*, proponiendo algunos enunciados que *cree* son verdaderos a modo de defensa del sentido común. Los trabajos y críticas de Moore apuntaban a una de las posturas del idealismo en la que se dudaba o negaba la existencia de cosas exteriores al sujeto y en la que se sostenía que la realidad es algo mental. Sus trabajos *Defensa del sentido común*, publicado originalmente en 1925, y *Prueba del mundo externo*, de 1939, dan cuenta de ello; ambos están recogidos en Moore (1983).

70 Moore explica que "Como es obvio, hay miles de cosas diferentes, tales que si puedo probar en algún momento su existencia, habré probado la existencia de cosas fuera de nosotros. ¿Acaso no puedo probar la existencia de algunas de estas cosas?" (Moore, ob. cit., p. 155) y es precisamente cuando expone la prueba de que existen dos manos humanas.

Moore recurre a la idea de un *sentido que es común a todos, al juicio que toma en cuenta, también, el de los demás*, como medio para probar que existe el mundo exterior al sujeto. De forma similar, si se niega la existencia de conflictos en la sociedad actual puede referirse al *sentido común* a que alude Moore; argumentación que sigue Skovsmose (1999) en el desarrollo de su filosofía de la educación matemática crítica. El mundo exterior no es, y así se asume en este trabajo, algo mental como sostenían los *idealistas*; la realidad existe y en condiciones de conflictos o crisis. Contrario a como entendía el obispo George Berkeley (1685-1753), la realidad no consta de ideas y espíritus[71]; se distinguen en ella objetos, fenómenos y organismos.

Para Kant el sentido común es en sí un entendimiento no cultivado que descansa en el juicio propio y en la representación que los demás se hacen para ajustar el suyo. El sentido común, siguiendo a Kant, es propio al hombre/mujer (¿qué otra cosa se puede esperar como mínimo del hombre/mujer?); y es esta la idea que aquí se sigue.

> *El entendimiento común humano*, que, como meramente sano (no aún cultivado) se considera como lo menos que se puede esperar siempre del que pretende el nombre de hombre [mujer], tiene por eso también el humillante honor de verse cubierto con el nombre de sentido común (*sensus communis*), de tal modo que por la palabra *común* –no solo en nuestra lengua, que aquí, realmente, encierra una doble significación, sino también en varias otras– se entiende *vulgare*, lo que en todas partes se encuentra, aquello cuya posesión no constituye un mérito ni ventaja alguna.
> Pero por *sensus communis* ha de entenderse **la idea de un sentido que es común a todos, es decir, de un Juicio que, en su reflexión, tiene en cuenta por el pensamiento (*a priori*) el modo de representación de los demás para atener su juicio** [negrillas añadidas], por decirlo así, a la razón total humana, y, así, evitar la ilusión que, nacida de condiciones privadas subjetivas, fácilmente tomadas por objetivas, tendría una influencia perjudicial en el juicio (Kant, 1991, p. 245).

---

71 La posición de Berkeley se dio, y he allí parte de su valor, con la intención de combatir la de los ateos y escépticos. En especial, su trabajo *Tres diálogos entre Hilas y Filonús* recoge estas ideas:
"Hilas.- Pero, Filonús, ¿mantienes aún que no hay en el mundo más que espíritus e ideas? Has de reconocer que esto suena muy extraño.
Filonús.- Reconozco que la palabra idea, no aplicándose comúnmente a las cosas, suena algo singularmente. Mi razón para usarla fue que se entiende que hay implicada en el término una relación necesaria con el espíritu y que ahora se usa corrientemente por los filósofos para denotar los objetos inmediatos del entendimiento. Pero por muy extraño que suenen las palabras que la expresan, esta afirmación no encierra, sin embargo, nada extraño o chocante en su sentido, que, en efecto, se reduce a que solo hay cosas percipientes y cosas percibidas y que todo ser no pensante es necesariamente, por la naturaleza misma de su existencia, percibido por algún espíritu, si no por un espíritu finito y creado, al menos ciertamente por el espíritu infinito de Dios, en el que «vivimos, nos movemos y tenemos nuestro ser». ¿Es esto tan extraño como decir que las cualidades sensibles no están en los objetos o que podemos estar seguros de la existencia de las cosas o conocer algo de su naturaleza real, aunque las vemos las tocamos y percibimos por los sentidos?" (Berkeley, 1952, p. 106-107).

Con estas ideas sostenemos que la sociedad venezolana no escapa de las crisis. El término crisis hace referencia no únicamente a las citadas, sino a muchos otros problemas y conflictos, como el acceso a servicios básicos (agua, electricidad y vialidad), de salud, de participación en la toma de decisiones del gobierno, *desarrollo* de sociedades tecnócratas (lo que conlleva a que la mayoría no comprenda los aspectos más generales de la tecnología que sustenta la economía)[72], *desarrollo* de antivalores (irresponsabilidad, complejo de marginalidad, indisciplina, violencia, viveza, individualismo), problemas como el alcoholismo, la drogadicción, entre otros. No vemos, como puede entenderse en Marx, que las crisis se explican solo en las estructuras sociales propias del Capitalismo, en la explotación del hombre/mujer, su naturaleza es más compleja; creemos que alcanza una dimensión mayor al considerar, junto a aquéllas, el rol de los *valores* y *antivalores* del hombre/mujer.

¿Cuál es el papel del sentido común ante los conflictos y en la crítica? En Skovsmose (1999) el sentido común, como se dijo antes, advierte sobre la existencia de los conflictos; sin embargo, su papel va más allá: le sirve también al desarrollo de la crítica en cuanto se vale del juicio. Y recíprocamente, la crítica puede agudizar el sentido común en el sentido de que puede mediar el mismo juicio, en la percepción de las cosas; haciéndolo más amplio y ajustado a la realidad; la crítica puede hacer *ver* otras *cosas* en la realidad. No se opone, entonces, a los efectos de esta investigación, la crítica al sentido común; cumplen roles distintos y en cierta forma complementarios.

Las impresiones de los objetos y fenómenos que aportan los sentidos son evaluadas y complementadas a través de la crítica. La misma crítica responde al problema de lo diverso que son las impresiones propias o no que reporta la percepción; a través de ella se reflexiona incluso sobre el grado de descripción que aportan del objeto o fenómeno. Idea que puede aplicarse también, por ejemplo, a la tarea de describir objetos matemáticos.

La crítica enriquece a la misma percepción de las cosas y los fenómenos. La por algunos denominada “noche de los cristales rotos” a la cual hace referencia Adorno (1998) es un buen ejemplo de cómo la crítica enriquece la percepción de ese hecho. Para algunos la noche del 9 al 10 de noviembre de 1938 es entendida como una “reacción popular” ante el asesinato de un diplomático aparentemente por parte de un judío polaco. No obstante, constituye una de las tantas barbaries que cometió el *nazismo*: las 7500 tiendas de judíos asaltadas (de aquí proviene la expresión suavizada y dulcificada de “noche de los cristales rotos”) por miembros y simpatizantes del partido *nazi*, las 177 sinagogas destruidas, los más de 30000 judíos obligados a emigrar tras ceder sus fortunas, los numerosos muertos de esa noche y la orden dada a la policía para que no interviniese, son aspectos cuya consideración afecta la percepción de ese hecho, amplían la descripción de la realidad. Un papel similar juegan la crítica y el sentido común ante problemas como la pobreza, las desigualdades, la opresión, la energía, etc.

La crítica existe en oposición a los dogmatismos, en contraposición al pensamiento irreflexivo; lo cual encuentra ejemplos de diversa naturaleza. Posiciones como las de Naisbitt (1994) sostienen que la sociedad actual, la so-

72 Tal es el caso, por ejemplo, de la comprensión de algunos aspectos sobre la producción y comercialización del petróleo y gas venezolano, así como de los beneficios o pérdidas que le reportaba al Estado.

ciedad de la información, es más democrática e igualitaria que las anteriores, argumentando que en la industrial predominaba lo material, que está muy desigualmente distribuido, mientras que ahora predomina lo mental, y sostiene que todos pueden procesar información. Ante el planteamiento de Naisbitt se puede recurrir al sentido común, de forma similar a como lo hizo Moore. La idea de Naisbitt oculta o amputa numerosos conflictos que están presentes en *nuestra* sociedad. Algunas críticas a la posición de Naisbitt se basan, precisamente, en las posibilidades de acceso a la información (Flecha, 1994; Macedo, 1994). Otros ven (como Flecha, 1944) la igualdad de oportunidades, por ejemplo para acceder a ciertos niveles dentro del sistema escolar, como la legitimación de las desigualdades existentes. Son frecuentes también, pensamientos irreflexivos en el seno de la actividad educativa.

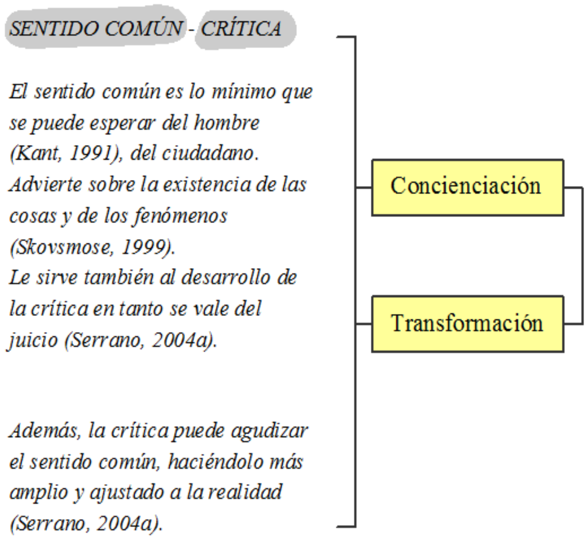


Figura 7. *El sentido común, la crítica y los conceptos de concienciación y transformación.*

Si bien el sentido común guarda relación con el hecho de entender que, por ejemplo, existen los conflictos, y con la crítica, podemos preguntarnos **¿por qué ha de ocupar un lugar especial en la filosofía o en la ciencia?** Los filósofos de la *Escuela escocesa del sentido común*, entre quienes destaca su fundador Thomas Reid, sostenían que un razonamiento filosófico que lo negara caería en el absurdo; la filosofía no puede renunciar a éste. Incluso, desde esta escuela, se destacaba la importancia de las preguntas tal como las hacen los niños para construir una verdadera filosofía; observación que también hace Wittgenstein en sus *Movimientos del pensar*[73]. Al filosofar acuérdate a tiempo con que satisfacción escuchan los niños (& también la gente sencilla) que eso es el mayor puente, la torre más alta, la mayor velocidad... etc. (Wittgenstein, 2000, p. 102).

73 Título con el que se reprodujo el diario de Ludwig Wittgenstein escrito durante los períodos 1930-1932 y 1936-1937.

El mismo Popper, quien decide a favor de la razón, da al sentido común un lugar especial en la filosofía, la ciencia y en el pensamiento racional. Además, observa la incidencia que puede tener en él la crítica.

> La ciencia, la filosofía, el pensamiento racional deben surgir todos del sentido común. Sin embargo, el sentido común no es un punto de partida seguro [...] ¿Cómo es posible que una cosa tan vaga e insegura como el sentido común nos suministre un punto de partida? Mi respuesta es: porque no intentamos ni pretendemos construir (como, por ejemplo, Descartes, Spinoza, Locke, Berkeley o Kant) un sistema seguro sobre esos «fundamentos». Todas nuestras diversas suposiciones de sentido común [...] pueden ser criticadas y puestas en entredicho en cualquier momento [...] En tal caso, el sentido común, o bien es modificado tras la corrección, o bien es superado y reemplazado por una teoría que, durante un período de tiempo más o menos largo, puede parecer a algunas personas un tanto «extravagante». Si la comprensión de la teoría exige una gran formación, puede ocurrir que nunca consiga ser asimilada por el sentido común. Incluso entonces hemos de exigir el intento de acercarse lo más posible al ideal: Toda ciencia y toda filosofía son sentido común ilustrado (Popper, 1974, p. 42).

Como se observó antes, se asume aquí que el sentido común es algo más que un punto de partida (tal como lo ven Skovsmose y Popper) en relación con la crítica. Guardan entre sí una relación compleja en el pensamiento; idea que se retomará más adelante al estudiar el *conocer* en el contexto de la Educación Matemática.

Así, vemos el sentido común como un concepto potente, ligado al de crítica.

Las Situaciones Críticas y su Valoración desde la Educación Matemática

Las situaciones críticas son aquellas que afectan a la sociedad desde el punto de vista económico, cultural, político, etc. Ya hemos mencionado temas como la energía, el consumo de agua, la soberanía territorial y la alimentaria, el ambiente y su equilibrio, las drogas, el hábito de fumar, la radiactividad, las enfermedades cardiovasculares, las enfermedades de transmisión sexual, el embarazo precoz, los accidentes de tránsito, entre otras; todas son características de la sociedad venezolana actual. Estas situaciones constituyen los puntos de conexión entre la realidad y las matemáticas escolares[74], son a la vez el medio para desarrollar el papel sociopolítico de la educación matemática. De hecho, una semi-realidad o no-realidad como contexto para la actividad matemática de las/los estudiantes no permitiría desarrollar la crítica y el sentido común tal como los entendemos en el marco de esta investigación. La semi-realidad y la no-realidad como marco para los problemas propuestos a las/los estudian-

74 En el *capítulo I* discutimos los conceptos: Realidad, Semi-realidad y No-realidad en el marco de la Educación Matemática.

tes, representan además una forma de materializar en la práctica la supuesta neutralidad política de la educación y de la educación matemática. Se asocia a un modelo de la educación que tiene por objetivos reproducir las estructuras sociales y los modelos económicos existentes.

En este sentido, las situaciones críticas son centrales para el aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en nuestro contexto.

Ciertamente, tal como referimos en el *capítulo II*, el aprendizaje/enseñanza de las matemáticas durante las tres últimas décadas en nuestra sociedad se ha caracterizado por no establecer vínculos con la realidad, y en particular con las situaciones críticas; ello ha configurado ciertas concepciones sobre el papel de las matemáticas escolares en la sociedad entre profesor/ases de matemáticas, estudiantes, etc.

Esto es, por una parte, desde el trabajo teórico-práctico de grupos de investigación (como el GIDEM) se está impulsando la perspectiva social y crítica de la Educación Matemática en la República Bolivariana de Venezuela, así como también desde la investigación que se da en el seno de los grupos escolares en los distintos niveles y modalidades de la educación en nuestro país; y por otra, persisten los descriptores señalados en el *capítulo II*. Este es parte del contexto actual en que sostenemos la necesidad de una educación crítica de la matemática.

Educación Crítica

¿Debe la educación institucionalizada o no, ser insensible ante los conflictos? ¿Debe resguardarse en el estudio de las ciencias, técnicas o arte de espaldas a la realidad social? La respuesta, desde una educación que se denomine crítica, es que más allá de las atrocidades ésta debe atender el tipo de conflictos que aquí se han citado. Adorno, y en general la *Teoría Crítica*, fueron los precursores de estas ideas en el seno de la educación; aunque se han dado otros desarrollos filosóficos en este sentido con cierta independencia de la *Teoría Crítica*, tal es el caso de los trabajos de Freire.

La respuesta a "¿debe [la educación] resguardarse en el estudio de las ciencias, técnicas o arte de espaldas a la realidad social?" no se encuentra únicamente en la *Educación crítica*, algunos de los desarrollos que se han dado en educación han profesado su interés por una educación centrada en el niño, en su evolución, en entender a la niñez no como un estado efímero y de preparación para el futuro, sino un estado que tiene su funcionalidad en sí misma, en el momento presente; contrario a como se asumía en lo que se conoce como *pedagogía tradicional*, en la que la realidad escolar se organizaba al margen de la vida cotidiana, una escuela orientada por las premisas de orden y método. La escuela, era pues, un mundo aparte, alejado de la vida diaria. Los planteamientos de esta pedagogía se remontan a los trabajos de Comenio, publicando en 1657 su *Didáctica Magna* o *Tratado del arte universal de enseñar todo a todos*, considerado uno de los cimientos de la *pedagogía tradicional*. Es justo señalar que estos cimientos constituyeron en sí mismos un intento de reforma educativa: en buena parte como una crítica a los internados; encuentra, además, importancia en cuanto a su principio de universalidad de la enseñanza.

Se dieron también, planteamientos que hacían explícito el papel de la educación para la "libertad"; una libertad que se explica en oposición al énfasis en la autoridad del maestro sobre el/la estudiante (una libertad cuyo contenido estaba en la toma de decisiones por parte de las/los estudiantes y en su actividad escolar[75]). La primera de las grandes guerras del siglo XX impulsó, en el marco del movimiento de la *Escuela Nueva*, la búsqueda de nuevos métodos. Sin embargo, otros desarrollos daban otro sentido a la relación escuela-realidad social, centrando sus ideas en la libertad, constituyéndola en un principio y fin. Sus críticas iban dirigidas al autoritarismo, se procuraba una educación *en* libertad y *para* la libertad. No obstante, estas ideas, comentadas muy a grandes rasgos, no representan el contenido del movimiento de la *Educación crítica*.

La *Educación crítica* hace explícito el papel de la escuela ante la sociedad; consiste, en suma, en un papel sociopolítico (Apple, 1987; Giroux, 2001; McLaren, 2002, McCarthy, 1994; Freire, 1969, 1970; Carr y Kemmis, 1988). No obstante, se han dado diversas posturas dentro de este marco filosófico y teórico. Por ejemplo, la denominada *pedagogía socialista*, o la pedagogía apoyada en la doctrina de Marx, aún cuando éste y Engels no realizaron un análisis detenido de la educación, sino que ello se encuentra diseminado a lo largo de sus escritos. Marx y Engels ven en la **polivalencia** de la mujer y del hombre el fin de la educación. Es una mujer y un hombre que poseen una movilidad absoluta en la industria y en la sociedad, es decir, que pueden ser empleados en cualquier trabajo. Marx y Engels diferencian esta polivalencia del concepto burgués de pluriprofesionalidad. Sus ideas se dan como crítica al capitalismo y las crisis que le son propias. Se coloca como ejemplos hombres polivalentes a Leonardo da Vinci, Alberto Durero, Maquiavelo, entre otros. Aquí hemos delineado el concepto de **hombre/mujer crítico y social** como una de las bases para una educación matemática en la sociedad venezolana que responda al momento histórico que nos envuelve. Somos del criterio de que sus ejemplos recorren cada una de las localidades, la geografía y la historia nacional, latinoamericana, caribeña y mundial, tanto en la cotidianidad, la ciencia, la tecnología y las artes, como en el plano de las luchas libertarias. Teresa Carreño, Josefa Camejo, Luisa Cáceres de Arismendi, María Eva Duarte de Perón, Manuela Sáenz, Clara Eissner (Clara Zetkin) y Rosa Luxemburg son sólo algunas de ellas.

Figura 8. *Algunos ejemplos de mujeres críticas y sociales. De izquierda a derecha: Josefa Camejo, Luisa Cáceres de Arismendi, María Eva Duarte de Perón y Manuela Sáenz.*

En *La educación como práctica de la libertad* de Freire (1969), por ejemplo, se sostiene como principio que la educación no existe sin una sociedad humana y que no existe una mujer y un hombre fuera de esta última. Freire

75 No como se define, por ejemplo, en Freire o en Skovsmose.

aclara que aunque su esfuerzo educativo se dio fundamentalmente en Brasil éste podría tener validez en otros contextos. Sus ideas se basan en la pregunta ¿qué significado debe tener una educación para la sociedad Brasileña?, ante lo cual responde que la educación de las masas populares es fundamental para la misma sociedad, siempre que se encuentre libre de alienación, que constituya una fuerza para el cambio y para la libertad (pp. 25-26); es éste uno de los principios en que se funda su obra teórica. Freire, además, sobrepasó el marco de la propuesta teórica al emprender una práctica educativa alrededor de la *alfabetización*.

En *Pedagogía del oprimido* (Freire, 1970) critica lo que llama "concepción bancaria" de la educación, aquella caracterizada por relaciones narrativas, discursivas y disertadoras en la que se "da" al/a la estudiante conocimiento. En ella,

> El "saber", el conocimiento, es una donación de aquellos que se juzgan sabios a los que juzgan ignorantes. Donación que se basa en una de las manifestaciones instrumentales de la ideología de la opresión: la absolutización de la ignorancia, que constituye lo que llamamos alienación de la ignorancia, según la cual ésta se encuentra siempre en el otro (Freire, 1970, p. 73).

Y propone una pedagogía del oprimido, esto es, una pedagogía de las mujeres y los hombres que emprenden la lucha por su liberación; no se concibe *para* los oprimidos sino *con* los oprimidos. En ella se descubre el mundo de la opresión (el mundo en crisis de que hablamos antes) y se comprometen en la praxis con su transformación. No es pues de una exclusiva naturaleza narrativa, discursiva y disertadora. Freire ve en la pedagogía de las mujeres y los hombres en proceso de liberación una etapa siguiente a la transformación de la realidad opresora.

Carr y Kemmis (1988) en su *Teoría Crítica de la enseñanza* desarrollan planteamientos de orden filosófico sobre la teoría y la práctica educativa como una actividad crítica realizada por profesionales críticos. La orientación de estos autores ronda la pregunta ¿cómo pasar de la crítica teórica en educación a la acción necesaria? Para ello postulan una forma de investigación (la *investigación-acción*) que permita integrar la teoría y la práctica. Plantean "comprometer a los enseñantes, [las/]los estudiantes, [las madres y] los padres y los administradores escolares en misiones de análisis crítico de sus propias situaciones con vistas a transformarlas de tal manera que dichas situaciones [...] mejoren" (Carr y Kemmis, 1988, p. 169). Aclaran además, que lo que denominan *ciencia educativa crítica* guarda mucha relación con la *concienciación*[76] de Freire.

En los países nórdicos, en África y América se encuentran algunos trabajos inscritos en lo que aquí *denominamos* educación crítica. Éstos versan sobre *educación organizada por proyectos*, en la idea de *ejemplaridad* (que consiste en enfocar la investigación escolar en un tema específico), las relaciones entre educación y *democracia*, la educación como crítica a la(s) ideología(s).

Dentro de este contexto se encuentran los trabajos de Ole Skovsmose

76 Freire concebía la *alfabetización* de adultos como una toma de conciencia por parte del hombre en la ingerencia que hiciera en la realidad social; buscaba cambiar la ingenuidad en crítica (Freire, ob. cit., pp. 99-100). No consistía únicamente en adquirir habilidades para leer y escribir.

(1999). Para él una educación crítica se explica a través de la siguiente idea:

> **Si las prácticas y la investigación educativas son críticas, deben abordar los conflictos y las crisis en la sociedad** [negrillas añadidas] [...] debe revelar las desigualdades y la represión de cualquier tipo [...] no debe contribuir simplemente a la prolongación de las relaciones sociales existentes; no puede ser el medio para perpetuar las desigualdades existentes en la sociedad (Skovsmose, ob. cit., pp. 23-24).

La escuela, entonces, debe mirar a la sociedad que la envuelve; no debe encerrarse y preservar el *statu quo*, y junto a éste los conflictos. Una primera tarea para ello, y he allí uno de los papeles del sentido común, tal como se ha definido aquí, es alertar sobre la existencia de las crisis. El *orden* y los *métodos* no son aquí fundamentales, no son el todo a discutir. La atención al desarrollo individual del/de la estudiante no es el todo para la educación. Los anteriores representan objetivos bastante restringidos para la educación.

No obstante, aún cuando se hace una oposición entre el papel de la educación, de la escuela, ante la sociedad y sus crisis, la educación crítica estudia también la naturaleza del hombre/mujer a formar. Esta mujer y hombre, siguiendo a Kant, dispone de un sentido común (es lo que podemos esperar de él) que le informa de su posición ante el mundo, de la posición de su grupo social ante el mundo. No es una mujer u hombre para el que las inmensas desigualdades, la explotación, el hambre, la opresión, entre otras muchas crisis, pasan inadvertidas; es una mujer u hombre consciente de ellas. A la vez, la educación busca ser un motor para que esta conciencia se acompañe de la crítica y la transformación social. Aquí, seguimos a Marx en relación con que "hasta el momento, los filósofos no han hecho más que interpretar el mundo de diversos modos; lo importante ahora es transformarlo."

La educación no-crítica ha pecado de creer que aportando herramientas consistentes en conocimientos técnicos y especiales, el/la estudiante podrá luego aplicarlas justamente para su desenvolvimiento en sociedad (en el *statu quo*). En suma, la mujer y hombre es entendido(a) como fuente para la humanización de sí mismo(a); el sentido común y la crítica son parte del medio para ello.

Giambattista Vico (1688-1744) mostró que el hombre no debe buscar la comprensión de la realidad en las leyes de la naturaleza, que consideraba entendidas únicamente por Dios, sino que debe hacerlo por medio del estudio de sus propios hechos y creencias. El problema de la radiactividad natural, por ejemplo, ya no es nada en comparación con el de la producida en las centrales nucleares y la asociada al poderío armamentista. *Las cosas se han trastocado*. Esta sociedad no es la del hombre/mujer tratando de adaptarse al mundo, a la naturaleza, es la del hombre/mujer tratando de adaptarse a los suyos. La comprensión de las cosas exteriores a nosotros no es pues la única respuesta a la humanización de la mujer y del hombre, ésta se encuentra también en la naturaleza del mismo hombre/mujer. A este punto se dirigen Vico, Adorno, Freire, Carr y Kemmis, y Skovsmose.

De esta forma, la educación crítica puede explicarse en contraste con lo que busca la educación tradicional y otros de los movimientos teóricos que surgieron posteriormente.

Un trabajo interesante en el contexto de la sociedad venezolana es *Marcuse y los sujetos, teoría crítica mínima en la Venezuela actual* de Seoane (2001) el cual incluye una discusión sobre la pertinencia de la *Teoría Crítica*, en especial las ideas de Marcuse, en el ámbito de la educación. Seoane sostiene la poca viabilidad del planteamiento Marcusiano y no concuerda con que la noción de revolución sea central para la *Teoría Crítica*. Su análisis muestra, así lo expresa, que la *Teoría Crítica* puede tener cierto impacto en la actualidad si abandona la lógica marxista de la revolución. Seoane es de la idea de que la transformación [de la mujer y] del hombre y del entorno, de la sociedad, puede ser más modesta y que no implique una práctica revolucionaria (Seoane, ob. cit., p. 27).

Sin embargo, cabe la pregunta ¿por qué? ¿De qué transformación se habla si su contenido está separado de una revolución? Ello puede tener sentido en el mundo de las ideas, pero creemos que la historia, y en particular la de la República Bolivariana de Venezuela muestra que ciertos cambios han sido posibles a través de prácticas revolucionarias. Esta modestia ¿conlleva una crítica a ciertas estructuras sociales, tal como lo hizo Marcuse? En este punto, es posible que se ampute la esencia del planteamiento Marcusiano y de la *Teoría Crítica* en general. No puede, y esta es la idea que se sigue en este trabajo, limitar la transformación social, movida por la crítica, a prácticas no revolucionarias. Los acontecimientos que muestra la historia dicen otra cosa.

Educación Crítica de la Matemática

Ante la exigencia de un enfoque sociopolítico a la educación, sostenemos que **se pueden hacer planteamientos similares con respecto a la Educación Matemática**. Si el sentido común puede hacer ver algunas crisis a las/los estudiantes, ¿qué potencialidades desde la Educación Matemática apoyan al sentido común? Además, ¿qué naturaleza adopta la crítica desde la Educación Matemática?, ¿cuál es el papel de la Educación Matemática en el desarrollo de ciudadanos/as críticos?, ¿cuál es el papel de la misma crítica en la formación matemática? Éstas y otras preguntas representan por sí solas parte de la base para pensar en el "fin de la inocencia" de la Educación Matemática.

Plantear estas ideas en la Educación Matemática guarda relación con el papel que juega la matemática en la sociedad (Skovsmose, 1999). Muchas decisiones de carácter social, político y económico –en relación con las crisis– se toman (cuando esto se hace) con base en la matemática, o bien, la matemática sirve para estudiar las mismas decisiones y su impacto. Si se piensa en este conocimiento, más precisamente, en la construcción de este conocimiento, como una componente de la *ciudadanía* en un marco democrático, entonces, la Educación Matemática no debe concebir el estudio de la matemática en el marco de (o *encerrada en*) esta ciencia. Sin embargo, como hemos visto, **lo anterior no se entiende así en todos los desarrollos de la Educación Matemática,** tal es el caso, por ejemplo, de la *tradición* alemana, de la *Didáctica Fundamental* inherente a los trabajos de Brousseau (1983a, 1983b, 1986), Chevallard (1992, 2000), entre otros, y del programa de investigación sobre el *Pensamiento Matemático Avanzado*, entre otras perspectivas. En cambio, en el *Enfoque Fenomenológico* (Freudenthal, 1983), en la *Etnomatemática* (D´Ambrosio, 1985, 1990a, 1990b, 1999) en sus diversas acepciones y en la *Educación Matemática*

Crítica (Mellin-Olsen, 1987, Frankenstein 1983, 1994, Skovsmose[77], 1999), se concibe a la Educación Matemática de manera distinta, a la matemática y a las relaciones que establecen entre la educación, la matemática y la realidad social. En éstas, la realidad, lo cultural, social y político conforman dimensiones importantes de la Educación Matemática.

La obra de Skovsmose sistematiza, en el marco de su sociedad (la danesa), el enfoque sociopolítico en Educación Matemática. Skovsmose desarrolla una filosofía para la educación matemática crítica de cara a su sociedad. El alto desarrollo tecnológico de Dinamarca es el marco que motiva las ideas en su filosofía. Advierte, como se vio antes, la naturaleza crítica de la sociedad; no se detiene a fundamentar la existencia de las crisis, "simplemente" antepone la prueba de Moore, en clara alusión al sentido común. Skovsmose se preocupa por el desarrollo de la tecnocracia en su país, ello lo explica a través de lo que denomina *paradoja de Giambattista Vico*: al parecer los hombres [y las mujeres] no poseen la capacidad de comprender la tecnología en que se funda buena parte de las relaciones económicas y sociales. Es de la idea de que las y los ciudadanos deben tener la capacidad de criticar las decisiones gubernamentales, de criticar los modelos tecnológicos y matemáticos que las soportan. Con esta premisa se plantea qué puede hacer una educación matemática que se catalogue como crítica, estudiando las relaciones entre educación y democracia, educación y emancipación, el carácter crítico intrínseco a las matemáticas y el conocer. Lejos de identificar principios educativos ni justificaciones para éstos, y de entender la filosofía como guía para impulsar cambios y reformas educativas, provee fundamentos para interpretar la práctica educativa en sí. Al mismo tiempo, expone algunos *ejemplos* de proyectos desarrollados en la "escuela primaria" y "básica secundaria" en la perspectiva de la educación matemática crítica, como ayuda para otorgar significado a este tipo de educación.

La obra de Skovsmose es una de las que ha tenido mayor repercusión en la comunidad internacional de investigadores en educación matemática, así como también D´Ambrosio (1990a, 1990b), Ernest (1991, 1994, 2001), Frankenstein (1983, 1994), Gerdes (1985), Harris (1998), Valero (1999), Mora (1997, 2001) y Munter, Nielsen, Nielsen y Simoni (1994). Sin embargo, su estudio ha permanecido algo alejado de los centros de discusión en los institutos de formación docente y en las universidades venezolanas (en el ámbito del profesorado o de la licenciatura). Recientemente se han dado avances al respecto, fundamentalmente desde la Universidad Central de Venezuela, la Universidad Pedagógica Experimental Libertador y la Universidad Nacional Abierta. En 2002 se formalizó en la Universidad Central de Venezuela un espacio, a través de un seminario doctoral, para el estudio de las perspectivas *Etnomatemática* y *Educación Matemática Crítica*; éste representa así el primer seminario doctoral[78] con estas características dictado en nuestro país[79]. También, los trabajos

---

77 Su formación como maestro de escuela, en matemáticas, en filosofía, en su estudio doctoral (sobre crítica, enseñanza y matemáticas) y su estrecha vinculación con la práctica educativa, permitieron conformar un cuerpo de *ideas* sobre la Educación Matemática en *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (1999).

78 Dictado por el Doctor C. David Mora.

79 Es justo mencionar que este espacio estuvo abierto, con tales objetivos, desde tiempo antes, aunque de manera *informal*.

de Mora (1997, 2001, 2004) y Becerra (2006) constituyen pilares importantes para una educación crítica de la matemática en la sociedad venezolana.

El problema tecnológico, es pues, focal en la filosofía de Skovsmose. No obstante, aún cuando esta paradoja también se presenta en sociedades en las que el desarrollo tecnológico es inferior, manifestada, por ejemplo, en hechos tan concretos como la imposibilidad de cambiar un tomacorriente, para instalar un dispositivo en el computador para aumentar su capacidad de memoria o más allá, para criticar modelos tecnológicos, **existen otros problemas de carácter social (como las crisis descritas párrafos atrás) que motivan su abordaje desde la Educación Matemática**.

Pero, **¿qué significa una educación crítica de la matemática en el contexto de los países democráticos no altamente industrializados ni tecnificados?**, países donde no se satisfacen las necesidades básicas (como la alimentación) en buena parte de la población, o bien, la participación de las y los ciudadanos en la toma de decisiones es muy pobre. ¿Qué naturaleza adoptan nociones como *conciencia sobre las acciones*?, teniendo en cuenta que estas democracias son "atacadas" o "erosionadas" de forma muy distinta entre sí. ¿Cómo puede contribuir la matemática y la educación matemática a este tipo de participación activa y transformadora de la sociedad? ¿Qué papel juegan los *valores* y *antivalores* (la axiología) en la Educación Matemática? ¿Qué se puede hacer con respecto a ellos desde la Educación Matemática? Estas cuestiones son centrales en el desarrollo de una educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana.

Una Educación Crítica de la Matemática en nuestra sociedad tiene la exigencia de reflexionar sobre el contenido de otras posturas teóricas sobre el proceso de aprendizaje/enseñanza. Debe buscar alternativas a la tendencia de estudiar matemáticas en la "barrera" de la misma matemática, debe reflexionar sobre el saber entendido como "saber del sabio", sobre la distinción entre el saber intuitivo de las/los estudiantes (ingenuo) y el saber del sabio, y sobre la educación orientada hacia este saber en un contexto distinto al de la realidad en crisis.

La educación crítica de la matemática se debe dar en interacción con la realidad, con lo cotidiano; busca la identificación de los conflictos por parte de las/los estudiantes con ayuda en la matemática pero también como fuente para estudiar conceptos matemáticos, así como la transformación de estas crisis a través de la participación colectiva. Es una educación en la que el sentido común y la crítica son desarrolladas por este tipo de *conocer* matemático[80]. Interacción que debe darse en torno a temas generadores asociados a los problemas que son característicos del entorno.

El *conocer* en educación matemática, pues, no es el inherente a la intramatemática, es el conocer en relación con el contexto desde la educación matemática.

Tal tipo de educación se orienta hacia la humanización de la mujer y del hombre como exigencia natural a la deshumanización. El sentido común, lo mínimo que se puede esperar del hombre [y de la mujer] (siguiendo a Kant), es uno de los cimientos para la humanización, el otro lo es la crítica. Y la edu-

80 Ver los ocho principios para una educación matemática crítica en la República Bolivariana de Venezuela (descritos en el Capítulo II).

cación, particularmente la educación matemática, tiene la tarea de orientarse a ello. Ante la pregunta, ¿por qué ha de tener esa tarea?, se podría responder con ¿por qué no ha de tenerla? y recordar la complicidad, a que aludió Adorno, en que pudiera caer la educación ante las *nuevas atrocidades*. La humanización no puede "enseñarse" en algunos cursos de la Escuela o del Liceo, creemos que la educación en sí, desde cualquiera de sus componentes disciplinares, debe orientarse a la humanización.; una observación similar puede hacerse con respecto a los términos sentido común y crítica.

En una sociedad democrática, como la nuestra, la participación ciudadana para la transformación, ofrece a la Educación Matemática discusiones en cuanto a nociones como *alfabetización matemática* (Skovsmose, 1994) y *poder matemático* (Serrano, 2004a). Es éste, de acuerdo con la perspectiva del autor, el contenido de una educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana.

A Manera de Conclusión

En el marco de una *Educación Crítica de la Matemática* para la sociedad venezolana, vemos en el sentido común y en la crítica dos conceptos básicos para explicar el significado de este tipo de educación. Entendemos el sentido común como lo mínimo que se puede esperar de la mujer y del hombre, en especial el papel que juega en el juicio sobre la existencia de las crisis propias a la sociedad y el que tiene para el desarrollo de la crítica. No se minimiza, pues, al sentido común con respecto a la crítica; tienen entre sí una relación compleja.

El sentido común sirve al desarrollo de la crítica en cuanto se vale del juicio, y recíprocamente, la crítica puede agudizar el sentido común en el sentido en que puede mediar el mismo juicio, en la percepción de las cosas y hechos; la crítica puede así hacer ver otras cosas en la realidad.

Se sostiene también, la exigencia del rol sociopolítico a la Educación Matemática, en particular en lo que respecta al desarrollo de la crítica y del sentido común en las/los estudiantes en función de la transformación social e incluso de la humanización de la mujer y del hombre.

IV

LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA

Introducción

Si vemos en el sentido común y en la crítica dos conceptos básicos de una educación matemática, o mejor, de una educación crítica de la matemática, vale preguntarse: ¿Qué potencialidades[81] debe desarrollar este tipo de educación en las/los estudiantes? ¿Qué relación guardan estas potencialidades con el carácter crítico de la sociedad venezolana (y, posiblemente, con la Latinoamérica en general)? Preguntas que conllevan a plantear: ¿Determinan éstas algún tipo de poder en las/los estudiantes? ¿Cuál es la naturaleza del conocimiento que se relaciona con estas potencialidades?, entre otras. Con esto, nos acercamos a la reflexión teórica sobre la actividad matemática llevada a cabo en el aula y sus procesos de enseñanza y aprendizaje.

Es en este sentido que destacamos a la *alfabetización matemática*, constructo que fue estudiado por Skovsmose (1999) y D'Ambrosio (1999)[82] y al que han hecho referencia Domite y Mesquita (2003), Mora (2001a), Serrano (2004a, 2005a), Serres y Serrano (2004), entre otros, adoptando en ellos un significado similar mas no idéntico al de Skovsmose y D'Ambrosio. Estas ideas

81 En Serrano (2005a) empleamos el término "competencia(s)" en la conceptuación de la alfabetización matemática, naturalmente sin corresponderse con el significado que la derecha le ha dado. Acá consideramos que la idea de "potencialidad" describe mejor a la alfabetización matemática.

82 D'Ambrosio (1999) utiliza el término *materación* o *matematización* [matheracy], el cual tiene un significado similar a la alfabetización matemática de Skovsmose (1999).

encuentran raíces en los trabajos de Freire sobre la alfabetización, en particular en *La educación como práctica de la libertad* (1969), aunque también en otros de sus trabajos posteriores (Freire, 1970, 1974, 1978), y en Giroux (1989). Trabajos en los que la alfabetización comporta una posición política (como es natural), pero de carácter explícito. En éstos, la alfabetización matemática consta de potencialidades que van más allá de la comprensión y aplicación de técnicas o algoritmos y de conceptos matemáticos, sino que se relacionan con el entorno social.

También se han usado términos como *numeracy* y *alfabetización cuantitativa*, aunque con un contenido político y educativo muy distinto. Por ejemplo, éstos han sido usados por Cockcroft (1982), Noss (1999) y *The National Council on Education and the Disciplines* (2001).

En lo que sigue se discuten estos aportes con la intención de dotar de un significado a la *alfabetización matemática* que se corresponda, de acuerdo a la perspectiva del autor, con una educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana y en particular con la formación del ser crítico y del ser social. Así, los conceptos crítica y sentido común resultan importantes en esta formación.

La Alfabetización: Un Concepto Político

¿Por qué preguntarse por el significado de la alfabetización? ¿No es acaso la alfabetización un concepto bien conocido por los educadores? La alfabetización es un término que ha tomado muchas acepciones. Se le ha entendido como proceso a través del cual se desarrollan habilidades para leer y escribir, así como los valores por la lectura y escritura. En esta concepción descansan muchos de los programas, proyectos y políticas que ha delineado el *Estado* venezolano a lo largo de su historia. Algunos de los cuáles no han sobrepasado su carácter enunciativo; incluso, hubo períodos en los que este tema fue ignorado como política. Por otra parte, **la alfabetización puede concebirse como un proceso que va mucho más allá de adquirir o desarrollar habilidades para leer y escribir, alcanza una dimensión política**; dimensión en la que pensamos ésta se encuentra; aquí se inscriben los trabajos de Freire (1969, 1970, 1974, 1978) y Giroux (1989). Es en este último sentido que la alfabetización puede ayudar a interpretar el contenido de una educación crítica y de la educación matemática.

Ya Simón Bolívar en su conocido mensaje ante el *Congreso de Angostura* (en 1819) decía: "Se tendrá especial cuidado en que se les enseñe a pronunciar, leer y escribir correctamente, las reglas más usuales de la aritmética y los principios de la gramática, que se les inspire en ideas y sentimientos de honor y probidad, amor a la patria, a las leyes y al trabajo, respeto a [las madres y] los padres, a los ancianos, a los magistrados y adhesión al gobierno". Los conocimientos básicos que proponía Bolívar incluían a la **aritmética** así como a **valores** más allá del valor por la lectura y por la escritura. La alfabetización en Bolívar, y sus ideas sobre la educación en general, buscaba la formación de un nuevo/a ciudadano/a para la naciente República. Todavía nos encontramos en esa búsqueda; y la Educación Matemática puede contribuir a ello. Una parte importante de este trabajo tiene que ver con estudiar y explicar en qué consiste esta contribución.

La ciudadanía, la concienciación y la formación del ser crítico y del ser social (o de una nueva y nuevo ciudadano) constituyen nociones que soportan las reflexiones de Freire y Giroux sobre la alfabetización. Las ideas y trabajos de Giroux y Freire sobre la alfabetización permitieron dar un gran impulso teórico y práctico a los desarrollos que se habían dado en educación crítica, destacando la dimensión política de la educación. Y constituyeron, como veremos más adelante, una fuente de reflexión para las ideas sobre la alfabetización matemática.

Figura 9. *Vicente de Abreu - pintor brasilero (Freire, 1969, p. 125).*

Paulo Freire dedicó buena parte de su trabajo investigativo y práctico a la alfabetización de adultos en su país (Brasil). Desde su formación como profesor de filosofía de la educación[83] y, en especial, desde las múltiples experiencias que emprendió con grupos de analfabetas, criticó muchos de los métodos de alfabetización que se utilizaban para la época[84] en Brasil. Criticó su carácter alienante y la concepción ingenua de que eran objeto entre las y los profesores; así como la idea de que alfabetizar era una especie de regalo o favor que hacían las clases pudientes [las y los letrados] a las y los analfabetas. También llamó la atención sobre la manera en que se concebía un analfabeta: como alguien proveniente de las clases populares; y el analfabetismo: como algo propio de esas clases. Las ideas de Freire revolucionaron estos conceptos. Freire (1969) partió del estudio de la sociedad brasileña para plantear la necesidad de una educación crítica. Propone una educación que posibilite a la mujer y al hombre

83 En la Universidad de Recife.

84 A mediados del siglo XX.

la discusión de su problemática, de su inserción en la misma problemática, que le advierta de los peligros de su época y que gane fuerzas para afrontarlos, que se oriente al desarrollo y a la democracia, que se forme para la crítica, que sea capaz de colaborar con el pueblo (fundamentalmente con las clases populares) en la indispensable tarea de organizar reflexivamente su pensamiento y su participación en la vida democrática.

Además, se preguntó: **¿cómo se puede realizar este tipo de educación?** Más aún, ¿cómo hacer esto con grupos de analfabetas? Su visión de la alfabetización iba más allá del aprendizaje de la lectura y escritura por los millones de analfabetas adultos en Brasil[85]: *buscaba superar la comprensión ingenua del grupo y desarrollar su crítica a través del estudio del concepto de cultura* (p. 105); *buscaba la concreción de una educación crítica*. La alfabetización es entonces, de acuerdo a Freire, una manera de responder el *por qué* y el *para qué* de la educación en su sociedad.

Es interesante el hecho de que comenzaba la alfabetización discutiendo con el grupo el concepto de cultura. Se presentaba al grupo una lámina o proyección de una situación característica de su entorno con la intención de iniciar el debate en torno a ella. Por ejemplo, en la primera situación de su método (ver la Figura 9) se discutió el concepto de hombre [y de mujer] como un ser de relaciones que distingue dos mundos: el de la naturaleza y el de la cultura. "Se percibe la posición normal del hombre [y de la mujer] como ser en el mundo y con el mundo, como ser creador y recreador que, a través del trabajo, va alterando la realidad" (p. 124). Agrega además, que con preguntas simples, como ¿quién hace el pozo?, ¿por qué lo hace?, ¿cómo lo hace?, entre otras, se llega a dos conceptos básicos: el de necesidad y el de trabajo. Luego de esto, se discuten con el grupo algunos aspectos de las relaciones entre los hombres/mujeres, en particular que éstas no pueden ser de dominación ni de transformación, sino que son entre sujetos. Este ejemplo muestra el significado que para Freire tiene la educación.

En trabajos posteriores de Freire, por ejemplo en *Pedagogía del oprimido* (1970), extiende sus reflexiones sobre la educación desde la alfabetización a la educación en cualquiera de sus niveles.

Giroux (1989) sostiene que la alfabetización, vista como un concepto radical, tiene que vincularse con la crítica y con proyectos de posibilidad de manera que permitan a las y los ciudadanos participar en la comprensión y transformación de su sociedad. En Giroux, la alfabetización constituye una condición previa para la emancipación social y cultural. "Las formas más fuertes de crítica" emergen de una noción *pluralizada de la alfabetización* que valora tanto la cultura impresa como la visual. Además, la alfabetización como discurso crítico también proporciona una valoración más compleja del poder, la formación de la identidad y la materialidad del poder y, al mismo tiempo, destaca que, aunque la alfabetización en sí no garantiza nada, es una condición previa esencial para el sujeto, la autorrepresentación y una noción fundamental de vida pública democrática (Giroux, 2001, p. 41).

Vemos, a diferencia de Giroux, garantías en la alfabetización de las y los ciudadanos; precisamente las relacionadas con la formación del ser crítico y del

85 Para finales de la década que inicia en 1960 había en Brasil 4000000 de niños en edad escolar que no asistían a la escuela; y además, aproximadamente 16000000 de analfabetas mayores de 14 años (ob. cit., p. 97).

ser social. ¿Por qué hemos de afirmar esto?: Por ejemplo, los trabajos de Freire en la alfabetización de adultos y los reportados en Skovsmose (1999) y en Munter *et al.* (1994), en el campo de la educación matemática, apuntan en este sentido.

Entendemos a la educación crítica como una garantía en sí misma para la reflexión y/o transformación del entorno social; en suma, para el ejercicio de la ciudadanía. Ciertamente que aquí no debemos olvidar el importante influjo que representan otras fuerzas institucionales y culturales en la educación o des-educación de las y los ciudadanos, tal es el caso de la familia, los medios de información de masas, entre otros.

La Alfabetización Matemática

La alfabetización en Freire y en Giroux es entendida como un concepto radical que se relaciona con la discusión y comprensión de la problemática que envuelve al grupo (de estudiantes, a la comunidad, etc.), con el desarrollo de la crítica, así como con la participación, la transformación social y el desarrollo de la comunidad. Estas ideas sirvieron de apoyo a Skovsmose para preguntarse ¿Es posible sustituir el término alfabetización por el de *alfabetización matemática*? (Skovsmose, 1999, p. 29). Skovsmose aclara que "sería muy simple asumir como un axioma que la alfabetización matemática tiene un papel similar en la sociedad al de la alfabetización" (ob. cit., p. 30). Su planteamiento le lleva a nuevas preguntas: si aprender a leer y a escribir no es todo para la alfabetización, ¿qué conocimientos matemáticos pueden adquirir otra dimensión en la alfabetización matemática? Si la alfabetización contribuye a la formación del *ser crítico* y del *ser social*, ¿de qué manera se puede alcanzar esto en una alfabetización matemática? ¿En qué consiste la crítica desde la alfabetización matemática? ¿Qué rol tienen la participación, la acción y la transformación desde la alfabetización matemática? Más aún, ¿tiene sentido una alfabetización matemática en los términos de una alfabetización tal como la definen Freire y Giroux? Estas preguntas pueden llevar la discusión a la misma idea de *crisis* o *conflictos* en la sociedad, básicamente planteando lo siguiente: ¿cuál es la relación entre matemática y sociedad? y ¿cuál es la relación entre la Educación Matemática y la sociedad?

Skovsmose atiende al problema de la incomprensión de la tecnología y los modelos matemáticos que soportan las decisiones gubernamentales por parte de las y los ciudadanos en el contexto de una sociedad democrática, lo cual ilustra a través de lo que denomina *paradoja de Vico*. Ve en esto una condición importante para el fortalecimiento de la tecnocracia en su país[86], para el

86 Comparar, por ejemplo, con el "caso" PDVSA en nuestro país. El sabotaje a nuestra industria petrolera en 2002, y a la nación en su conjunto, (llevado a cabo por gran parte de sus gerentes e impulsado por los partidos políticos tradicionales, medios de comunicación y en esencia por la clase media, así como por intereses extranacionales, con el propósito de obligar la dimisión del Presidente) se basó fundamentalmente en el dominio y control sobre su plataforma tecnológica por parte de la alta gerencia. Muchos de los procesos, decisiones y reportes eran desconocidas, incluso, por los entes gubernamentales. Este sabotaje ocasionó pérdidas de aproximadamente 10.000.000.000 de dólares. Nuestro criterio es que en la educación, y en la Educación Matemática en particular, se encuentran herramientas para el desarrollo del ser crítico en oposición a los razonamientos y a la ciudadanía a-crítica.

establecimiento de una situación en la que es poco factible la crítica de estas decisiones por parte de la ciudadanía. En este marco y ante la naturaleza del papel que desempeñan las matemáticas en la sociedad, analiza el contenido de una alfabetización matemática.

La alfabetización matemática, de acuerdo a Skovsmose, va más allá de la habilidad para realizar cálculos y de comprender ciertos conceptos matemáticos. La concibe con un papel similar, mas no idéntico, al de la alfabetización; acuerda que "debe verse como una composición de diferentes competencias: la matemática, la tecnológica y la reflexiva [negrillas añadidas]" (ob. cit. p. 130). En ella, la componente reflexiva le confiere una "agudeza radical" (ob. cit. p. 189). "La importancia de la alfabetización matemática como una competencia integrada implica que los principios guías de la educación matemática no se encuentren más en las matemáticas sino en su contexto social. Esto significa un cambio fundamental en el enfoque de la educación matemática y creo que esto es esencial en cualquier reforma educativa que trate de establecer una práctica crítica [...] Se trata más bien de considerar el papel de las matemáticas en la sociedad y de la posibilidad de ilustrar el poder formativo que de hecho tienen las matemáticas" (Skovsmose, 1999, p. 130).

Las percepciones, interpretaciones y análisis de las/los estudiantes sobre asuntos sociales (conflictos, decisiones gubernamentales) soportados en modelos tecnológicos y matemáticos pueden llevarse a cabo a través de las matemáticas[87]. De allí la importancia de entender a la alfabetización matemática como una integración de potencialidades. Esta es una idea que supone una concepción muy distinta a otros desarrollos de la educación matemática a que hemos hecho referencia, tal es el caso de la *Didáctica Fundamental*, de la *tradición alemana*, del *Pensamiento Matemático Avanzado* y de la *Socioepistemología*, entre otros.

Los proyectos en educación matemática a que refiere Skovsmose (1999), en los que participaron grupos de niños de la "escuela primaria" y de la "escuela secundaria", mostraron que conceptos como el de alfabetización matemática[88] no son de manera inmediata operacionales (ob. cit., p. 83) en relación con una situación educativa en específico, sino que es necesario una especie de "puente teórico" entre estas ideas generales y una práctica educativa. Este puente lo ve Skovsmose en el concepto de *ejemplaridad* o *principio de ejemplaridad* (ob. cit. pp. 83-88). La ejemplaridad puede entenderse, de manera simplificada, a través de las tesis que siguen: (a) un fenómeno específico puede reflejar una totalidad, (b) es posible comprender esta complejidad en su totalidad concentrándose en un aspecto particular y, (c) es posible para alguien adentrarse en una cuestión específica y comprometerse en conocerla.

La alfabetización matemática no es entendida así por otros autores; incluso, conceptos "similares" son etiquetados con otros términos. En lo que sigue se caracterizan estas ideas con la intención de dotar de un significado a la alfabetización matemática que se corresponda con el contexto de nuestra sociedad.

---

87 Atendiendo al potencial que brindan las matemáticas para organizar, interpretar y analizar ciertos fenómenos sociales. Es en este sentido que se habla de que "[las percepciones, interpretaciones y análisis de los estudiantes] solo pueden llevarse a cabo a través de las matemáticas".

88 Al igual que otros como el de *ciudadanía crítica* y *competencia democrática*.

D'Ambrosio caracteriza los conceptos de literacy, matheracy y technoracy (D'Ambrosio, 1999). Estos conceptos guardan relación con la alfabetización matemática tal como la definió Skovsmose. De acuerdo a D'Ambrosio, literacy incluye la interpretación de gráficos, tablas, números y otras fuentes de información para el individuo; matheracy [materación o matematización] se refiere a la capacidad de interpretar signos y códigos y también a la capacidad de proponer y utilizar modelos matemáticos en la vida cotidiana; y technoracy significa la familiarización crítica con la tecnología. Literacy, matheracy y technoracy constituyen instrumentos comunicativos, analíticos y tecnológicos necesarios para la vida en nuestras sociedades.

Tanto en Skovsmose como en D'Ambrosio está presente la componente tecnológica. Más adelante consideraremos problemas más allá de los tecnológicos en los que la educación matemática puede incidir.

Domite y Mesquita (2003) destacan en su trabajo *Alfabetização matemática: da compreensão à perspectiva crítica* (desarrollado en el marco de discusiones *etno-matemáticas*), que los procesos que envuelven a la alfabetización matemática colocan bajo cuestión muchas de nuestras verdades asumidas como universales o eternas. Esto es, destacan la relación entre la alfabetización matemática y el desarrollo de la crítica. Y, de acuerdo a nuestro planteamiento (ver el *capítulo: Sentido común, crítica y edu-cación matemática*), se destaca la relación entre la alfabetización matemática, el sentido común y la crítica. Esto es, el importante papel que juegan las matemáticas en nuestras sociedades no se encuentra en función del desarrollo de tecnologías o como soporte de decisiones gubernamentales (cuando esto se hace), sino también en el potencial que constituyen las ideas, conceptos, estructuras y procedimietos matemáticos en el desarrollo de la crítica y en la agudización del sentido común. Las matemáticas pueden hacer ver otras cosas en nuestra realidad.

Mora (2001) entiende la alfabetización matemática como

> **El conjunto de conocimientos, capacidades y habilidades que le permitan a los individuos de cada sociedad alcanzar los siguientes objetivos**: resolver problemas en correpondencia con las necesidades individuales y colectivas; aumentar la argumentación, la demostración y la fundamentación de acuerdo con las siuaciones planteadas dentro y fuera de la matemática; servir de vehículo de comunicación para el intercambio de informaciones y entendimiento de la realidad; crecer culturalmente como necesidad individual del ser humano; y apropiarse de un medio muy útil para la representación del conocimiento no necesa-riamente matemático [negrillas añadidas] (Mora, 2001, p. 107).

En Mora (2001a) no se destaca a la tecnología o a las potencialidades tecnológicas en la alfabetización matemática. La concibe de forma más amplia que en Skovsmose (1999) y D'Ambrosio (1999). Mora habla de un conocimiento no exclusivamente matemático; es un conocimiento que toca otros campos o disciplinas que tienen que ver con lo social (sociología, economía, psicología, filosofía, tecnología, entre otras). En esta posición, la resolución de problemas que corresponden a necesidades colectivas e individuales puede abarcar a los problemas tecnológicos que refieren Skovsmose, D'Ambrosio, Domite y Mesquita, y, Munter y otros. Es una alfabetización matemática que permite al/a la estudiante crecer culturalmente, en lo individual, y resolver problemas colectivos, en lo social. Los conocimientos, capacidades y habilidades de que consta tienen un parangón en las competencias de que hablan Skovsmose y D'Ambrosio.

Estudios internacionales como el PISA[89] (*Programme for International Student Assessment*) también han hecho referencia al término alfabetización matemática. En el contexto del PISA se le entiende como la capacidad de las/los estudiantes de utilizar el conocimiento matemático adquirido en la escuela en un mundo que cada vez más descansa en la tecnología y en la ciencia, así como la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que tiene la matemática en el mundo y para hacer juicios matemáticos bien fundamentados en relación con sus necesidades actuales y futuras como ciudadano/a constructivo/a, preocupado/a y reflexivo/a (PISA, 2000). En este estudio se consideraron, además de la alfabetización matemática, la alfabetización científica y las habilidades de lectura. Este programa pretendía medir hasta qué punto las/los estudiantes que se encuentran próximos a finalizar la educación obligatoria, tenían o no el conocimiento y las habilidades necesarias (en cuanto a la lectura, matemática y ciencia) para su participación plena en la vida social.

Otro de los estudios en el ámbito internacional es el TIMSS[90] (*The Third International Mathematics and Science Study*), realizado con anterioridad al PISA: entre 1992 y 1995. En el TIMSS se prestó atención al rendimiento estudiantil en Matemática y en las Ciencias Naturales en el tercer, cuarto, séptimo y octavo grados de la Educación[91] y su comparación entre los países participantes. También se estudió el nivel que las/los estudiantes de la muestra tenían en matemáticas y en ciencias naturales. No obstante, en el TIMSS no se hace explícita la discusión sobre las potencialidades matemáticas de las/los estudiantes en relación con la sociedad, ni sobre su incidencia en la formación del ser crítico y del ser social, como puede observarse en la caracterización que hacen de éstas en cada uno de los niveles: por ejemplo, el nivel que algunos denominan estándar y que es aceptado internacionalmente para el séptimo y octavo grados (de acuerdo con la NCTM, 1989) abarca lo siguiente: (a) Los alumnos comienzan a dominar actividades aritméticas que requieren una secuencia de pasos relativamente compleja, (b) Se resuelven problemas sencillos que involucra la noción de porcentaje, (c) Se expresan o traducen problemas dados en lenguaje natural al lenguaje matemático, y (d) Comprenden las ideas de la Geometría elemental del plano (sobre ángulos, triángulos y rectángulos).

Las "competencias" que expone la IEA (en el TIMSS) en cada uno de los niveles matemáticos son más limitadas que las que exponen Skovsmose (1999), D'Ambrosio (1999) y Mora (2001). Consiste en una visión de la Educación Matemática que tiene como único referente a las matemáticas; es decir, se apoyan en una visión "encerrada" en la propia matemática. Con ello se des-

---

89 Basados en pruebas aplicadas a 265000 estudiantes de Educación Media en 32 países (en 2000).

90 En la cual participaron 46 países. Este estudio fue llevado a cabo por la *Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento* (IEA) [fundada en 1959]. El *First* y *Second International Mathematics Study* (FIMS y SIMS, respectivamente) se desarrollaron en 1964 y 1980-1982. Ni en el PISA ni en el TIMSS participó nuestro país.

91 Lo que correspondería, en el caso venezolano, a los grados 3 y 4 de la Educación Primaria y los años 1 y 2 de la Educación Media General.

conoce, de acuerdo al criterio del autor, el aporte de la Educación Matemática en su evolución como disciplina científica, y particularmente, el desarrollo de su perspectiva crítica. Se desconoce también el importante papel que la matemática puede desempeñar en nuestras sociedades y en la formación del ser crítico/social.

En el ámbito nacional podemos referir los estudios realizados por el Ministerio de Educación a través del Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje (SINEA) en 1998, en estudiantes de 3º, 6º y 9º grados[92]. En estos reportes (Ministerio de Educación, 1998a, 1998b y 1999), así como en el TIMSS, no se discuten las potencialidades matemáticas que se espera hayan desarrollado las/los estudiantes al finalizar los nueve primeros años de la educación, ni se habla de los términos alfabetización matemática o cuantitativa. No obstante, los tópicos que abarcaron las pruebas y las mismas preguntas ilustran la naturaleza de las componentes evaluadas.

La tabla siguiente (Cuadro 3) presenta los tópicos evaluados por el Ministerio de Educación (1998a, 1998b, 1999) para 3º, 6º y 9º grados, así como algunos ejemplos de las preguntas propuestas.

Estos ítems plantean problemas que no se corresponden con las necesidades individuales y colectivas de las/los estudiantes o de la comunidad que los envuelve. Son cuestiones que se enmarcan en la *actividad intramatemática*, sin dejar espacio a actividades vinculadas a una educación crítica, como podría ser el caso del estudio de problemas centrales de nuestra sociedad, como la pobreza, las desigualdades, la deserción estudiantil de la educación formal, la energía, la contaminación ambiental, soberanía, entre otros temas estrechamente relacionados con la matemática que hemos citado en el *capítulo I*.

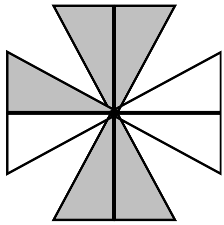
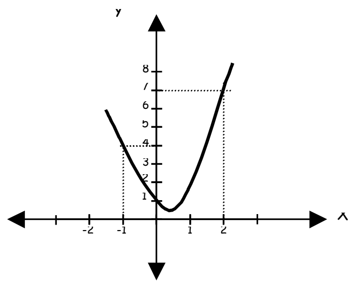
Para tercer grado 19 de las 35 preguntas de la prueba tenían que ver con el tópico Números y Operaciones, para sexto grado 20 de 36 y, para noveno grado 24 de 32; ello da una idea del peso que se dio en el estudio a este tópico. El resto de los tópicos (medida, relaciones, organización y representación de datos, geometría e informática) tuvieron un peso mucho menor en la prueba; hecho que, en general, se da también en nuestro diseño curricular. Las potencialidades que evaluó el Ministerio de Educación no se corresponden con la dimensión política de la educación matemática en el marco de una *Educación Crítica de la Matemática*, ni con la alfabetización matemática tal como se entenderá en el marco de esta investigación. Las potencialidades que evaluó el SINEA tienen que ver fundamentalmente con: (a) Efectuar cálculos con operaciones básicas y aplicar algoritmos, (b) Reconocer o evocar conceptos, términos o símbolos y, (c) Con la resolución de problemas en el seno de la matemática escolar o referidos a situaciones hipotéticas del contexto de las/los estudiantes.

Si bien las potencialidades vinculadas con (a), (b) y (c) son importantes para la Educación Matemática, una perspectiva crítica de ésta conlleva un enfoque teórico y práctico distinto. Las potencialidades asociadas con (a), (b) y (c) no son el objetivo último de una *Educación Crítica de la Matemática*. Una alfabetización matemática involucra, como veremos más adelante, potencialidades de distinta naturaleza, y explica el contenido de este tipo de educación.

---

92 Estas pruebas, una para cada etapa, se aplicaron en junio de 1998 en las 23 Entidades Federales del país, en instituciones públicas y privadas, rurales y urbanas. Evaluación que también contempló el área de lengua. La muestra para el tercer grado fue de 32292 estudiantes, para sexto grado fue de 34244, y en noveno grado de 28764.

Cuadro 3. ***Tópicos contemplados en las pruebas del SINEA para 3º, 6º y 9º grados y ejemplos de las preguntas.***

Grado	*Tópicos*	*Ejemplos de preguntas*
3º	Geometría (6) Medida (7) Organización y Representación de datos (1) Relaciones (2) Números y Operaciones (19)	 ¿Qué fracción del total representa la parte oscura de la figura? (a) $\frac{5}{8}$ (b) $\frac{3}{8}$ (c) $\frac{2}{8}$
6º	Geometría (6) Números y Operaciones (20) Organización y Representación de datos (5) Medida (5)	¿Cuál es el mayor divisor del número 392? (a) 28 (b) 49 (c) 196 (d) 392
9º	Geometría (5) Organización y Representación de datos (2) Informática (1) Números y Operaciones (24)	 ¿Cuál de las siguientes funciones está representada en la gráfica? (a) $Y = -2X^2 + X$ (b) $Y = -2X^2 + X - 1$ (c) $Y = 2X^2 - X + 1$ (d) $Y = 2X^2 - X$

Notas: Los números entre paréntesis indican el número de ítems que se dedicaron en la prueba al tópico indicado. Todos los ejemplos corresponden al tópico Número y Operaciones.

Además de los términos alfabetización matemática y matheracy que hemos comentado antes, algunos investigadores han utilizado el término *numeracy*. Crowther (1959) fue el primero en emplear este término (Noss, 1999). Crowther (1959) lo definió como "la comprensión de la aproximación científica al estudio de los fenómenos [...] la necesidad en el mundo moderno de pensar de manera cuantitativa, de entender como muchas veces nuestros problemas son problemas de medida aún cuando parecen problemas cualitativos". Ésta es una definición amplia, y evoca la importancia de "pensar cuantitativamente (o matemáticamente)" sobre la cotidianidad y sus fenómenos.

Numeracy puede ser asociado a la habilidad para efectuar cálculos aritméticos (adición y multiplicación); sin embargo, esta concepción es criticada tanto por Cockcroft (1982) como por Noss (1999), quienes ven en "numeracy" un concepto mucho más amplio. Cockcroft (1982) estudió la manera en que se usaban las matemáticas en diversos puestos de trabajo[93] tales como los operativos, artesanales, técnicos de la ingeniería, empleados, comerciantes, en hoteles y restaurantes, y enfermeros.

Cockcroft concluye que gran parte de la necesidad de las matemáticas en los puestos de trabajo se pueden resumir como una sensibilidad hacia las mediciones; esto es, se concluye que las matemáticas necesarias en el trabajo son precisamente las matemáticas básicas.

Se pueden hacer muchos comentarios al respecto: por una parte, resulta interesante el esfuerzo de la comisión del gobierno británico (la Comisión Cockcroft) para estudiar las matemáticas que son usadas en el trabajo y en la vida cotidiana[94]. No obstante, tal como señala Noss (1999), los planteamientos de Cockcroft obedecen a asumir una *cultura de la utilidad*. Así, ideas como "se deberían enseñar las matemáticas que serán útiles en el trabajo y en la cotidianidad", o bien, el hecho de caracterizar las matemáticas que "corresponden" a un trabajo en específico, encaja en esta visión de la cultura utilitaria de la matemática. Visión que implicó un movimiento fuerte de "retorno a lo básico" en el diseño del currículo en los niveles Básico y Medio de la educación[95], en Inglaterra y también en otros países. Por otra parte, resulta difícil establecer a priori qué matemáticas serán usadas en cierto trabajo; idea en la que se basa Noss (1999) para enriquecer el concepto de numeracy de Cockcroft.

Noss (1999) critica que en el marco de una cultura utilitaria de la matemática se otorgue al trabajador un papel marginal en la interpretación de la información numérica (p. 15) y, en general, la descalificación del proceso laboral así como del currículo de matemáticas (p. 19), y se propone asignar un nuevo significado a numeracy en el lugar de trabajo. Noss otorga un papel importante a las tecnologías computacionales e informáticas en la ampliación de la manera como se entienda a numeracy. Noss sostiene (p. 52) que se debe recuperar el sentido amplio del término numeracy tal como lo definió Crowther y que debe equipararse a la noción de "ser letrado"[96].

---

93 En el contexto de la sociedad de Inglaterra y Gales.

94 El estudio también abarcó las cuestiones: ¿cómo se enseñan las matemáticas en las "escuelas primaria" y "secundaria" de Inglaterra y Gales? y ¿Qué matemáticas son necesarias en la educación superior?

95 Un ejemplo de esto es la denominada "Lista Fundamental" de Cockcroft (1982), la cual contiene una serie de temas aritméticos que se pensaron como parte de un programa de matemáticas para todos los estudiantes.

96 Trabajo y educación adquieren una relación especial en Noss (1999). En este trabajo subyace una posición en la que la educación matemática capacita y aporta herramientas que serán útiles, luego de la escolaridad, en los puestos de trabajo. Aquí no criticamos la idea de vincular educación matemática y trabajo, sino la manera en que se define

En una cultura utilitaria de la matemática, asociar qué matemáticas serán utilizadas en determinadas ocupaciones laborales puede llevar, quizás erróneamente, a amputar buena parte de la matemática escolar. Además, no vemos que el problema esté concentrado en el número de objetivos o temas que contemple el diseño curricular, sino en el enfoque que se le imprima en el proceso de aprendizaje/enseñanza de la matemática.

Parece difícil deslindarse, en Educación Matemática, de una cultura utilitaria de la matemática. Si se asume, como Cockcroft, que las matemáticas que se requieren en los diversos trabajos u ocupaciones determinan completamente qué matemáticas enseñar, de alguna manera ello impide cuestionar el *statu quo*, o las crisis, por ejemplo. Y se suprimiría la componente crítica que aquí postulamos para la Educación Matemática. Noss (1999) muestra con su trabajo que existe una riqueza mucho mayor en la matemática que usan y pueden usar las personas en sus trabajos. Noss piensa en una numeracy en el lugar de trabajo. Sin embargo, entendemos a la alfabetización matemática con un sentido más amplio que la idea de numeracy. La alfabetización matemática se relaciona con la ciudadanía, con la formación del ser crítico/social; no se restringe a la "cultura" del trabajo. La idea anterior es la que nos permite deslindarnos de una cultura utilitaria de las matemáticas en el lugar de trabajo.

Numeracy es un término que ha sido usado, aunque con significados algo distintos, por Cumming, Gal y Ginsburg (1998), Johnston (1999), Falk y Millar (2001), Roman (s.f.), Ministry of Education, Youth and Culture de Jamaica (2003), Qualifications and Currículo Authority del Reino Unido (2000), entre otros. No obstante, en todos ellos numeracy va más allá de adquirir habilidades para efectuar cálculos y para aplicar algoritmos; numeracy se relaciona con las habilidades matemáticas para desenvolverse adecuadamente en la vida cotidiana y en el ambiente laboral.

The National Council on Education and the Disciplines (NCED) a través de la comisión denominada *Quantitative Literacy Design Team*, estudió el significado de lo que denominaron alfabetización cuantitativa en el marco de la sociedad estadounidense contemporánea (NCED, 2001). La NCED sostiene que, desafortunadamente, muchos/as ciudadanos/as, permanecen funcionalmente analfabetos/as cuantitativos; por ejemplo, hablan de la necesidad que tienen casi todas las instituciones de nivel superior de iniciar actividades de refuerzo en matemáticas con las/los nuevos/as estudiantes y que las empresas lamentan la deficiencia de habilidades técnicas y cuantitativas de sus aspirantes[97]. Las y los ciudadanos cuantitativamente alfabetizadas/os deben conocer más que fórmulas y ecuaciones. Deben estar dispuestos a mirar el mundo a través de ojos matemáticos, para ver los beneficios y riesgos en situaciones habituales así como para abordar problemas complejos. De acuerdo con la NCED (2001), la alfabetización cuantitativa es la clave para entender a nuestra sociedad, una sociedad inmersa en datos. La NCED ilustra el significado de la alfabetización

esta relación. Posición que deja abierta la posibilidad de una concepción bancaria de la educación, tal como la describió Freire, o de una educación matemática centrada en el aprendizaje de técnicas o algoritmos. Una posición en el marco de la pedagogía crítica se encuentra en Mora (2004).

97 Aunque tal vez no haya correspondencia entre las habilidades técnicas y cuantitativas de que hablan muchas empresas con las que involucra la alfabetización matemática tal como se entenderá en el marco de esta investigación.

cuantitativa por medio de diez elementos que, explican, hacen el papel de "átomos" en la formación de "moléculas": Las/los estudiantes (a) tienen "confianza" en la matemática (realizan cálculos mentales para cuantificar, interpretar y verificar otras informaciones; tienen voluntad de aplicar métodos cuantitativos), (b) valoran culturalmente a la matemática, (c) interpretan datos, (d) desarrollan un pensamiento lógico, (e) deciden (usan la matemática para tomar decisiones sobre situaciones cotidianas, (f) usan herramientas matemáticas en contextos específicos, (g) Tienen intuiciones precisas sobre el significado de los números, (h) adquieren habilidades prácticas en la resolución de problemas cuantitativos relacionados con la cotidianidad, (i) tienen destrezas para usar gran cantidad de herramientas algebraicas, geométricas y estadísticas y (j) manejan el lenguaje simbólico de la matemática.

Aún cuando la NCED (2001) incluye como expresiones de la alfabetización cuantitativa, por ejemplo, a entender cómo los diferentes procedimientos de votación pueden influenciar los resultados, analizar datos económicos y demográficos para apoyar o no propuestas de políticas y estudiar con fundamento cuantitativo o matemático las noticias e informaciones que son divulgadas por los medios, ésta no comporta el mismo contenido político y educativo que la alfabetización matemática en Skovsmose (1999) o en Mora (2001a).

La NCED opone a la alfabetización cuantitativa la idea de analfabetismo funcional cuantitativo. La manera como se entenderá el término alfabetización matemática en el marco de esta investigación, e incluso en Skovsmose y D'Ambrosio, no se da en oposición a un "analfabetismo funcional cuantitativo". Noción que han acuñado algunos especialistas en educación. La razón de ello se encuentra en que, sencillamente, la alfabetización matemática va más allá de adquirir habilidades para aplicar algoritmos y comprender conceptos matemáticos; si se restringiera a esto quizás sí podría hablarse de cierto "analfabetismo funcional" en matemáticas. Aunque no estamos de acuerdo con el uso de este término, pues la no-aplicación de ideas matemáticas (algoritmos, conceptos) en situaciones cotidianas, esto es, el "analfabetismo funcional" en matemáticas, es algo que alcanza, también, a profesionales especializados en su campo de estudio. Creemos más bien, que podría hablarse de desuso en la aplicación de las ideas matemáticas. Por otra parte, en la alfabetización cuantitativa, tal como la define la NCED, no se hace explícito que busca contribuir a la formación del ser crítico, a la formación de la ciudadanía en pos de la transformación del entorno social –de sus crisis. La alfabetización cuantitativa se orienta a la comprensión de una sociedad inmersa en datos; ya Aristóteles había sostenido que el mundo, todas las cosas, están compuestas de números[98]. La alfabetización matemática se orienta a la comprensión de esta sociedad y de sí mismo en relación con ésta. Así, la alfabetización matemática puede aportar una base más amplia y sólida para la formación del ser crítico/social y para la transformación.

Si observamos que las ideas de alfabetización matemática en Skovsmose y de literacy, numeracy y technoracy en D'Ambrosio, así como la de numeracy en Cockcroft y Noss, obedecen a la preocupación de estos autores por el intenso desarrollo tecnológico que envuelve a buena parte de nuestras sociedades y de la relación y dependencia que sobre la tecnología tienen muchas de las estructuras sociales, surgen entonces, algunas cuestiones centrales: aún cuan-

98 La idea de belleza, entre muchas otras, se relacionó con los números.

do la tecnología se ha imbricado con las diversas estructuras sociales, ¿debe la Educación Matemática enfatizar en los aspectos tecnológicos?; esto es, ¿debe la alfabetización matemática destacar una componente tecnológica?

En la alfabetización cuantitativa no hay énfasis en los aspectos tecnológicos, sin embargo, ella no guarda una relación explícita con la crítica tal como la entendemos en esta investigación. Si la educación matemática debe orientarse a la formación del ser crítico/social, ¿qué papel juegan los valores en ello? Más aún, ¿juegan los valores un papel importante en la alfabetización matemática y, en general, en la Educación Matemática?

Las secciones que siguen se ocupan de estas ideas –con el objetivo de, como hemos dicho, dotar de significado a la alfabetización matemática, en correspondencia con el enfoque que seguimos.

La Alfabetización Matemática: Más allá de los Aspectos Tecnológicos y Laborales

(1) Ciertamente los problemas asociados a lo que Skovsmose llama *Paradoja de Vico* abarcan a la sociedad en sus diversas estructuras económicas, sociales, políticas y educativas; sin embargo, muchas de las crisis a que hemos hecho referencia no son exclusivamente de origen tecnológico sino que se entremezclan con otros fenómenos. Otras crisis, en cambio, obedecen a factores distintos a los tecnológicos. Vale citar, por ejemplo, la incomprensión por buena parte de la ciudadanía de las encuestas a "salida de urna" con motivo de una de las elecciones de 2004 en el país[99]. Aquí, nociones como aleatoriedad en la escogencia de la muestra, en la misma idea de muestra y en las características técnicas de la inferencia estadística son tres de los elementos que no se manejaron, y fueron aprovechados mediáticamente por parcialidades partidistas y por estadistas sumidos en la desestabilización política, económica y social del país. Así, problemas que están despertando interés y conciencia entre las y los ciudadanos de nuestro país, como la distribución de alimentos en los sectores populares, el papel de las trasnacionales en la producción y distribución de alimentos, la prestación de servicios básicos y de transporte, los planes educativos y la incorporación a la economía productiva, no son en esencia de orden tecnológico. Es en este sentido que vemos en la alfabetización matemática un concepto que no se ciñe exclusivamente a los aspectos tecnológicos. Abarca más bien la esfera amplia de lo social.

(2) Por otra parte, pensamos que centrar la mirada en las matemáticas que las/los estudiantes usarán en sus puestos de trabajo, lo que Noss (1999) *llamó cultura de la utilidad* en la Educación Matemática, pudiera, como señalamos, limitar la riqueza de la actividad matemática que pueden llevar a cabo las/los estudiantes (si se reduce la matemática escolar a lo elemental: efectuar cálculos, aplicar algoritmos y resolver problemas desprovistos de contexto) y consecuentemente no contribuir al desarrollo del ser crítico/social desde la Educación Matemática. Unas matemáticas elementales al término de la educación obligatoria no aportan una base suficiente para ejercer una ciudadanía crítica (recordemos aquí el ejemplo del párrafo anterior sobre la incomprensión estadística de las encuestas a "salida de urna").

---

99 Nos referimos al denominado *Referendo Presidencial*.

No enfatizamos, entonces, un único aspecto de las crisis o de la sociedad (esto es, lo tecnológico y lo laboral), en particular de la sociedad venezolana.

(3) En Serrano (2004a, 2005a) y en Serres y Serrano (2004) hemos dado a los valores y a los antivalores un papel especial en la Educación Matemática así como en la práctica de aula. Si la Educación Matemática busca el desarrollo de la crítica y del sentido común, en suma, si busca el desarrollo del ser crítico/social a través del estudio y aplicación de las ideas y técnicas matemáticas en situaciones problemáticas (relacionadas con las crisis) con la intención de comprenderlas y/o avanzar en su solución, entonces en este proceso se harán notorios los valores o antivalores de las/los estudiantes. No puede hablarse de una *Educación Crítica de la Matemática* en el contexto de nuestra sociedad sin hacer explícito el papel que en ella tienen los valores.

La mención de los valores o antivalores en los procesos de aprendizaje/enseñanza de la matemática o en las reflexiones teóricas sobre la Educación Matemática no es algo común en su comunidad de investigadores y profesores. Tampoco se les enfatiza en el diseño curricular de matemáticas ni en los libros de texto.

D'Ambrosio (1998) destaca la responsabilidad que tienen los/las matemáticos/as y educadores/as matemáticos/as (los y las profesoras) en la búsqueda de la paz (interna, social, con el medio ambiente y militar). Rottoli (1998) sostiene que la Educación Matemática puede encontrar una nueva dimensión si abandona el ámbito de la exclusiva construcción formal de la matemática y que la ética puede constituir una posición importante en ella. Los trabajos de Skovsmose (1999), Vithal (1999), Valero (1999), Ernest (2001), Munter y otros (1994), Mora (2001), entre otros en el marco de la *Educación Crítica de la Matemática*, llevan implícito una componente ética de la Educación Matemática al vincularla con el papel que ésta puede desempeñar ante las crisis sociales, en la formación de la crítica sobre el desarrollo de tecnocracias, en su relación con el ejercicio de la democracia y de la ciudadanía en general. Aquí se encuentra otra de las diferencias con otros desarrollos teóricos de la Educación Matemática; por ejemplo, con la *Didáctica Fundamental*, el *Pensamiento Matemático Avanzado*, o con la *Socioepistemología*, entre otros; en los cuales esta discusión no forma parte de sus construcciones teóricas.

En estas perspectivas una de sus preguntas centrales es ¿cómo se aprenden las matemáticas?, mas no: ¿cómo se aprenden las matemáticas? junto con ¿qué papel juegan las matemáticas en la formación del ser crítico/social y en el contexto de una sociedad en crisis?

(4) Queremos destacar aquí una observación que se hace en el reporte del Misterio de Educación de Chile con respecto al estudio PISA 2000 (al presentar algunos ejemplos de las preguntas contenidas en la prueba) y que tiene que ver con el significado que se dará en el marco de esta investigación a la alfabetización matemática. "La intención de esta muestra de preguntas es que [las y] los profesores, y quienes están relacionados con la formación y educación de los niños y jóvenes, conozcan cuáles son las exigencias que, **de acuerdo a la visión de los países desarrollados** [negrillas añadidas], hace y hará la sociedad del conocimiento a quienes forman parte de ella" (Ministerio de Educación de Chile, 2001, p. 92).

Estudios importantes como el PISA o el TIMSS, ciertamente aportan elementos para la reflexión a la comunidad internacional de investigadores en Educación Matemática así como a los diversos Ministerios de Educación (de los países participantes o no). No obstante, no necesariamente las exigencias para la educación matemática de niñas/os y jóvenes que definen los países con un alto desarrollo tecnológico e industrial (los denominados "desarrollados") sean las exigencias que realmente tienen los demás países. Además, algunas exigencias no son tales en los países "desarrollados" (como por ejemplo, el papel que puede jugar la Educación Matemática en la conciencia sobre la creciente contaminación causada por las grandes industrias, sobre la contaminación por Uranio empobrecido que ocasionan las políticas "antiterroristas" de muchos de estos países o su relación con el número de muertes, etc.). Es decir, desde la *Educación Crítica de la Matemática* es posible revisar las exigencias que para la educación se exponen desde estudios como el PISA o el TIMSS.

Es paradójico también, que en lo que algunos autores denominan sociedad de la información y del conocimiento sean estos últimos, precisamente, los grandes "ausentes" en buena parte de la población mundial[100]. No es razonable pensar que una sociedad de la información y del conocimiento es más igualitaria o democrática que la industrial, por ejemplo, como sí sostenía Naisbitt (1994). El problema del acceso a la información, tal como señalamos en el *capítulo: Sentido común, crítica y educación matemática*, no está resuelto. Además, el conocimiento, y el conocimiento matemático en particular, constituirá un poder en la medida en que pueda ser usado para ejercer la ciudadanía y la democracia, en la medida en que forme para la crítica e incida en la comprensión y transformación de la realidad en crisis. En este sentido la sociedad del conocimiento es algo todavía por construir.

Entonces, la posición que seguimos es que la visión sobre la Educación Matemática de los países con un alto desarrollo tecnológico e industrial no es necesariamente la misma que la de países que no lo tienen. Los problemas de investigación, el enfoque con que se estudien, el desarrollo teórico, así como la relación teoría-práctica serán distintos.

Los puntos (1), (2), (3) y (4) nos llevan a definir la alfabetización matemática en un sentido más amplio que si se consideran únicamente los aspectos tecnológicos y laborales de nuestra sociedad, y dentro de una perspectiva crítica de la Educación Matemática. Éste es el propósito de la sección que sigue.

Las Potencialidades Matemática, Metamatemática, Social y Axiológica de la Alfabetización Matemática

En Serrano (2005a) entendemos la alfabetización matemática como la composición de las potencialidades matemática, metamatemática, social y axiológica. Potencialidades que, desde la perspectiva del autor, enriquecen este concepto y pueden imprimir un sello distintivo (teórico y práctico) a este tipo de educación. En lo que sigue, se describen cada una de éstas.

La integración de las potencialidades matemática, metamatemática, social y axiológica (representada a través del tetraedro) caracterizan a la alfabetización matemática en un sentido más amplio que la alfabetización cuantitativa, numeracy, e incluso, que la alfabetización matemática de Skovsmose (1999); no se restringe a los aspectos tecnológicos y laborales de la sociedad.

100 Ver resultados del PISA y del TIMSS. Y en el ámbito nacional, ver los reportes del Ministerio de Educación (1998a, 1998b y 1999) a través del Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje.

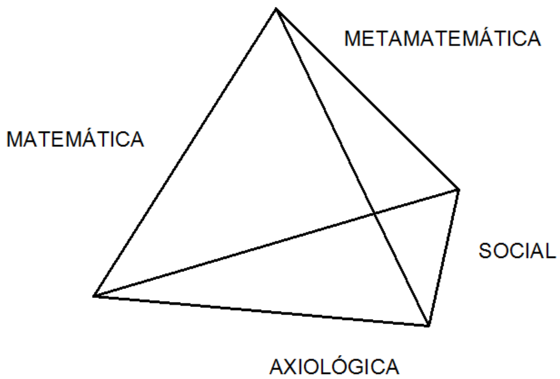


Figura 10. *Potencialidades que involucra la alfabetización matemática. Basado en Serrano (2005a).*

La Potencialidad Matemática

La potencialidad matemática de la alfabetización matemática abarca el estudio y la comprensión de conceptos y técnicas matemáticas (algoritmos), el manejo del lenguaje matemático, la solución de problemas y la argumentación y demostración de propiedades (en correspondencia con el nivel educativo en que se encuentren las/los estudiantes). Abarca también la discusión y comunicación de ideas matemáticas con otras y otros estudiantes, con la o el profesor o con otros miembros de la comunidad escolar en general, así como de dudas o errores; el desarrollo del pensamiento matemático, fundamentalmente de los procesos que este involucra y; la habilidad para interpretar y/o diseñar modelos matemáticos referidos a diversas situaciones de la realidad.

Creemos que la discusión y comunicación de ideas, dudas y errores en el contexto del aula de matemáticas juega un papel muy importante en el proceso de aprendizaje y enseñanza. Trabajos como Serrano (2004b, 2004c, 2005c), Alrø y Skovsmose (2004), Beyer (1994) y Pimm (1999) destacan el rol relevante que tiene la comunicación en el aula y su contexto. La comunicación en el aula se ve afectada por normas, usos, técnicas y valores tanto de la o del profesor como de las/los estudiantes; de esta forma, la naturaleza de la comunicación escolar se enriquece con las posturas del docente, las del/de la estudiante y las que surjan de la interacción durante el trabajo en la escuela (Serrano, 2004b). La naturaleza de ésta incide, incluso, en la construcción del conocimiento matemático y en el desarrollo de los procesos del pensamiento matemático.

Ilustremos esta idea con un ejemplo (tomado de Serrano, 2004b) que tiene que ver con el procedimiento para calcular el máximo común divisor de dos o más números. Es muy común que la comunicación entre la o el profesor y las/los estudiantes, al estudiar este tema (en la segunda etapa de la Escuela Básica), se base en comprender el algoritmo para calcular el MCD de dos o más números y no en comprender el concepto en sí. Aún conociendo el algoritmo ("*multiplicar entre sí los factores comunes con el menor exponente*") puede no comprenderse el concepto de MCD. Esto se puede deber al uso que se ha hecho en la clase (o en otro contexto) del término "máximo común divisor". Uso que puede no ir más allá de efectuar el cálculo del MCD dados ciertos números por la vía de la descomposición de éstos en sus factores primos para luego aplicar la regla "se toman los factores comunes con su menor exponente". Puede que no se discuta la misma definición de MCD ni que se estudien otras vías, quizás más ilustrativas, para calcularlo.

Por ejemplo, dado el problema:

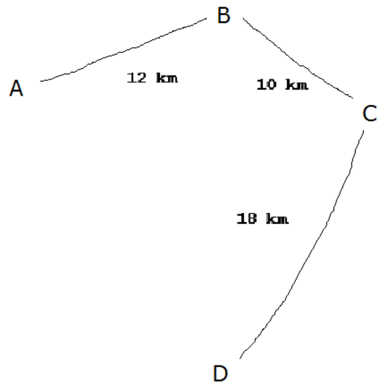


Figura 11. *Distancias entre las ciudades A-B, B-C y C-D.*

Debemos disponer ciertas señales de tránsito entre cuatro ciudades A, B, C y D (ver la Figura adjunta). De manera que se cumplan las tres condiciones siguientes:
(1) Que quede una señal en cada ciudad,
(2) Que la distancia entre dos señales consecutivas sea la misma y
(3) Que la distancia entre dos señales sea lo mayor posible.
¿A qué distancia debe colocarse una señal de la que le sigue?

Una vía de solución consiste en calcular los divisores de 12, 10 y 18:

$$D\ (12) = \{1, \mathbf{2}, 3, 4, 6, 12\}$$
$$D\ (10) = \{1, \mathbf{2}, 5, 10\}$$
$$D\ (18) = \{1, \mathbf{2}, 3, 6, 9, 18\}$$

Y compararlos. Es decir, determinar el mayor de los comunes a las tres listas (o proceder por ensayo y error).

Esta vía de solución quizás contribuya más a la comprensión del concepto en sí; por otra parte, con ello no se enfatiza el algoritmo. Comparemos este enfoque con otro en el cual se propongan únicamente problemas en los que las/los estudiantes deban calcular el MCD de varios números sin referencia a un contexto en particular. Es por esta razón que destacamos la discusión y la comunicación como una de las potencialidades que incluye la alfabetización matemática.

En lo que respecta al pensamiento matemático: puede plantearse ¿qué involucra el pensamiento? ¿En qué consiste? Para Wittgenstein (1998) "parece [a primera vista] que lo que da al pensamiento su carácter peculiar es el de ser una sucesión de estados mentales, y parece que lo que es difícil de comprender sobre el pensamiento son los procesos que suceden en el medio de la mente, procesos posibles únicamente en este medio p. 32). Esta idea de Wittgenstein resume la principal dificultad que se presenta en las investigaciones sobre el pensamiento y sobre el pensamiento matemático en particular[101].

El pensamiento matemático puede entenderse como una sucesión de estados mentales y procesos referidos a la matemática y orientada a la consecución de ciertos fines. No obstante, en Educación Matemática existen también diversas posturas sobre su naturaleza, incluso, dentro del *Pensamiento Matemático Avanzado*. Cantoral (2000), por ejemplo, asocia este tipo de pensamiento al de los matemáticos *de profesión*: el pensamiento matemático "[se refiere] a las formas en que piensan las personas que se dedican profesionalmente a las matemáticas" (p. 18). Sin embargo, al describir el proceso de desarrollo del pensamiento matemático considera tres formas en que éste puede verse: (a) como una reflexión espontánea que realizan los matemáticos, (b) como parte de un ambiente científico (de los matemáticos) y (c) que su desarrollo se da en todos los seres humanos en el enfrentamiento cotidiano con múltiples tareas (p. 19).

Cantoral concuerda, en parte, con la definición que dimos de pensamiento matemático. Pero*,* nuestro interés aquí no es el de caracterizar el tipo de pensamiento que le es propio a los matemáticos profesionales, sino el pensamiento matemático de estudiantes que no necesariamente estudian o estudiarán matemáticas como carrera en la universidad. Aún cuando las características del pensamiento matemático de los profesionales en esta ciencia puedan iluminar la descripción del pensamiento matemático de quienes no lo son.

Procesos como clasificar, representar, analizar, sintetizar, abstraer, conjeturar, inducir y formalizar se encuentran entre los procesos del pensamiento matemático de las/los estudiantes, y no solamente en el que corresponde a los matemáticos profesionales. Además, estos procesos, aunque con características distintas, se dan en el marco de otras disciplinas, tal es el caso del arte, historia, literatura y química, por ejemplo. Por otra parte, estos procesos tampoco son exclusivos de una forma avanzada de pensamiento matemático (denominada por Tall (1991) pensamiento matemático avanzado), sino que se dan también en formas elementales; hecho que es reconocido por Tall (1991) y Dreyfus (1991). La diferencia entre éstas, la elemental y la avanzada, se encuentra precisamente en la complejidad de estos procesos y en la manera en que se manejen; idea que nos permite destacar a clasificar, representar, analizar, sintetizar, abstraer, conjeturar, inducir y formalizar como algunos de los procesos que caracterizan el pensamiento matemático en el marco de una alfabetización matemática[102].

---

101 Ver, por ejemplo, las investigaciones desarrolladas en el contexto del programa de investigación *Pensamiento Matemático Avanzado*: Tall (1991), entre otros.

102 Cantoral también se acerca a la descripción del pensamiento matemático en función de la temática y de ciertos procesos, tal como se hizo en la definición que dimos: "[éste] incluye, por un lado, pensamiento sobre tópicos matemáticos, y por otros procesos avanzados del pensamiento como abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento bajo hipótesis" (ob. cit., p. 20). Por otra parte, Tall (1991) y Dreyfus (1991) caracterizan el pensamiento matemático a través de una complejidad de procesos, entre los que destacan la clasificación, deducción, intuición, reflexión, síntesis, representación, abstracción, visualización, traducción, verificación, generalización y demostración; pero reconocen la existencia de muchos otros procesos que interactúan y se suceden al pensar.

La potencialidad matemática involucra un aspecto que ha sido central en el desarrollo de la misma matemática: la resolución y planteamiento de problemas (y no solo la resolución); actividades que están presentes, aunque guiadas por una diversidad de enfoques, en el proceso de aprendizaje/enseñanza en nuestra educación, y tienen un peso especial en el diseño curricular de matemáticas desde la Escuela. Pruebas como la del TIMSS, del PISA o del SINEA se estructuraron con base en la resolución de problemas; hecho que se presenta además en las pruebas de ingreso a la Universidad. Existe un criterio bastante generalizado que consiste en considerar a la resolución de problemas catalogados como difíciles como un indicativo de que se es "bueno" o que se comprende la matemática.

Hay dos puntos que queremos destacar: (a) el primero tiene que ver con un esquema de trabajo en clase que parece no haber contribuido a que las/los estudiantes desarrollen las potencialidades que expone el currículo (ver al respecto los reportes que hemos citado), (b) y el segundo, con el tipo de problemas que se estudian y proponen a las/los estudiantes (en los manuales, por parte de la o del profesor y en los libros de texto).

Eisenberg (1991), refiriéndose al concepto de *función* en particular, expresa que constituye una "fantasía teórica" considerar que un/a estudiante dominará este concepto a través de una clase "bien estructurada" que sigue el patrón exposición (de la o del profesor)-ejercicios. La exposición de la o del profesor regularmente incluye definir ciertos objetos matemáticos, exponer y/o demostrar propiedades sobre éste, ejemplificar y, finalmente, proponer ejercicios o problemas; esquema que se encuentra sustentado en el *paradigma del ejercicio*. En torno a este paradigma se halla la creencia de que la ejercitación *per se* permite comprender las ideas matemáticas; sin embargo, esto no siempre es así. El ejemplo que mostramos sobre el MCD hace ver que estudiar y aplicar el algoritmo para determinar el MCD de dos o más números a través de ejercicios que no se vinculan con situaciones reales o hipotéticas no implica que el concepto de MCD se comprenda. Pasa lo mismo, por ejemplo, si se estudia la resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita con énfasis en ejercicios que consisten en aplicar la "resolvente cuadrática"; por este esquema de trabajo en el aula puede no comprenderse siquiera qué representan las soluciones obtenidas. De acuerdo a Skovsmose (2000) la educación matemática tradicional se ubica en torno al paradigma del ejercicio. Acá se ha presentado una situación similar.

Otros esquemas de trabajo en el aula, distintos a la exposición-ejercicios, como la deliberación, el método de proyectos, la orientación por aplicaciones y la modelación (Valero, 1999; Skovsmose, 1999, 2000; Mora, 2001) están adquiriendo, aún cuando existen antecedentes en educación que datan de comienzos del siglo XX, espacios en las investigaciones en Educación Matemática y en las discusiones entre quienes se forman como profesoras/es de matemática.

Con respecto al segundo punto, queremos destacar el hecho de que el término *problema* ha suscitado una diversidad de interpretaciones en la comunidad de investigadores en Educación Matemática. Las/los profesores y estudiantes también poseen una visión específica de lo que es un problema. El enfoque que se dé a éstos juega un papel importante en el aprendizaje/enseñanza de la matemática.

Los problemas pueden referirse (1) a la estructuración de partes del edificio matemático; se encuentran en esta categoría planteamientos sobre propiedades matemáticas, la comprobación de hipótesis, la demostración de ciertas proposiciones, etc. En suma, son propios al seno de la matemática. (2) Están los problemas relacionados con una realidad hipotética (basados en un contexto y datos hipotéticos). Estos problemas son muy comunes en los cursos de cálculo y matemática general en la Universidad, y también, en la Escuela y en el Liceo. Pruebas internacionales (como la del TIMSS o la del PISA) y nacionales (como la del SINEA) incluyen los dos tipos de problemas anteriores. (3) Un tercer tipo de problemas está vinculado con el contexto del aula, con la realidad. Este tercer tipo de problemas es el que se propone con menos frecuencia en las clases de matemática y en los libros de texto.

Son problemas en los que las/los estudiantes deben recoger información de su contexto, interpretarla, determinar qué herramientas matemáticas le son útiles, aplicarlas, y/o interpretar o proponer modelos matemáticos sobre ciertos fenómenos de la realidad. Por ejemplo, problemas sobre el consumo de agua potable en la comunidad, de energía eléctrica, optimación de una red de tuberías de gas, producción y comercialización de petróleo, uso de Uranio empobrecido, contaminación ambiental, relacionados con el hábito de fumar, sobre la relación matemática y belleza, índices de repitencia estudiantil en la institución en la que estudian, etc.

Al respecto, Skovsmose (2000) describe seis ambientes de aprendizaje que se corresponden con el tipo de referencia de las preguntas y de las actividades matemáticas (a las matemáticas puras, a la semi-realidad y a situaciones de la vida real) y con dos formas de organización de las actividades de las/los estudiantes (paradigma del ejercicio y escenario de investigación), lo que puede interpretarse como el tipo de esquema de trabajo escolar. Skovsmose define los escenarios de investigación como "una situación particular que tiene la potencialidad para promover un trabajo investigativo o de indagación" (ob. cit., p. 5). De acuerdo a Skovsmose, buena parte de la educación matemática se mueve entre los ambientes de aprendizaje que tienen que ver con (a) la actividad intramatemáticas y con el paradigma del ejercicio y, (b) con la semi-realidad y el paradigma del ejercicio; tal es el caso de ejercicios como los siguientes:

Tipo (a): matemáticas puras – paradigma del ejercicio

- Determine las raíces de la ecuación $-x^2+5x-6=0$.

- $\frac{5}{3,1}=$

Tipo (b): semi-realidad- paradigma del ejercicio

- Efraín pagó Bs. 19500 como inicial para la compra de un equipo de sonido. Si el costo total del equipo es de Bs. 78000, ¿qué porcentaje pagó en la cuota inicial? (Ministerio de Educación, 1998b, p. 113).

- El gráfico muestra la temperatura de algunas ciudades. ¿Cuántas ciudades tienen la mayor temperatura? ¿4, 6 ó 2?

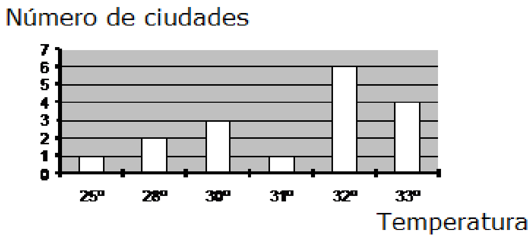
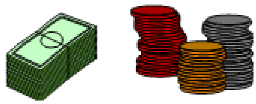


Figura 12. *Temperatura y número de ciudades. (Ministerio de Educación, 1998a, p. 114).*

Pedro tiene Bs. 2530,00 y compra un trompo por Bs. 1145,50. ¿Cuánto dinero le queda a Pedro?



Bs. 1485,50
Bs. 1384,50
Bs. 1495,50

Figura 13. *Dinero y compras. (Ministerio de Educación, 1998a, p. 136). Los problemas correspondientes a las Figuras 12 y 13 fueron propuestos en la prueba del SINEA para el 3er grado de la denominada Educación Básica.*

Los ambientes de aprendizaje que se basan en el paradigma del ejercicio son importantes en el aula, pero no constituyen el objetivo último o central de la Educación Matemática ni del diseño curricular. Los ambientes de aprendizaje que se basan en escenarios de investigación, tal como los define Skovsmose (2000), pueden incluir tanto ejercicios como problemas; lo importante en ellos es que constituyen una manera de involucrar a las/los estudiantes en la investigación matemática, en el hacer matemática. Nuestra posición aquí es que hacer matemática no consiste solamente en reproducir partes del entramado lógico en que se han organizado las matemáticas a través de la historia (como por ejemplo, reproducir la demostración de las propiedades que verifican la adición de vectores y la multiplicación de un vector por un escalar), lo que podría constituir un problema del tipo (1) descrito párrafos atrás, sino que se relaciona también con los problemas de los tipos (2) y (3). La noción de escenario de investigación de Skovsmose aporta ideas sobre el enfoque con que pueden abordarse los problemas de tipo (1), (2) y (3) en la clase.

La potencialidad matemática se asocia además con la interpretación y/o estructuración de *modelos matemáticos*. Las actividades y problemas sobre la realidad, en el contexto de un escenario de investigación, suponen varias dificultades de entrada que podemos enunciar por medio de las preguntas: ¿qué información de la realidad es necesaria para resolver el problema?, ¿cómo recopilar esta información?, ¿cómo traducirla al lenguaje matemático?, ¿qué herramientas matemáticas pueden usarse para manipular estos datos?, ¿qué interpretación tienen los resultados?, ¿qué interpretación en función del modelo puede darse de la realidad o de algunos de sus aspectos? Un modelo matemático es el resultado de la matematización del problema inicial (sobre la realidad); así, la estructuración del modelo matemático obedece a la respuesta que se dé a estas preguntas.

Naturalmente no existe un único modelo matemático que se derive de una situación o problema sobre la realidad, sino que pueden darse varios. El modelo, además, es susceptible de ser evaluado, esto es, de examinar su correspondencia con la realidad (ello tiene que ver con la pregunta: ¿qué limitaciones tiene el modelo?). Los modelos matemáticos pueden referirse también a problemas en el seno de las matemáticas (Ver la Figura 14). La modelación matemática constituye entonces una parte importante de las potencialidades matemáticas que contempla la alfabetización matemática. Representa una potencialidad central para una experiencia didáctica que se corresponda con una *Educación Crítica de la Matemática*.

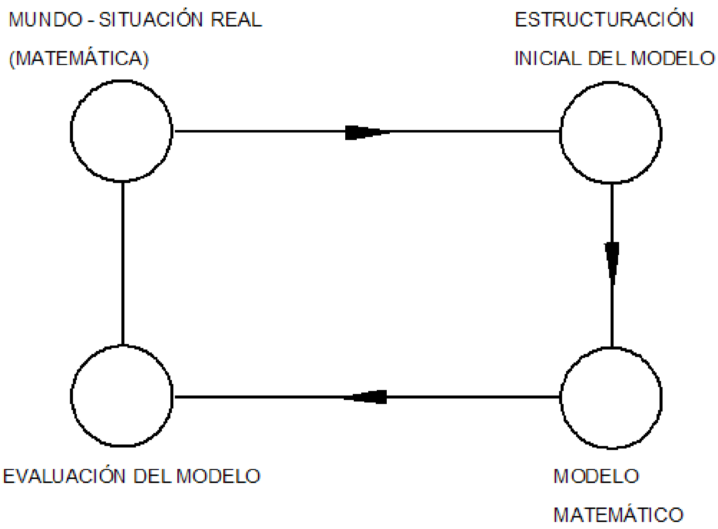


Figura 14. *Modelación matemática. Ésta puede darse a partir de una situación problemática real o bien en el seno de la misma matemática. La evaluación del o los modelos puede conducir a replantear la estructuración inicial del modelo (considerar otros aspectos de la situación real o matemática, precisar cálculos o datos, etc.)*[103].

La interpretación y estructuración de modelos matemáticos es un aspecto que ha sido estudiado por algunos de los desarrollos de la Educación Matemática, en especial por el enfoque fenomenológico de Hans Freudenthal y por la *Educación Crítica de la Matemática*. En nuestro contexto se encuentran trabajos

103 Blum (1985) (Citado por Mora, 2001) describe cuatro momentos de la modelación matemática: situación real, modelo real, modelo matemático y resultado matemático (que consiste en el mejoramiento del modelo). Aquí, en vez de hablar de "modelo real", identificamos como segundo momento a la "estructuración inicial del modelo". Por otra parte, la modelación en Blum no abarca situaciones de partida propias al seno de las matemáticas.

como el de Mora (2001b) en el que se discute la modelación como un concepto que puede servir de base para conformar una corriente didáctica innovadora (p. 103).

La modelación guarda relación con la discusión teórica y concreciones prácticas que caracterizaron a ciertos movimientos de repercusión internacional desde principios del siglo XX, en los cuales se enfocaba la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las aplicaciones. Destacan aquí los aportes del gran matemático alemán Félix Klein al frente de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) en particular sus ideas de que las situaciones fuera de las matemáticas motivan a las/los estudiantes, se fundan en la experiencia y en la contemplación de la realidad, generando así una posición ventajosa para el aprendizaje, y que concebía a las aplicaciones como una fuente de desarrollo de la misma matemática, así como el impulso que dio a la reforma de los planes de educación matemática en parte de las instituciones alemanas. No obstante, el trabajo de la ICMI ocasionó un impacto similar en otros países.

Vale mencionar que la posición de la ICMI no fue siempre la delineada por Klein al respecto del enfoque hacia las aplicaciones; hubo una ruptura con el avance del nazismo en Europa y su política de establecer un Estado dominante y un pensamiento único. Al finalizar la Segunda Guerra Mundial, el matemático Lietzmann, al frente de la ICMI, abandonó el énfasis en las aplicaciones y orientándola hacia el planteamiento y resolución de problemas propios a la matemática (Schupp, 1994, citado por Mora, 2001). Posteriormente el movimiento conocido como matemática moderna (impulsado por la política exterior, tecnológica y armamentista de los Estados Unidos de América como reacción al lanzamiento del *Sputnik* por la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas) representó la desestimación de las aplicaciones como fuente importante de aprendizaje matemático pues la matemática moderna impactó rápidamente en Europa y más adelante en muchos otros países.

No obstante, la discusión teórica sobre la relación matemática y realidad, sobre el enfoque hacia las aplicaciones en el proceso aprendizaje/enseñanza se dio paralelamente a la matemática moderna; se encuentran aquí, como señalamos, los trabajos de Freudenthal y de la *Educación Crítica de la Matemática*.

De seguidas presentamos dos ejemplos de modelación matemática. Uno tiene que ver con un problema interno a la matemática y el otro con una situación de la realidad o del contexto de las/los estudiantes. *¿Cómo generar números primos?* Esta cuestión, que tomamos como ejemplo, ocupó al autor buena parte de sus momentos libres en uno de los semestres durante el profesorado en matemáticas. No consistió en una actividad asignada por el profesor ni por un texto, sino en un problema que me interesó a través de algunas lecturas sobre aritmética y teoría de números, en particular el hecho de que no se conoce una expresión que genere la sucesión de números primos. Ello motivó al autor a explorar algunas expresiones bastante reportadas en la bibliografía, como el polinomio propuesto por Euler:

$$n^2 + n + \mathbf{4}$$

Que fallaba para n=41, ¡pero funcionaba para n entre 1 y 40! O la conjetura de Fermat: "los números de la forma $2^{2^n} + 1$ son primos", que fallaba para n=5.

Algunas de las expresiones que estudié[104] son las siguientes:

$p_i - p_{i-1} - 1$, donde p_i es un número primo y p_{i-1} es el primo que le antecede a p_i

$p_i - p_{i-1} + 1$

$p_i + 2p_{i+1}$, donde p_{i+1} es el primo que le sigue a p_i

$|p_i - p_{i-1} - 1|$

$p_i - p_{i-1} + 3$

$|p_i - p_{i-1} - 7|$

Estas expresiones se construyeron con base en la exploración y en cálculos. La intención era construir una expresión basada en las operaciones elementales: adición, sustracción, multiplicación o división. En algunas de ellas se obtenían unos, pero en aquel entonces pensaba en que podría haber alguna que generara unos o primos. Advertí que en todas ellas no se genera una secuencia ordenada de primos, sino que se obtienen algunos primos de forma aparentemente desordenada, sin ningún patrón que me fuera evidente (ver parte de los cálculos presentados en la Figura 15), aunque esto tampoco impedía mi búsqueda. Lo anterior se dio conjuntamente con revisiones bibliográficas y en Internet con la intención de encontrar alguna idea que sirviera a mis objetivos. Este proceso ilustra la construcción de los modelos (1) al (6) así como la evaluación del mismo modelo.

Como se ve, un problema puede implicar la estructuración de varios modelos. En este caso, cada uno de los modelos era evaluado (el hecho de que generara o no primos) y comparado con los otros para determinar qué modelo parecía generar mayor cantidad de primos distintos, la mayor secuencia de primos o unos (sin importar que se repitieran algunos primos o unos antes de conseguir un número compuesto), entre otras[105]. La modelación, entonces, se enmarca en un escenario de investigación y no en el paradigma del ejercicio.

Un segundo ejemplo de modelación matemática, asociado a la realidad, tiene que ver con *estudiar el consumo de energía eléctrica en el hogar*. Las/los estudiantes deben buscar información sobre la facturación de su consumo, estadísticas sobre la cantidad de energía consumida mensualmente, la clasificación de su facturación (establecida por el proveedor de energía) en relación con el consumo, etc. Consiste en un ambiente de aprendizaje en el que la o el profesor no aporta todos los datos suficientes para la solución de un problema dado (paradigma del ejercicio), sino que crea las condiciones para que las/los estudiantes inicien una investigación al respecto. Es un ambiente en el que a partir de un problema dado, como la estimación del consumo de energía en el hogar, pueden surgir otros relacionados a éste: ¿cuál es la estimación del consumo de energía según el tipo de artefacto eléctrico (bombillas, nevera, TV, plancha, calentador, etc.)?, ¿de qué manera podría usarse racionalmente la energía?, ¿qué cantidad podría ahorrarse anualmente de acuerdo a una propuesta de uso

104 Para el año 1995.

105 Es claro que estas funciones no permiten hallar nuevos números primos.

racional de la energía?, o bien en problemas sobre la comparación de tipos de bombillas (incandescentes, fluorescentes, etc.), entre otros.

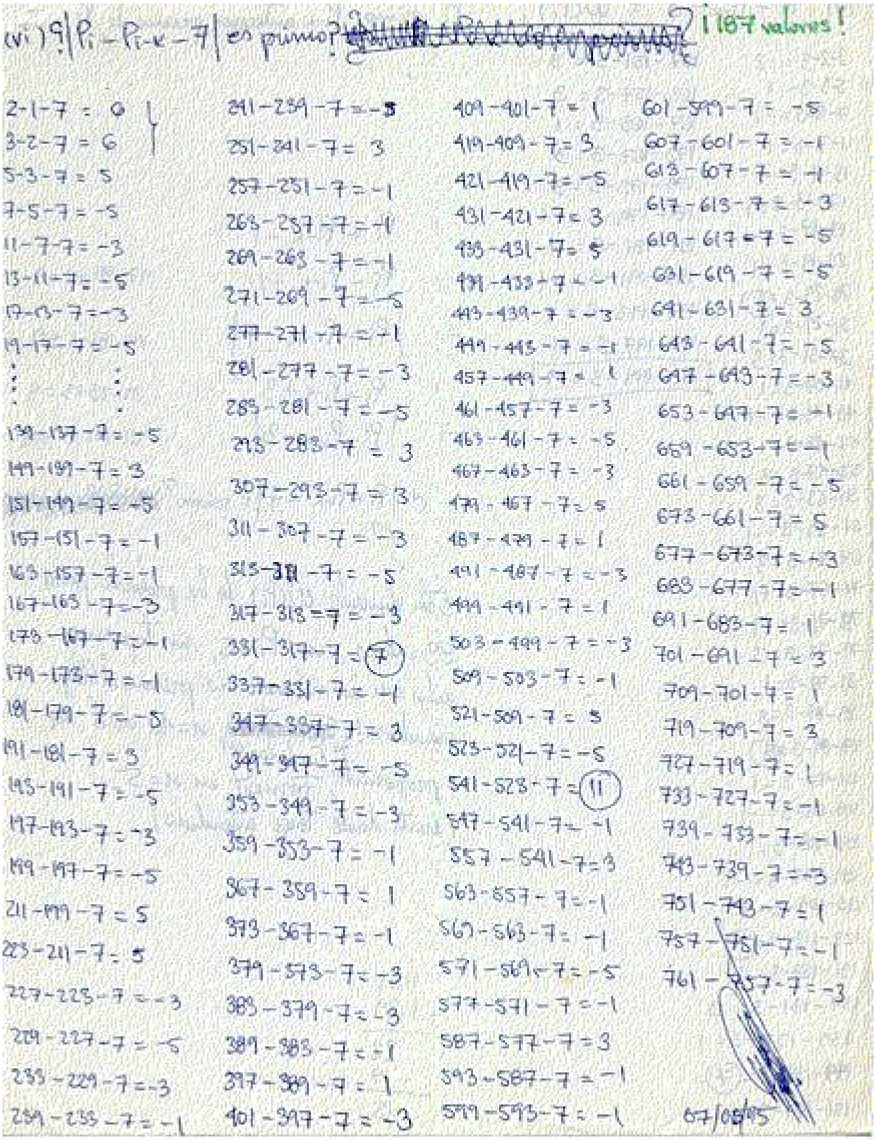


Figura 15. *Algunos cálculos para* $|p_i - p_{i-1} - 7|$.

La expresión o traducción al lenguaje matemático de las relaciones y datos recopilados puede ser una de las tareas más complejas de este proceso; ello incluye (Serrano, 2004b, pp. 61-66) el uso de términos y símbolos propios al lenguaje matemático, seguir las reglas y principios sintácticos y semánticos, así como la representación de gráficos, diagramas y la organización en tablas. Bajo un paradigma del ejercicio, esta traducción no es, comúnmente, necesaria, pues el ejercicio ya se enuncia en el lenguaje matemático; en cambio, si se abordan problemas de la realidad[106], la traducción al lenguaje matemático se hace necesaria.

Trabajos como los de Maier (1999) destacan las dificultades que enfrentan las/los estudiantes, profesores y autores de textos en el uso del lenguaje matemático, en particular por el uso que se hace de éste, como es natural, junto con el lenguaje cotidiano o materno[107].

Para asir la dificultad de la traducción de relaciones y datos al lenguaje matemático se puede pensar en la formulación de ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales sobre la productividad de un área de cultivo, en la representación de ciertos fenómenos por ecuaciones diferenciales, etc. Consiste en un ambiente de aprendizaje en el que no se dan *a priori* los algoritmos a usar; las/los estudiantes determinan cuáles usar y qué ideas matemáticas tienen que ver con las actividades en desarrollo.

La discusión y comunicación en clase puede enriquecer las actividades planeadas para la solución del problema, e incluso, enriquecer las ideas matemáticas en sí mismas.

El cuadro 4 resume las potencialidades matemáticas y su descripción, en el marco de una alfabetización matemática.

Cuadro 4. *Potencialidades matemáticas.*

Potencialidades	*Descripción*
Pensamiento matemático	Caracterizado por los procesos clasificar, representar, analizar, sintetizar, abstraer, conjeturar, inducir y formalizar, entre otros. El pensamiento matemático se puede entrever por medio de planteamientos como: ¿Qué relación hay entre ...?, ¿qué condiciones deben cumplirse para que ...?, ¿implica o garantiza esto que ...?, ¿qué propiedades tiene ...?, ... hace pensar que posiblemente ..., etc.; y por la manifestación de su lenguaje matemático.
Planteamiento y resolución de problemas	Resuelve y propone problemas relacionados con (1) la estructuración de partes del edificio matemático, (2) una realidad hipotética o semi-realidad y (3) con el contexto del aula, con la realidad. Esta resolución se enmarca en un ambiente de aprendizaje basado en la investigación.

106 Ver principios de la educación matemática crítica en la República Bolivariana de Venezuela (en el *capítulo II*).

107 Aunque Maier (1999) no da importancia a una educación matemática orientada hacia las aplicaciones o en conexión con la realidad: "El uso de imágenes-ejemplos, como modalidad de construcción, en las escuelas, de conceptos matemáticos, debe ser prudente: la comprensión de los alumnos no debe quedar anclada a los modelos o a las imágenes" (Maier, ob. cit., p. 10). Si bien es cierto que un concepto matemático en cuanto abstracto e ideal no debe, en la mente de las y los alumnos, quedar anclado a cosas o fenómenos de la realidad, el proceso de comprensión de un concepto matemático, en la matemática escolar e incluso en algunos de la matemática superior, pasa por la referencia y comprensión de propiedades de cosas y fenómenos de la realidad. La experimentación matemática con la realidad, más allá de los ejemplos-imágenes, son importantes para el desarrollo de las potencialidades matemáticas y para una alfabetización matemática. No pensamos en una em que pretenda reconstruir en abstracto el edificio lógico en que se han organizado las matemáticas.

Interpretación y/o estructuración de modelos matemáticos	Ante un problema o situación real o matemática las/los estudiantes abordan las cuestiones: ¿qué información es necesaria para resolver el o los problemas o para traducir la situación en un problema?, ¿cómo puede obtenerse esta información?, ¿cómo se traduce al lenguaje matemático?, ¿qué herramientas o ideas matemáticas pueden aplicarse?, ¿qué interpretación tienen los resultados?, ¿qué características tiene(n) el o los modelos estructurados?, ¿qué limitaciones tiene el modelo matemático?, entre otras.
Discusión y comunicación	Comunica y discute ideas matemáticas, dudas y errores con sus compañeros y con la o el profesor, así como con otros miembros de la comunidad escolar. Estos procesos (comunicar y discutir) son valorados como relevantes en el proceso aprendizaje/enseñanza de la matemática.

Por otra parte, la formación del ser crítico/social desde la educación matemática, tal como se ha descrito aquí[108], pasa por establecer vínculos entre la actividad matemática y la realidad. La resolución de problemas y la modelación matemática pueden servir de puentes para ello, siempre que tengan que ver con las crisis a que hemos hecho referencia; de lo contrario, la educación matemática abordaría a lo sumo problemas y modelaciones en el marco de una semi-realidad sin llegar a usar y aplicar la matemática para comprender, actuar y/o transformar aspectos de la realidad crítica que los envuelve. Esta última idea la consideramos central para la puesta en práctica de una educación matemática que se catalogue crítica. En este sentido la naturaleza de la actividad matemática de las/los estudiantes es distinta a la que se puede dar en una educación matemática que siga el paradigma del ejercicio. Contar, medir, calcular, representar, estimar y modelar[109] son algunas de las actividades matemáticas cuya naturaleza es distinta en una educación crítica de la matemática. Actividades que, bajo este enfoque, pueden orientar el desarrollo del diseño curricular de la Escuela y del Liceo en nuestro país, e incluso, en la educación Universitaria. De hecho, muchas de las ideas matemáticas a lo largo de la historia se apoyaron en estas actividades. Estudios como el de Serrano (2009) muestra, a partir del estudio de siete libros de texto del 7º grado de la Educación Básica (hoy Educación Media General), que[110]:

(1) Tienen una presencia pobre de las categorías matemáticas que señala Bishop (1999)[111]. Las actividades que proponen se centran más bien en la aplicación de ecuaciones (o fórmulas) para calcular el área de figuras poligonales –a partir de la resolución de problemas y ejercicios, con el desarrollo de procesos del pensamiento

108 Ver *capítulo Sentido común, crítica y educación matemática*.

109 En este punto Bishop (1999) distingue, tal como hemos señalado antes, las actividades: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar; las cuales han permitido relacionarnos con el entorno cultural y también relacionarnos unos con otros (p. 42) en el contexto de una sociedad y un ambiente tecnológico cada vez más complejos (p. 19).

110 Investigación que se limitó al análisis de las actividades matemáticas expuestas y propuestas en los textos, y de las relaciones que existen entre éstas y el tipo de saber a las que se asocian, en uno de los tópicos que abarca el plan de estudios del 7º grado de la Educación Básica: el concepto de *área*.

111 Destacamos a los libros de texto por constituir uno de los elementos del diseño curricular de mayor influencia en el currículo que se da en la práctica, más que las políticas educativas generales, más que los programas, etc.

matemático, y con la comprensión de conceptos. *Jugar* y *diseñar* son las actividades matemáticas que menos se presentan en estos textos. Ésta última se da en un texto, y en una actividad. La única actividad que se encuentra en todos los textos es *explicar*, aún cuando generalmente no tiene un peso importante en el libro.

(2) **Contar** se dio de tres maneras: (1) disponiendo figuras geométricas en las que debían contarse unidades de medida de superficie señaladas con otros colores o sombreadas, (2) a través de problemas en los que se encomendaba contar, y (3) proponiendo problemas de conteo basados en la observación de una obra de arte.

(3) **Localizar** se da dos formas: (1) exponiendo una figura para que el alumno distinga o ubique en ella figuras geométricas, y (2) en otros casos, la actividad del texto no incluye una imagen, gráfico o diagrama, e implica imaginar, observar y representar figuras geométricas. Una actividad conlleva el empleo del mapa de la República Bolivariana de Venezuela. En el resto de los casos, no se relacionan con usar e interpretar sistemas de referencia como el cartesiano, imágenes satelitales, GPS, etc.

(4) En cuanto a **medir** observamos que en ninguno de los textos se propone estimar el área de **regiones no regulares**.

(5) Sobre **jugar**: en varios textos se hace mención del Geoplano, Tangram y Crucigrama. Con respecto al Tangram, se incluye un modelo para que las/los estudiantes lo reproduzcan y puedan realizar las siguientes actividades. En cambio, no se recomienda la construcción de un Geoplano ni la elaboración de sus propios crucigramas. Pero en general es escaso el número de actividades relacionadas con *jugar*.

(6) En la selección se encuentra una única actividad asociada a **diseñar**. Ella consiste en construir un Tangram en cartulina, siguiendo un modelo expuesto. Los autores aprovechan este recurso para jugar, calcular y comparar el perímetro de algunas figuras, así como para calcular su área.

(7) La proporción de actividades en las que el alumno debe **explicar** es baja en toda la selección.

Un diseño curricular basado en las actividades matemáticas (o actividades protomatemáticas) imprimiría un sello muy distinto al que ha signado históricamente a nuestras matemáticas escolares, en particular durante las últimas tres décadas.

Potencialidad Metamatemática

La *potencialidad metamatemática* tiene que ver con el conocimiento sobre el conocimiento matemático. Se refiere a una actividad de naturaleza intelectual en la que se reflexiona sobre la matemática como disciplina, en la que se evalúan los problemas de los que se ocupa, se piensa sobre la estructura lógica que sustenta las teorías matemáticas así como su evolución, y también sobre la verdad de las proposiciones matemáticas. La potencialidad metamatemática se encuentra en otro nivel distinto al de las potencialidades matemáticas. Y pensamos que éstas no se circunscriben solamente al ámbito de las y los matemáticos de profesión, sino que es o debe ser una actividad de las/los estudiantes en la matemática escolar.

Esta potencialidad se puede entrever por medio de preguntas como:

- ¿Qué ideas matemáticas sustentan este hecho?
- ¿De qué tipo de problemas se ocupa la matemática?
- ¿Cómo se dedujo este algoritmo?
- ¿Cómo se llegó a esta definición o a esta caracterización de este objeto matemático? ¿Existe otra caracterización?
- ¿Qué métodos tiene o ha desarrollado la matemática que sirvan a su propio desarrollo como disciplina?
- ¿Cómo han evolucionado los sistemas de números?
- ¿Es la matemática un campo de investigación desvinculado de otras disciplinas o del mundo?
- ¿Cómo estoy seguro de la verdad de esta proposición?, entre otras.

Es una potencialidad que se asocia también a la valoración de la matemática como fuente de ideas, conceptos y técnicas en tanto que se reflexiona sobre ésta en el sentido antes expuesto. Una educación matemática que siga el paradigma del ejercicio no aporta garantías para el desarrollo de esta potencialidad. La atención y pensamiento del/de la estudiante tendría como objeto un aspecto restringido de la matemática escolar y no permitiría tener como objeto del pensamiento a la matemática como un cuerpo. En cambio, las actividades que se enmarcan en un ambiente de investigación pueden favorecer este tipo de reflexiones (precisamente por la naturaleza de la actividad que deben desarrollar las/los estudiantes).

Por ejemplo, comprender que la demostración es un proceso central en matemáticas por medio del cual se establece la verdad de una proposición y sirve a la construcción de una teoría, y no un ejercicio difícil, muestra que el/la estudiante ha desarrollado potencialidades metamatemáticas. Este es un ejemplo que consideramos importante; estudios como los de Dreyfus (2000) refieren la dificultad de las/los estudiantes de "bachillerato" por comprender qué es una demostración matemática.

La potencialidad metamatemática permite entender el papel de la demostración no para una proposición en particular sino para la matemática en sí. Otros ejemplos son: comprender la axiomática como esquema de construcción de los Números Naturales (la axiomática de Peano) y de otras áreas de la matemática (geometría, teoría de conjuntos, etc.) o la inducción como método de demostración y no un tema del curso o como un ejercicio, etc. O también, entender los patrones matemáticos presentes en diversos fenómenos de la naturaleza[112] o las actividades matemáticas que son propias a los grupos socioculturales[113].

Quizás la visión restringida de estos procesos y esquemas guarde relación con la atomización en la enseñanza y aprendizaje de la matemática; fenómeno en el que se parcializa y disgrega en demasía un área de la matemática escolar –lo cual se corresponde con una *Pedagogía por Objetivos*.

112 Ver Steen (1998).

113 Ver Bishop (1999).

Potencialidad Social

La *potencialidad social* de la alfabetización matemática guarda relación con una diversidad de problemas de nuestra sociedad que rebasan la esfera tecnológica (Serres y Serrano, 2004, p. 5). Tiene que ver con el uso o aplicación de la matemática para estudiar problemas de la sociedad o del contexto de las/los estudiantes, como las crisis. Un ejemplo de ello es utilizar la matemática para estudiar el consumo de agua o de energía eléctrica en nuestros hogares o bien para optimar la distribución de gas de uso doméstico en la comunidad, etc.

Preguntas como:

- ¿Qué aplicaciones tiene este concepto o idea matemática?
- ¿Cómo puede ayudar la matemática a comprender ciertos fenómenos sociales?
- ¿Qué tan fidedigna es la interpretación que brinda la matemática en la descripción de un fenómeno en particular?, entre otras.

Son propias a la potencialidad social. Pero también, ¿qué idea matemática puedo construir con base en el estudio de objetos, relaciones, problemas o fenómenos de la realidad? Así, la potencialidad social brinda la conexión entre el estudio de la matemática en sí y de la realidad junto a sus crisis. Las potencialidad matemáticas (en particular el planteamiento y resolución de problemas de tipo (3) y la interpretación y/o estructuración de modelos matemáticos sobre situaciones reales) y metamatemáticas tienen un peso especial en el desarrollo de la potencialidad social de la alfabetización matemática. En contraste, una educación matemática que siga el paradigma del ejercicio no permitirá desarrollar potencialidades para estudiar matemáticamente problemas sociales. El paradigma del ejercicio puede contribuir a conformar una visión de la matemática escolar que se corresponde con un cuerpo cerrado de conocimientos (conceptos, técnicas, ejercicios y problemas) que nada o poco tiene que ver con la vida cotidiana o con otras disciplinas. Por otra parte, el abordaje de problemas sobre una semi-realidad tampoco permite desarrollar plenamente una potencialidad social tal como se entiende aquí.

La potencialidad social permite vincular la actividad matemática de las/los estudiantes con la realidad social, y en general con la realidad. Esta idea responde a la exigencia que planteaban Adorno (1998) y Freire (1970, 1974, 1978, 1990) para la educación, y desde la *Educación Crítica de la Matemática*, con Skovsmose (1999), Valero (1999), Munter, Nielsen, Nielsen y Simoni (1994) y Mora (2002), entre otros, para la educación matemática; y permite distinguir este desarrollo de otras corrientes teóricas[114].

Potencialidad Axiológica

Si la educación crítica de la matemática busca relacionar la matemática y la realidad social con la intención de estudiar, comprender y/o transformar las crisis que nos afectan, si busca contribuir en la formación del ser crítico/social, entonces se ponen en juego criterios o ideas que tienen que ver con el juicio sobre los actos y sobre este tipo de actividad matemática.

114 Ver el *capítulo I* para una discusión al respecto.

La valoración de la actividad matemática, en este sentido, no ha sido objeto de estudio en programas de investigación como la *Didáctica Fundamental*, el *Pensamiento Matemático Avanzado* o la *Socioepistemología*, por ejemplo. Investigadores como D'Ambrosio (1998), desde la *Etnomatemática*, destaca la responsabilidad que tienen los matemáticos y los educadores matemáticos, así como las y los profesores, en la búsqueda de la paz interna y social, con el medio ambiente y militar. Rottoli (1998) sostiene que la educación matemática puede encontrar una nueva dimensión si abandona el ámbito de la exclusiva construcción formal de la matemática y que la ética puede constituir una posición importante en ella.

La *Educación Crítica de la Matemática* tiene como una de sus bases la valoración de la actividad matemática de la educación denominada tradicional, la cual se puede entrever a través de sus críticas al paradigma del ejercicio como orientación de la práctica escolar o por su desarrollo teórico y práctico en pos de la formación de la crítica, de la ciudadanía y del ejercicio de la democracia dibujada en la Constitución de la República. La referencia a los valores en Educación Matemática puede justificarse si se piensa, por ejemplo, en algunas de las motivaciones que impulsaron el Movimiento de la Matemática Moderna (o Plan de Enseñanza de Matemáticas Modernas[115]) en los Estados Unidos de América. El lanzamiento del *Sputnik* por parte de la Unión Soviética motivó al gobierno estadounidense a desarrollar aún más su programa tecnológico-espacial y a prestar mayor atención a la formación en ciencias, tecnología y especialmente en las matemáticas que se estudiaban en sus instituciones educativas, teniendo en mente un programa armamentista espacial.

Así, la educación matemática tuvo, en el Plan de Enseñanza de Matemáticas Modernas un interés para la defensa (y para el ataque) militar en los Estados Unidos de América en cuanto formación de recursos humanos. Idea contraria a la formación del ser crítico/social que aquí sostenemos.

El aula de matemática no escapa a la inversión de valores que se da en la sociedad contemporánea; factor importante en el desarrollo de las crisis y conflictos sociales. Las/los estudiantes –las/los ciudadanos/as, no se debaten, en general, entre lo que es bueno y lo que es malo; se debaten entre las ideas de tener y poder. La exaltación de la autoridad o, en oposición a ésta, el irrespeto, el consumismo, el deseo de tener, de consumir, o de ejercer la violencia para imponer ideas, son ejemplos de esta inversión.

La sociedad ha tendido a dar paso a antivalores como la irresponsabilidad, la no convivencia, el irrespeto, la violencia, entre otros. La escuela (la institución educativa en general) ha incidido en ello, así como la familia y los medios de información de masas.

En el aula se dan, tal como sucede fuera de la institución, acciones a las que se asocian antivalores. A través de la comunicación, de la discusión en el aula de matemáticas y de la naturaleza de la actividad matemática que allí se lleve a cabo, es posible incidir en la formación de valores en las/los estudiantes.

La potencialidad axiológica de la alfabetización matemática se refiere a la manifestación de ideas y a acciones que se corresponden con valores como el respeto, la convivencia, la justicia, la responsabilidad y la no-violencia en el seno de la actividad matemática del grupo. No se trata de aceptar *a priori* una axiolo-

115 Este Plan proponía abandonar los temas de la matemática tradicional y estudiar en vez de éstos el Álgebra Abstracta, la Topología, la Lógica Simbólica, la Teoría de Conjuntos y el Álgebra de Boole.

gía desde la Educación Matemática, se trata más bien de que las y los estudiantes tomen conciencia de los valores y antivalores que han sustentado o conlleva la actividad matemática que han desarrollado. Respeto, convivencia, justicia, responsabilidad y no-violencia, entre otros, no dependen o no se subordinan a la apreciación personal; son entes universales.

Cuadro 5. *Potencialidades metamatemáticas, sociales y axiológica.*

Potencialidades	*Descripción*
Metamatemáticas	
Reflexión sobre las matemáticas y sobre el conocimiento matemático	Es una actividad de naturaleza intelectual en la que se reflexiona sobre la matemática como disciplina, se evalúan los problemas de los que se ocupa, se piensa sobre la estructura lógica que sustenta las teorías matemáticas así como su evolución, y también sobre la verdad de las proposiciones matemáticas. Se puede entrever por medio de preguntas como: ¿qué ideas matemáticas sustentan este hecho?, ¿de qué tipo de problemas se ocupa la matemática?, ¿cómo se dedujo este algoritmo?, ¿cómo se llegó a esta definición o a esta caracterización de este objeto matemático?, ¿existe otra caracterización?, ¿qué métodos tiene o ha desarrollado la matemática que sirvan a su propio desarrollo como disciplina?, ¿es la matemática un campo de investigación desvinculado de otras disciplinas o del mundo?, ¿cómo estoy seguro de la verdad de esta proposición?, etc.
Sociales	
Acción para la comprensión/transformación de la realidad	Tiene que ver con el uso o aplicación de la matemática para estudiar problemas de la sociedad o del contexto local, regional o mundial, como las crisis. Un ejemplo de ello es utilizar la matemática para estudiar el consumo de agua o de energía eléctrica en nuestros hogares o bien para optimar la distribución de gas de uso doméstico en la comunidad, etc. **Son propias de la potencialidad social, preguntas como:** ¿Qué aplicación tiene este concepto o idea matemática en la realidad?, ¿Cómo puede ayudar la matemática a comprender ciertos fenómenos sociales?, ¿Qué tan fidedigna es la interpretación que brinda la matemática en la descripción de un fenómeno en particular?, entre otras.
Axiológica	
Pensar y actuar de acuerdo con valores universales	Esta potencialidad se refiere a la manifestación de ideas y a acciones que se corresponden con valores como el respeto, justicia, responsabilidad y no-violencia en el seno de la actividad matemática del grupo, así como la libertad, la independencia, la paz, la solidaridad y la cooperación. No se trata de aceptar *a priori* una axiología desde la Educación Matemática, se trata más bien de que las/los estudiantes tomen conciencia de los valores y antivalores que han sustentado la actividad matemática que han desarrollado.

Notas: Éstas junto a las potencialidades matemáticas conforman la alfabetización matemática tal como la entendemos en el marco de esta investigación.

Los valores existen aún cuando no puedan ser reconocidos por el sujeto. Esta es la posición que seguimos en este trabajo. Aportamos aquí algunos elementos para una Educación Matemática que abra espacios para reconocer y tomar conciencia de estos valores y de los antivalores que han estado presentes en la sociedad venezolana.

El cuadro 5 reúne la descripción de las potencialidades que hemos descrito en estas secciones.

A Manera de Conclusión

Cuadro 6. *Caracterización de la alfabetización matemática.*

d/am	*Skovsmose (1999)*	*D'Ambrosio (1999)*	*PISA; Noss (1999); NCED*	*Mora (2001a)*	*Serrano (2005a)*
Contenido	La alfabetización matemática (literacy, matheracy y technoracy; numeracy) va más allá de las habilidades para realizar cálculos y de comprender ciertos conceptos matemáticos.				
Definición	Composición de competencias: *matemática*, *tecnológica* y *reflexiva*.	Habla de *literacy*, *matheracy* y *technoracy*.	Capacidad para usar la matemática escolar en el mundo (PISA) o en el trabajo (Noss). Es una forma de mirar el mundo a través de ojos matemáticos: ver beneficios y riesgos y abordar problemas complejos (NCED).	Conjunto de conocimientos, capacidades y habilidades que permiten a los individuos de cada sociedad alcanzar ciertos objetivos.	Composición de las potencialidades matemática (m), metamatemática (mm), social (s) y axiológica (a). Se orienta a la comprensión de la sociedad y de sí mismo en relación con ésta.
Perspectiva teórica	Educación Crítica de la Matemática	Etnomatemática	---	Educación Crítica de la Matemática	
Las/los estudiantes:	Reproducen pensamientos matemáticos, teoremas y demostraciones; aplican algoritmos y realizan cálculos; o bien, inventan o descubren nuevas ideas matemáticas. Aplican las matemáticas para alcanzar fines tecnológicos. Toman posiciones justificadas en discusiones sobre asuntos tecnológicos. Critican decisiones basadas en estos modelos.	Interpretan gráficos, tablas, números y otras fuentes de información. Interpretan signos y códigos. Proponen y utilizan modelos en la cotidianidad. Conocen y usan críticamente la tecnología (computador, Internet y otros recursos).	Resuelven problemas aplicados (PISA), del campo laboral (Noss) o de la cotidianidad (NCED). Tienen confianza y valoran la matemática, toman decisiones basados en ésta, desarrollan el pensamiento lógico, manejan el lenguaje simbólico, etc. (NCED).	Resuelven problemas relacionados con necesidades individuales y grupales. Argumentan y demuestran. Usan las matemáticas como vehículo de comunicación sobre aspectos referidos a la realidad (no solamente a la matemática).	Usan las matemática para comprender crisis o conflictos sociales y/o para transformarlas. La relación matemática-realidad también se orienta a la abstracción de ideas matemáticas (conceptos, técnicas) así como para la estructuración de modelos matemáticos. Manifiestan las potencialidades m, mm, s y a.
Énfasis	Tecnología – *Paradoja de Vico*		Cotidianidad, Puestos de trabajo	Realidad, Aplicaciones de la matemática	Realidad, Crisis o conflictos sociales

En este *capítulo* hemos discutido varias concepciones del término alfabetización matemática, de numeracy, alfabetización cuantitativa, literacy, matheracy y technoracy (las cuales resumimos en el cuadro 6), con la intención de dotar de significado a una alfabetización que se corresponda, de acuerdo a la visión del autor, con una educación crítica de la matemática en el contexto de nuestra sociedad, así como con la formación del ser crítico/social. En tal sentido hemos discutido, además, el rol sociopolítico (explícito o no) que soporta a estas nociones con el objeto de contrastarlo con la supuesta neutralidad política de los planteamientos pedagógicos, didácticos y filosóficos en algunos de los desarrollos conocidos de la Educación Matemática en el ámbito internacional. La alfabetización matemática, entendida como la composición de las potencialidades matemática, metamatemática, social y axiológica, va más allá de las habilidades para efectuar cálculos, aplicar algoritmos y reproducir definiciones y propiedades; e incluso, sobrepasa el enfoque tecnológico o laboral de este término tal como lo asumen otros autores y permite interpretar a la educación matemática en relación con las crisis o conflictos sociales.

Esta alfabetización matemática es parte de una educación que postula explícitamente su rol sociopolítico en el marco de nuestra sociedad, tal es el caso de la alfabetización en Freire o en Giroux, es una educación que busca, como Bolívar en su tiempo, la formación de una nueva y nuevo ciudadano. Las potencialidades de la alfabetización apuntan a la formación integral y crítica de las/los estudiantes; constituyen parte de la respuesta a las exigencias que se pueden hacer a la educación, y a la educación matemática en particular. La conexión matemática-realidad en la educación matemática ya había sido planteada por Félix Klein y Freudenthal, por ejemplo; esta conexión asociada a las crisis (su comprensión y/o transformación) proviene de los teóricos de la *Educación Crítica de la Matemática* y es la idea general que aquí seguimos.

Estas potencialidades de la alfabetización matemática permiten describir la dimensión sociopolítica de la *Educación Matemática*.

V

LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA Y LA CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS

Introducción

La discusión sobre la alfabetización matemática, entendida como la composición de las potencialidades matemática, metamatemática, social y axiológica, conlleva el complejo estudio de la construcción de significados en el contexto del aula de matemáticas. Es un estudio complejo pues preguntarse sobre la naturaleza del significado ha sido una tarea que ha ocupado a filósofos, lingüistas, psicólogos y educadores a los largo de la historia. El significado, quizás por ser una noción que está presente en toda actividad humana, resulta algo difícil de *asir* teóricamente; se comparan a él nociones como "pensamiento", "aprendizaje" y "acción". El "tiempo", tal como lo expresó San Agustín, es otro ejemplo de ello. Cuando pensamos en el significado siempre parece que se nos escapa algo de su esencia. ¿Por qué hemos de interesarnos en el estudio del significado? ¿No es acaso una noción de la cual todos tenemos alguna idea? Esto es, nos resulta natural. Tomemos por caso la "educación" o la "educación matemática"; profesores/as, estudiantes, madres, padres y demás miembros del grupo social tienen cierta idea de lo que es. Sin embargo, allí descansan supuestos teóricos y concepciones dispares tal como hemos discutido en el *capítulo I*. Para algunos la educación se funda en transmitir conocimientos o información, para otros es la vía para socializar a las nuevas generaciones, un espacio para el aprendizaje o una forma de capacitar a *individuos* para acoplarse al sistema de producción económica que impera en nuestro tiempo. Otros verán en la educación una manera de concienciar al grupo y desarrollar su reflexión y acción ante, por ejemplo, las desigualdades existentes en su sociedad. Algo similar ocurre con el término "significado". Somos del criterio de que son justo estas nociones, comúnmente sobreentendidas, las que obligan un intenso y necesario debate, en especial cuando hacemos explícita la naturaleza política de la educación matemática en el contexto de la sociedad venezolana.

Siguiendo esta idea, discutimos en este *capítulo* posiciones como las de Frege, Carnap, Christensen, el Wittgenstein del *Tractatus logico-philosophicus* y el de *Investigaciones filosóficas*, entre otras. E incluso, algunas de las aproximaciones hechas desde la lingüística y la semiótica. Ello nos sirve de marco para estudiar los aportes que en este sentido se han dado en Educación Matemática. Aquí hay un punto en el que no todos coincidirán, tiene que ver con la cuestión: **¿No es el significado en matemáticas algo único, algo ya establecido?** El problema, a nuestro modo de ver, está en entender la matemática escolar de forma similar a la matemática que se ha organizado lógicamente a través de los siglos: las matemáticas tal como se conciben en el quehacer profesional. Aquí concebimos a la matemática en un sentido más amplio; la matemática escolar es en sí una actividad humana y cultural. Si se ve la matemática escolar exclusivamente desde un plano lógico, el significado no parecerá un problema didáctico. Estas tesis soportan las ideas que seguimos en torno a esta noción, nutridas de la idea de *juegos de lenguaje* desarrollada por Wittgenstein (1998, 2002).

Por otra parte, desarrollamos la idea de que no solamente a los objetos matemáticos de que trata el diseño curricular se les construye significados, sino que también se les construye a las actividades asociadas a la matemática escolar, tal es el caso de explicar, definir, probar, dar ejemplos o contraejemplos, etc., así como a las mismas actividades o prácticas matemáticas que han descrito Bishop (1999), Mora (2005) y Serrano (2005b), como por ejemplo: "contar", "medir", "localizar", "jugar", "representar", "estimar", entre otras. Estas tesis pueden enriquecer el concepto de alfabetización matemática y así acercarnos a algunas ideas sobre la experiencia didáctica de este tipo de educación.

Surgirán entonces varias preguntas centrales: ¿cuál es la naturaleza del significado en la educación matemática?, ¿qué objetos o acciones son susceptibles de adquirir significados? y ¿qué relaciones existen entre la construcción de significados y el grupo (escolar) que estudia y discute ideas matemáticas? En este último punto será importante la noción de *juegos de lenguaje en la educación matemática* (Serrano, 2004c, 2005c, 2006a); noción basada, como se señaló antes, en los *juegos de lenguaje* de Wittgenstein.

¿Qué es el Significado? Algunas Notas Históricas

Muchas "cosas", más de las que a primera instancia podemos pensar, nos son sobreentendidas, suponemos conocerlas. San Agustín al considerar la naturaleza del *tiempo* expresaba: "cuando no se me pregunta, la conozco; pero, cuando se me pregunta, no la conozco". Tiempo, espacio, mujer/hombre, pensamiento, educación, saber, comunicación y número, por ejemplo, pueden representar este tipo de "cosas"; son complejas tanto al *sentido común* como a la *crítica* y, sin embargo, son naturales en la actividad de la mujer y del hombre. Una situación similar se presenta con el término *significado*, lo que podemos plantear a través de la pregunta ¿qué es el significado de significado? Lingüistas, filósofos y teóricos de diversas disciplinas, como la psicología o la educación, han abordado esta cuestión aportando diferentes acepciones del término. Es en la filosofía donde el estudio del significado ha impulsado un intenso debate; Aristóteles, Frege, Carnap, Christensen y Wittgenstein son algunos de los que han abordado el tema. En lo que sigue se describirán algunas de estas contribuciones con la intención de acercarnos a lo que será la posición que asumirá en esta investigación sobre el significado en el contexto del aula de matemáticas.

En el estudio del significado se ha distinguido entre lo que puede ser objeto de éste, su relación con las cosas en sí, con la verdad, con el pensamiento, así como su relación con el contexto. Aristóteles entendió a la palabra como la unidad más pequeña a la que se asocia significado. Habló también de palabras que tenían por sí solas un significado y las que consistían en instrumentos gramaticales (estas ideas, aún hoy, son compartidas por parte de la comunidad de lingüistas y filósofos). No obstante, Hockett (1958) habló de unidades de significado más pequeñas que las palabras, los morfemas (en la palabra "triángulos", por ejemplo, podemos observar los morfemas "tri", "ángulo" y "s"). Algunos de los exponentes del antiguo pensamiento griego sostenían que había una relación natural entre el sonido de las palabras y su sentido (o significado), en cambio, otros consideraban a esta relación como arbitraria. Bloomfield (1964), siguiendo presupuestos conductistas, entendió al significado como "la situación en que el hablante emite una forma lingüística y la respuesta que suscita en el oyente" (p. 120). Bloomfield ve entonces al significado en la relación estímulos (del hablante) – respuestas (del oyente). Sostiene, además, que la ciencia del lenguaje no posee elementos para estudiar o describir el significado. Sus presupuestos conductistas, así como su posición ante la ciencia del lenguaje, le valió duras críticas entre parte de la comunidad de lingüistas.

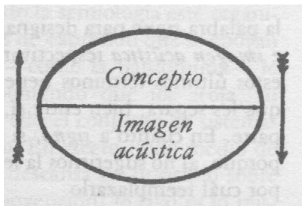


Figura 16. El signo en Saussure

El insigne lingüista Ferdinand de Saussure (1990)[116] en su trabajo *Curso de lingüística general* parte de la idea de signo lingüístico: "el signo lingüístico une no una cosa y un nombre, sino un concepto y una imagen acústica" (p. 102). Ve entonces al signo lingüístico como una entidad psíquica de dos caras (Figura 16). Aquí Saussure se basa en la idea de que si algo es un signo lo es porque no solamente se asocia a una imagen acústica, sino que también se asocia a un concepto. Saussure, con la intención de evitar ambigüedades al respecto, propone reemplazar concepto e imagen acústica por significado y significante. El significado es entonces, según Saussure, parte del signo. Para Saussure el estudio del lenguaje abarca el de la lengua y el del habla. "La lengua es para nosotros el lenguaje menos el habla" (p. 116); es como un diccionario cuyos ejemplares, todos idénticos, estuvieran repartidos en el cerebro de todos los individuos: si pudiéramos abarcar la suma total de las imágenes verbales almacenadas en todos los individuos, llegaríamos al lazo social que constituye la lengua (Saussure, ob. cit.).

Desde Saussure se han desarrollado diversas concepciones sobre el significado que Ullmann (1967) llama *concepciones analíticas*. Aquí se inscribe,

116 Publicado originalmente en 1916.

por ejemplo, la posición de Ogden y Richards (1946). Para estos autores, en su célebre obra *El significado del significado*, el significado está dado por la relación entre tres componentes: referente, símbolo y pensamiento o referencia (ver la Figura 17). Las componentes del significado, de acuerdo a Ogden y Richards, pueden aportar mucho a la interpretación de este término siempre que se tenga en cuenta hasta dónde se puede llegar con ella. En Saussure el significado es parte del signo, en cambio, en el triángulo básico una etiqueta, un símbolo, un sonido o un signo[117] pueden ser parte del significado, una de sus componentes (Serrano, 2005d).

En otros desarrollos de la idea de Ogden y Richards se han cambiado los vértices del triángulo básico etiquetados con símbolo, pensamiento y referente por (a) signo, significante, vehículo sígnico, etc., (b) interpretante, referencia, sentido, concepto, contenido, etc., y (c) objeto, significado, denotación, entre otros, respectivamente. Preservando en todos ellos la relación símbolo-referente vía el pensamiento sobre el referente (o sobre la cosa o hecho). Lo que en muchos casos coincide con la idea de concebir la relación símbolo-objeto como atribuida (en términos de Ogden y Richards) o arbitraria (Serrano, 2005d).

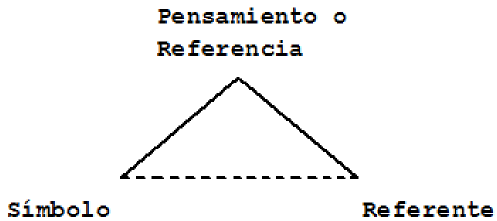


Figura 17. *Triángulo básico (o semiótico) de Ogden y Richards. Adaptado de Ogden y Richards (1946, p. 36). Entre símbolo y referente existe, de acuerdo a Ogden y Richards, una relación atribuida (representada por el "segmento" punteado); entre símbolo y pensamiento, una relación causal; y entre pensamiento y referente otras relaciones causales.*

No son la palabra, sus componentes o morfemas, y ésta es la posición del autor, los únicos objetos que pueden ser objeto de significado, lo son también las oraciones constituidas por palabras, otros símbolos, que aún cuando pueden representarse a través del mismo sistema de signos que soporta nuestro lenguaje natural (o materno), son de naturaleza distinta, tal es el caso de algunos símbolos del lenguaje matemático así como los objetos matemáticos y las acciones del hombre/mujer. Acciones como *demostrar*, *ejemplificar*, *resolver*, *aplicar un algoritmo*, *modelar*, *medir* y *calcular*, en el contexto del aula de matemáticas, son susceptibles de poseer significado en estudiantes y profesores/as. Con esto nos distanciamos de las concepciones analíticas de significado que hemos citado. De hecho, en las concepciones analíticas no se habla de significados para las acciones.

Por otra parte, en las *concepciones analíticas* se excluyeron elementos que podían explicar de una manera más amplia la naturaleza de esta noción. Tal

117 Entendemos aquí al signo de la manera en que lo define Eco (1980, p. 27): en cualquier clasificación que se haga de signo como parte de un proceso de significación, éste siempre aparece como algo que se pone en lugar de otra cosa.

es el caso del contexto o entorno social; elemento que sí es considerado por las *concepciones pragmáticas* que se corresponden, por ejemplo, con los trabajos de Austin (1971) y Wittgenstein (1963, 1981, 1988, 1998). Más adelante, discutiremos también la relación de elementos como la realidad y la historia con el significado y la alfabetización matemática.

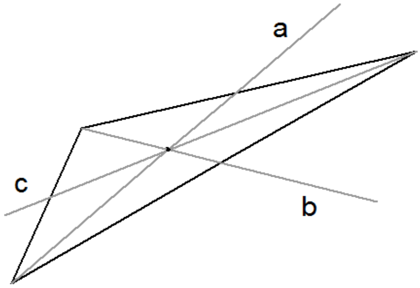


Figura 18. Baricentro del triángulo.

Ya en un terreno filosófico, Gottlob Frege[118], en su trabajo *Sobre sentido y significado* (Frege, 1974)[119] distingue entre signo, sentido y significado: "con un signo (nombre, unión de palabras, signos escritos) añadido a lo designado, además de lo que llamaríamos el significado del signo, pensamos también en lo que llamaríamos el sentido del signo, es decir, donde se contiene la manera como el signo es dado" (ob. cit., p. 32). Y da el ejemplo de las rectas *a*, *b* y *c* que unen los vértices de un triángulo con los puntos medios de los lados opuestos: el significado de la expresión "el punto de intersección de *a* y *b*" es el mismo que el de "el punto de intersección de *b* y *c*", pero no así su sentido (ver la Figura 18).

Sostiene además que para un signo corresponde un sentido y a este último, a su vez, corresponde un significado. Frege asocia el significado al concepto de verdad; idea que han seguido otros filósofos vinculados al *Círculo de Viena*.

"**Estamos obligados así a reconocer el *valor de verdad* de una proposición como su significado** [negrillas añadidas]. Por valor de verdad de una proposición entiendo la circunstancia de que ella sea verdadera o falsa" (Frege, ob. cit., p. 37). Así, todas las proposiciones verdaderas, por una parte, y todas las falsas, por otra, tendrían el mismo significado, el mismo valor de verdad. Con esto Frege quiere hacer ver que el significado no es suficiente para el conocimiento y para el juicio[120]. Aunque expone algunas excepciones en las que el significado "no siempre" es su valor de verdad, sino un pensamiento (ob. cit.,

118 Considerado el precursor de la moderna filosofía del lenguaje.

119 Publicado originalmente en 1892. Aquí *referimos* a los *Escritos lógico-semánticos* (Frege, 1974).

120 Rudolf Carnap (1891-1970), otro de los representantes del Círculo de Viena, admitió, en el campo de la lógica y filosofía de la ciencia, una interpretación más "abierta" que la asumida por Frege. En Carnap el criterio de significado de una proposición empírica, no es el de verificación, sino el de confirmabilidad (una proposición es confirmable si las circunstancias empíricas le dan algún tipo de apoyo).

p. 40)[121]. Si se sigue el planteamiento de Frege y se aplica a las proposiciones matemáticas, el significado de estas sería precisamente o verdadero o falso. No obstante, si consideramos proposiciones como las siguientes:

(1) ¿Es todo número par mayor que dos la suma de dos primos? (conjetura de Goldbach).

(2) ¿Existen infinitas parejas de *primos gemelos*, esto es, de parejas cuya diferencia sea dos: 3 y 5, 5 y 7, 11 y 13, 17 y 19, 29 y 31, etc.? (problema formulado ya por los matemáticos griegos y, sin embargo, aún espera su solución).

Vale preguntarse: ¿cuál es su significado en el sentido de Frege?; y no estaríamos, hasta ahora, en condiciones de responderlas. Una situación difícil se presenta también en el caso de algunos axiomas como el de la existencia de una única paralela a una recta dada por un punto exterior a ésta; en la geometría Euclídea se asume como verdadero; sin embargo, en otras geometrías como en la *hiperbólica* y en la *elíptica* es falso. En el marco de la presente investigación, nos interesa el significado que se forman estudiantes (y profesores/as) en el contexto del aula de matemáticas. **En el aula, éste no siempre se encuentra asociado a un valor de verdad, sino que se asocia a ideas, usos o acciones**; además, es común que se le otorgue significado matemático a expresiones que se encuentran fuera de esta disciplina, por ejemplo entender que "$0^0=1$" ó "$0^0=0$". La conjetura de Goldbach y el problema de si existen o no infinitas parejas de primos gemelos, aún cuando no conocemos su valor de verdad, son susceptibles de construirles significados. Rudolf Carnap entiende al significado en un sentido similar al de Frege. Para Carnap, también en un plano lógico, una palabra tiene significado si se han establecido previamente las condiciones de verdad para las proposiciones en las que esta palabra aparece y que, además, se conozca el método de verificación para la proposición (Carnap, 1965).

Christensen (1968) en su trabajo *Sobre la naturaleza del significado* toma una posición en la que no asume, como hizo Frege, que el significado de una proposición es su valor de verdad, sino que "para una proposición [:] **tener significado equivale a poder ser verdadera** [negrillas añadidas]" (ob. cit., p. 51). Su tesis es que "el significado de una expresión corresponde a la capacidad de ésta para presentarse legítimamente donde y cuando –solo donde y cuando– está presente algo específico de especie no lingüística, sea un objeto, una propiedad, una relación, una situación. O lo que quiera que sea. La entidad abstracta definida por esa capacidad es [...] el significado de al menos una amplia clase de expresiones" (Christensen, ob. cit., p. 28). Christensen considera el caso de la aplicación de su definición a expresiones abstractas como "$\sqrt{2}$", en especial la idea de "presentarse legítimamente donde y cuando". Al respecto sostiene que "si decimos que $\sqrt{2}$ es la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado igual a 1, hemos ‹‹localizado›› de modo definido, en un lugar preciso, $\sqrt{2}$" (ob. cit., p. 35).

El significado como verdad "opera" en la estructura lógica del lenguaje, y

121 Frege expone como ejemplos de este tipo de proposiciones: "me parece que ...", "yo opino que ...", o bien en expresiones como "alegrarse", "censurar", etc.

del lenguaje matemático en particular, no así si se considera el contexto en el que se desarrolla la comunicación y los sujetos que forman parte de ella. Hay que destacar aquí que Frege no olvida estos puntos, su programa de investigación busca prescindir de ellos, busca adentrarse en la lógica del lenguaje. En cambio, Christensen, sin adentrarse en la lógica del lenguaje, entiende que el significado es algo abstracto que puede ser captado por muchos como lo mismo; no obstante, esto no es así en el contexto del aula de matemáticas, ni es una consecuencia de la comunicación en un grupo en general. $\sqrt{2}$, por ejemplo, puede adquirir un significado distinto entre las/los estudiantes de un mismo grupo. Por otra parte, no coincidimos con asociar el significado de una expresión a la posibilidad de que ésta sea verdadera. Posición que explicaremos más adelante.

Una situación compleja se presenta al considerar proposiciones como:

(3) Si n es un número natural mayor que 2, no existen números naturales x, y y z que satisfagan la ecuación $x^n+y^n=z^n$ (conocido como *Último Teorema de Fermat*[122]).

Esta proposición, ya probada por el matemático inglés Wiles en 1993, nos ofrece, como muchas otras, otro punto a considerar al discutir la noción de significado en Educación Matemática. Bien puede no comprenderse la demostración de este importante teorema, no obstante, ello no impide que se comprenda el teorema en sí, su idea matemática. Hecho que es común no solamente entre las/los estudiantes de matemáticas o del profesorado en matemáticas, sino también entre los matemáticos profesionales especializados en otras áreas. Entonces, el significado que puede darse o construirse a este teorema no necesariamente obedece a la comprensión de su demostración; en ello influyen otros factores tales como la exploración, los cálculos y la discusión.

El *primer Wittgenstein*[123], quien tuvo gran influencia de Frege, Russell y sus trabajos, no asocia el significado de una palabra o de una proposición con su valor de verdad (si es que ésta lo tiene). Wittgenstein aclara que su *Tractatus logico-philosophicus* trata de los problemas de la filosofía y se propone hacer ver que muchos de estos problemas descansan en una mala comprensión de

---

122 Aunque en realidad **no constituyó un teorema** en la época en que fue propuesto pues se desconocía su demostración. Al margen del libro de Diofanto, Fermat escribió: "Por otra parte, es imposible para un cubo ser suma de dos cubos, para una cuarta potencia ser suma de dos cuartas potencias o, en general, para un número que es potencia mayor que 2 ser suma de dos números que son de esa misma potencia. He descubierto una demostración maravillosa de esta afirmación imposible de escribir en este estrecho margen". La dificultad de la demostración que dio Wiles hace pensar que Fermat no logró demostrar su teorema o que había errores en su idea. Por otra parte, **éste no fue el último teorema que formuló Fermat**.

123 Por esta denominación *entendemos* la primera etapa de los trabajos de Wittgenstein (filósofo austriaco; 1889-1951), en la que destaca el *Tractatus logico-philosophicus*, su tesis doctoral; trabajo que se diferencia, e incluso se contrapone, a *Los cuadernos azul y marrón* (1998), *Investigaciones filosóficas* (1963), *Sobre la certeza* (1988) y *Matemáticas sin metafísica* (1981), con los cuales se caracteriza al *segundo Wittgenstein*. Wittgenstein es uno de los filósofos cuya obra es considerada entre las más importantes de toda la historia. Su pensamiento, en ambas etapas, ha influido notablemente en el ámbito filosófico, e incluso, en disciplinas como la lingüística y la educación.

la lógica de nuestro lenguaje natural. Intenta, entonces, trazar un límite a la expresión de los pensamientos; tal límite "solo podrá trazarse en el lenguaje" (Wittgenstein, 2003, p. 103). En su trabajo comienza caracterizando lo que es el mundo: (1.1 Totalidad de los hechos, no de las cosas); expone además que "2.1 Nos hacemos figuras de los hechos" y que "2.12 Una figura es un modelo de la realidad". Más adelante sostiene que "2.22 Una figura representa lo que representa mediante su forma de figuración, de manera independiente de su verdad o falsedad"; idea con la que se desmarca de la postura que citamos de Frege.

Wittgenstein distingue entre el significado de un nombre y el de una proposición. **El significado de un nombre es precisamente su objeto, el objeto por el cual está el nombre**; en cambio, **el significado de una proposición es independiente de su valor de verdad.** "3.3 [...] En la trabazón de una proposición tiene significado un nombre". Con esta última idea, Wittgenstein da importancia al contexto en que se da el nombre; no obstante, este contexto es el de la proposición (es de carácter gramatical). Se apoya en la función representativa y descriptiva del lenguaje y relaciona realidad, lógica y lenguaje a través de los conceptos: objeto (constituyente último del mundo), hecho atómico (relación o combinación de objetos), hecho (composición de hechos atómicos), figura lógica (modelo de la realidad), nombre y proposición (3.144 Los nombres son como puntos, las proposiciones como flechas).

El significado en el primer Wittgenstein obedece a la oposición que hace entre los nombres y los objetos del mundo, entre las proposiciones simples y los hechos atómicos y, entre las proposiciones compuestas y los hechos (Cuadro 7). Aportando así una visión del lenguaje en la que éste se constituye por la totalidad de las proposiciones, no de las palabras, de forma similar a como concibe al mundo: como la totalidad de los hechos, no de las cosas u objetos. Es en esta relación mundo-lenguaje que Wittgenstein busca mostrar que lo que en cualquier caso puede decirse, puede decirse claramente; y "de lo que no se puede hablar, hay que callar la boca" (7); palabras con las que Wittgenstein concluye su *Tractatus* y, deben valorarse justo en el ámbito en que se dieron, el de su filosofía.

Cuadro 7. *Relación lenguaje-mundo en el primer Wittgenstein.*

<table>
<tr><th>Realidad</th><th>Lógica</th><th>Lenguaje</th></tr>
<tr><td>OBJETO</td><td rowspan="4">FIGURA LÓGICA</td><td>NOMBRE</td></tr>
<tr><td>HECHO ATÓMICO</td><td>PROPOSICIÓN SIMPLE</td></tr>
<tr><td>HECHO</td><td>PROPOSICIÓN COMPUESTA</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

En el primer Wittgenstein, como dijimos, el significado de un nombre es precisamente el objeto por el cual está. Más adelante el *Tractatus* nos dice que los significados de los signos simples, esto es, de las palabras, se nos tienen que explicar para que los entendamos (4.026). Sin embargo, afirma, "con las proposiciones nos entendemos" (4.026). Resulta difícil comprender las ideas de Wittgenstein contenidas en sus aforismos: en el *Tractatus* no hay un único ejemplo de "nombre" o de "proposición simple"; claro que su trabajo se da en el nivel de la lógica y no se ocupó de la tarea empírica de buscar, o mejor, de expresar ejemplos de estos términos. Para Wittgenstein, "entender una proposición quiere decir saber qué es el caso si es verdadera. (Así pues, se la puede entender sin saber si es verdadera). Se la entiende cuando se entienden sus partes constituyentes" (4.024). Un ejemplo de esto se encuentra en la proposición que hemos citado antes: "Si *n* es un número natural mayor que 2, no existen números naturales *x*, *y* y *z* que satisfagan la ecuación $x^n+y^n=z^n$"; podemos entenderla sin saber si es verdadera o no. Pero también entendemos proposiciones de las que se ha demostrado que son verdaderas (o falsas), pero no conocemos esta demostración, por ejemplo: "$2^{2^5}+1=641\cdot 6700417$ es compuesto". Podemos entender esta última proposición sin saber si es o no verdadera.

El mismo Wittgenstein cambió su manera de pensar. En esta segunda etapa de su pensamiento filosófico, caracterizada por *Investigaciones filosóficas* (Wittgenstein, 2002), entiende al lenguaje de manera más amplia que en el *Tractatus*. El lenguaje en el *Tractatus* tenía la función de representar objetos y hechos. En *Investigaciones filosóficas* ve al lenguaje en un sentido distinto al de asumir como su única función la de representar objetos y hechos. Idea que determinará una posición distinta en cuanto al significado y sobre la construcción de éste.

Las *Investigaciones filosóficas* parten de una crítica a lo que denomina concepción agustiniana del lenguaje[124]. San Agustín dice: "Oyendo repetidamente las palabras colocadas en sus lugares apropiados en diferentes oraciones, colegía paulatinamente de qué cosas eran signos y, una vez adiestrada la lengua en esos signos, expresaba ya con ellos mis deseos" (citado en Wittgenstein, 2002, p. 17); Wittgenstein encuentra en ello la esencia que asume San Agustín para el lenguaje: (a) las palabras del lenguaje nombran objetos y (b) las oraciones son combinaciones de esas denominaciones. Así, como en el *Tractatus*, "el significado está coordinado con la palabra. Es el objeto por el que está la palabra" (Ibíd.).

Wittgenstein afirma que el aprendizaje del lenguaje, siguiendo la concepción agustiniana del lenguaje, se ocupa en primer lugar de sustantivos como "mesa", "silla", "lápiz", "gato", etc., luego en acciones (como "caminar", "hacer", "explicar", etc.) y "piensa en los restantes géneros de palabras como algo que ya se acomodará" (ob. cit., p. 19). Una concepción similar se sigue en la alfabetización en la Escuela y Liceo venezolanos y en muchos de los métodos de alfabetización en el ámbito internacional[125]. En la educación matemática es común una práctica que se puede caracterizar por el patrón exposición-ejercicios que describe Eisenberg (1991). Para Eisenberg constituye una fantasía teórica pensar que tal esquema implica la comprensión de los objetos matemáticos que trate la clase[126]. Skovsmose (2000) afirma que la educación matemática tradicional se ubica en lo que llama paradigma del ejercicio; una clase en la que la o el profesor expone definiciones, teoremas y ejemplos, y luego, asigna ejercicios

---

124 La mayor parte de *Investigaciones filosóficas* consiste en una crítica a la concepción agustiniana del lenguaje.

125 Una filosofía distinta se encuentra en la alfabetización de Freire. Ver, por ejemplo, Freire (1969, 1970).

126 Eisenberg (1991) se refiere solamente al objeto "función", pero es una observación que puede presentarse también para otros objetos matemáticos.

o problemas a las/los estudiantes, con la creencia de que este esquema permitirá a las/los estudiantes comprender las ideas matemáticas que subyacen a su exposición y a las asignaciones.

Las definiciones, en tal esquema de la práctica en educación matemática, hacen el papel de los elementos para comprender la matemática y para apropiarse de su lenguaje. Aquí, por ejemplo, la definición es algo que se reserva a la profesora o al profesor o a los textos, no se considera como una posible actividad de las/los estudiantes.

Ante esta concepción del lenguaje, Wittgenstein plantea la pregunta **¿Pero cuál es el significado de la palabra "cinco"?** (Ibíd.). ¿Puede asignarse algo, un objeto, a la palabra "cinco", como dejan entrever las palabras de San Agustín, e incluso, como se afirma en el *Tractatus logico-philosophicus*? En el segundo Wittgenstein se encuentran respuestas a cómo se aprende nuestro lenguaje natural, cosa que no se halla en el Tractatus. Lo que resta de este trabajo busca respuestas a cómo se aprende el lenguaje matemático con base en algunas de las ideas que aportó Wittgenstein.

Quizás las investigaciones del segundo Wittgenstein y su oposición a algunas de sus tesis centrales del *Tractatus*, se deban en parte a su contacto con estudiantes de la Escuela Básica. Después de escribir el *Tractatus*[127] (que aún no había presentado como tesis doctoral en Cambridge, cosa que sucedería en 1929) se formó como maestro de escuela y se dedicó a ello entre 1920 y 1926 en varias aldeas de la Baja Austria; ello pudo influir en su nueva manera de pensar acerca del lenguaje, el significado, la comprensión, la naturaleza de los estados mentales, entre otras nociones. Wittgenstein abandona la idea de un lenguaje perfecto, que corresponda a los objetos, nombres; a los hechos atómicos, proposiciones simples; y a los hechos compuestos, proposiciones compuestas; como una especie de límite para el pensamiento, al pensamiento filosófico, tal como lo expresa en la introducción del *Tractatus*. En *Investigaciones filosóficas* concibe al lenguaje de una forma más dinámica, **otorgando al uso un papel central en la idea de significado, y en general, en la forma en que se aprende un lenguaje**. Es esta segunda manera de entender al lenguaje y al significado la que seguimos en el marco de esta investigación, precisamente por la valoración que se da al contexto y al uso del lenguaje. Posición que se corresponde con una concepción pragmática del lenguaje, a diferencia de la concepción analítica de los trabajos de Saussure, Ogden y Richards, y otros, o del terreno lógico en el cual se da el trabajo de Frege y del primer Wittgenstein.

Una educación matemática que llamamos tradicional, que siga el paradigma del ejercicio del que habla Skovsmose (2000), o un enfoque calculista, puede estar asociada a una enseñanza del lenguaje matemático que se corresponde con la visión agustiniana del lenguaje y con la idea de un lenguaje perfecto como delineaba Wittgenstein en su *Tractatus*. Es una educación en la que la o el profesor o el texto definen los objetos matemáticos, los nombran, luego se refiere y/o demuestran algunas propiedades sobre estos objetos y, finalmente, se asignan ejercicios y problemas a las/los estudiantes. Es un proceso en

127 El *Tractatus* se basó en las notas que Wittgenstein escribió, a modo de "diario", estando al frente del ejército austriaco (al cual se alistó como voluntario al comenzar la Primera Guerra Mundial) y luego como prisionero del ejército italiano. No obstante, muchos de sus cuadernos de notas fueron destruidos por orden suya.

el que la comunicación no toma todo el valor que potencialmente tiene, tanto para la discusión como para la construcción de significados. Aquí, definir los objetos matemáticos se reserva, como señalamos, a la o al profesor o al texto y no es una actividad que se piensa puedan realizar las/los estudiantes. Definir hace el papel de asignar nombres a objetos o propiedades, con lo que la clase de matemáticas bajo la estructura exposición-ejercicios se corresponde con una enseñanza del lenguaje matemático que mira al lenguaje de forma restringida; tal como lo hace ver el segundo Wittgenstein con respecto al lenguaje natural. Criticamos entonces una Educación Matemática que conciba al lenguaje matemático de forma restringida, que vea solamente su función representativa y descriptiva, como el lenguaje materno en San Agustín o en el *Tractatus*; así como una Educación Matemática que entienda la enseñanza del lenguaje matemático como un proceso en el que se dan símbolos y nombres para éstos y no se presta atención al uso que de él se haga en el grupo. Esta idea tiene importantes implicaciones en la formación de las potencialidades matemáticas que involucra la alfabetización matemática.

En el segundo Wittgenstein se aclara que "la palabra ‹‹significado›› es usada ilícitamente cuando se designa con ella la cosa que 'corresponde' a la palabra. Esto es confundir el significado del nombre con el *portador* del nombre" (Wittgenstein, 2002, p. 59). Idea con la que se distancia claramente de la posición que asumió en el *Tractatus*, y en otro sentido, de la noción de significado en Frege. Más adelante señala su posición en cuanto a este punto:

> Para una *gran* clase de casos de utilización de la palabra ‹‹significado›› –aunque no para *todos* los casos de su utilización– puede explicarse esta palabra así: **El significado de una palabra es su uso en el lenguaje** [negrillas añadidas]. (Wittgenstein, ob. cit. p. 61).

En la Figura 19 se resumen en un esquema las concepciones que sobre el significado han tenido mayor influencia en el ámbito lingüístico, semiótico y filosófico. En esta figura se observa que es con las ideas del segundo Wittgenstein que cobra importancia el contexto como un elemento central en la construcción de significados por parte de un grupo. Elemento que no es explícito ni central en los trabajos de Saussure, Ogden y Richards, ni (naturalmente) en Frege, Carnap, Christensen y el primer Wittgenstein. He allí la base por la cual el significado en el segundo Wittgenstein representa una fuente de ideas para discutir la naturaleza y la construcción de significados en la educación matemática.

En el marco de la Educación Matemática, preguntarse ¿cuál es el significado de triángulo? y pensar, como parece natural, en una figura geométrica que consta de tres segmentos unidos por sus extremos incluyendo la superficie que determinan, sería una manera limitada, o ilícita de acuerdo a Wittgenstein, de entender el significado de un objeto matemático. Es una posición en la que se deja por fuera una gran diversidad de significados que tienen las/los estudiantes de este objeto en particular, por mencionar uno que se estudia desde la Escuela. Observación que también es válida para los objetos matemáticos en general. Es confundir el significado de triángulo para un/a estudiante con el objeto que representa éste en la matemática. En Educación Matemática existe la tendencia de olvidar estos otros significados que poseen o construyen las/los estudiantes y orientarse por el significado de los objetos en la matemática;

significado que es llamado por Godino y Batanero (1994) significado institucional. Posición que puede conllevar a un esquema de trabajo en el aula del tipo exposición-ejercicios que hemos criticado. En cambio, darle importancia a los otros significados que tienen o construyen las/los estudiantes es un paso necesario para un esquema de trabajo en clase basado en la discusión y en la investigación.

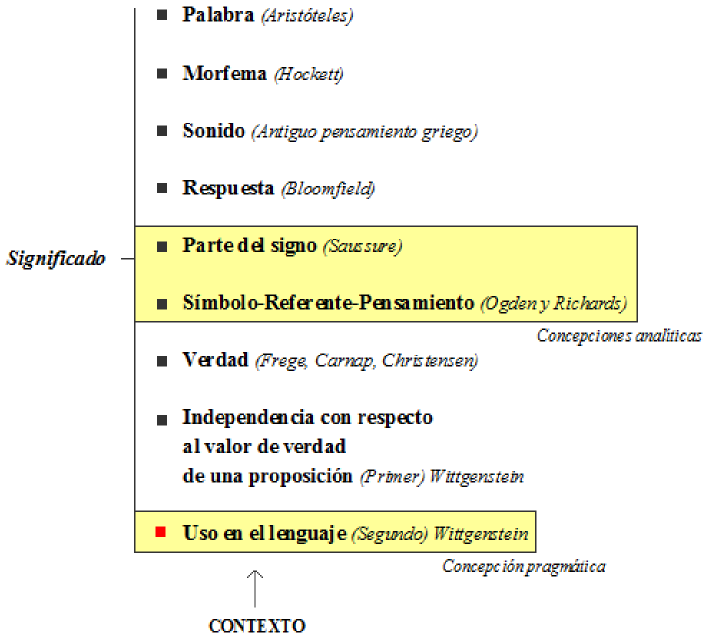


Figura 19. *Algunas concepciones sobre el significado en lingüística, en semiótica y en filosofía.*

Por ejemplo, en el trabajo *Concepciones de [las y] los estudiantes sobre la inyectividad, sobreyectividad y biyectividad de una función y la gráfica de h: R*->R definida por h(x)=senx/x* (Serrano, 2002b), se estudiaron las concepciones de un grupo de estudiantes del primer año universitario del profesorado en matemáticas, en relación con las cuestiones siguientes: (a) La función g: $R^{+}\to R$ definida por $g(x) = x^2$, ¿es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva? Justifique su respuesta y, (b) Represente gráficamente la función descrita. La intención del autor con estas actividades era, por una parte, mostrar que la definición de una función incluye la descripción del dominio de ésta y no exclusivamente la regla (por ejemplo: $x\to x^2$), y por otra, observar los métodos de graficación que usaban las/los estudiantes. Las respuestas aportadas por las/los estudiantes con respecto al concepto de inyectividad de una función son las siguientes:

(a) "Es inyectiva porque todos los valores del dominio tienen llegada"
(b) "Ya que todo el conjunto de partida tiene una imagen en el conjunto de llegada"

(c) "Porque *x* tiene un solo elemento en *y*"
(d) "Cada elemento del conjunto de partida le corresponde una y solo una imagen en el conjunto de llegada"
(e) "Para cada valor de *x* existe un único valor de *y* ó *g(x)*"
(f) "Cada valor que tome el dominio tendrá una y única imagen en el rango"
(g) "Cada elemento del conjunto de partida tiene una sola imagen en el conjunto de llegada"

Respuestas que dan una idea de la diversidad de significados que pueden construir las/los estudiantes para el término inyectividad de una función, y en general, para el resto de los términos matemáticos. Esto es contrario a la idea que sostiene Pierce (1974) en *La ciencia de la semiótica*: "Es conveniente, en primer lugar, que cada rama de la ciencia llegue a tener un vocabulario que provea una familia de palabras afines para cada concepción *científica*, **y que cada palabra tenga un único significado exacto** [negrillas añadidas], a menos que sus diferentes significados se apliquen a objetos pertenecientes a diferentes categorías que nunca puedan ser confundidas entre sí" (p. 16).

Si bien es cierto que en el desarrollo de una disciplina científica debe construirse un vocabulario y significados que no se presten a confusiones, en la interacción que se da en los grupos escolares no se tienen significados exactos. Esto es, la idea de Pierce vale para ciertos campos extremadamente formalizados de la ciencia, no para, por ejemplo, la matemática escolar. En la sección que sigue se verá que autores como Skemp (1999), en el marco de la Educación Matemática, asumen, como Pierce en la ciencia, que deben darse significados únicos para los términos matemáticos.

Además, trabajos como Serrano (2002b, 2005d), así como el trabajo de Pimm (1999) y el particular significado de *diagonal* en una niña de trece años, muestran que el significado de un término matemático que construye un/a estudiante no es, como advierte el segundo Wittgenstein en el caso del lenguaje natural, el objeto por el cual está el término; sino que es algo que obedece al uso que haga el/la estudiante de ese término.

Por otra parte, el significado no es algo que se asocie únicamente a términos o proposiciones, sino que se construye también en el caso de las acciones y procesos, por ejemplo. Así, a procesos como los algoritmos y técnicas matemáticas y a acciones como explicar, usar y discutir ideas matemáticas se les puede, como de hecho sucede en el aprendizaje/enseñanza de la matemática, construir significado. Esta posición abre la mirada más allá del panorama proposicional con que tradicionalmente se estudia el significado. De hecho, aprender y usar un lenguaje no se restringe a las formas orales y escritas de éste (Serrano, 2002a, 2004c); las acciones y otras formas de expresión del lenguaje son elementos importantes para ello. Esta visión "amplia" es la que seguiremos en el marco de esta investigación.

El Significado en Educación Matemática

El estudio y la reflexión sobre el significado y los procesos de aprendizaje/enseñanza de la matemática han adquirido relevancia en algunos programas de investigación de la Educación Matemática. Posiciones filosóficas (en la Educación Matemática) que van más allá de la idea de asociar el significado de una proposición con su valor de verdad o con la posibilidad de que sea verdadera, con asociar el significado de un signo o símbolo con el objeto por el cual está, o bien con un único pensamiento, han dado paso a otras en las que se toma en cuenta el contexto y la realidad en el que se da el proceso de aprendizaje/enseñanza de la matemática, así como a los sujetos que en ella participan y, a considerar que las acciones, así como las proposiciones o los símbolos, son también susceptibles de poseer significados. Entonces, apropiarse de una idea de significado en Educación Matemática pasa por valorar y estudiar el proceso comunicativo que se desarrolla en un grupo como el del aula de matemáticas. Es una visión que no se centra exclusivamente en la matemática como cuerpo de referentes para el o los significados de ciertos signos o símbolos, sino que se enriquece, por ejemplo, de perspectivas filosóficas, educativas, psicológicas, lingüísticas y sociológicas. Además, cierta noción de significado puede explicar mejor cómo desarrollar en la práctica una alfabetización matemática.

En lo que sigue, discutiremos algunas de las perspectivas teóricas en Educación Matemática sobre el significado, así como el planteamiento que al respecto se ha hecho en trabajos como Skemp (1999), Godino y Batanero (1994), Godino (2002), Orton (1996), Pimm (1995, 1999), Christiansen (1997), Beyer, (1999), Filloy (1999), Bishop (1999), Alson (2000), Serrano (2005d), entre otros.

El significado es una noción central para la educación matemática (Cobb y Bauersfeld, 1995; Pimm, 1995; Orton, 1996; Beyer, 1999, Alson, 2000; Godino, 2002, Serrano, 2005d). Esta es la tesis general que se sigue en este trabajo. No obstante, será necesario discutir la naturaleza de esta noción a partir del estudio de las perspectivas con que estos autores la han abordado. En la Educación Matemática se presentan, tal como vimos en la filosofía y la lingüística, posiciones contrapuestas. Nuestro interés general aquí será acercarnos a la naturaleza del significado en el seno de la educación matemática.

Para Orton (1996) el objetivo de la enseñanza (de la matemática) es la transmisión del significado a las/los estudiantes y agrega que "la comunicación del significado supone frecuentemente la interpretación por parte del receptor y ello debe prevenirnos de que, a menudo, los mensajes pueden ser objeto de interpretaciones incorrectas" (p. 170). Orton no ahonda en la discusión sobre su idea de que el objetivo de la educación matemática es "transmitir" significados a las/los estudiantes. Si bien es cierto que en el proceso de aprendizaje/enseñanza de la matemática se transmiten significados, por ejemplo, a través de la exposición o explicación de la o del profesor o de un libro de texto, no toda la educación se basa o debería basarse en la transmisión de significados. La transmisión de significados en educación, y en la educación matemática en particular puede asociarse con la *concepción bancaria* que describió Freire. Concepción en la que la o el docente es vista/o como la autoridad en el contexto del aula, como la única fuente del saber matemático; es una concepción que guarda relación con el esquema de trabajo exposición-ejercicios que hemos criticado antes.

La advertencia que hace Orton: "los mensajes pueden ser objeto de interpretaciones incorrectas" (o más generalmente de malentendidos), la concebimos como algo natural al proceso de comunicación. De hecho, es difícil imaginar un lenguaje que sirva al común de las personas en el que no se den malentendidos, o interpretaciones incorrectas, en la terminología de Orton. Con respecto al lenguaje matemático, es un error pensar que éste es un sistema de comunicación donde los términos y proposiciones escapan a los malentendidos, incluso entre quienes se forman para matemáticos (Serrano, 2004d). La noción de *límite*, por ejemplo, no es algo que comúnmente sea fácil de comprender, incluso después de aprobar varios cursos de cálculo; observación que puede hacerse sobre otras ideas matemáticas tanto de la matemática superior como de la básica o escolar.

Queremos destacar aquí la idea de la transmisión de significados. Transmitir significados puede vincularse, además, con transmitir un saber. La *transposición didáctica* (Brousseau, 1986) es un proceso que lleva adelante la o el profesor en el que se adapta, modifica o reorganiza un saber matemático (o *saber sabio*). Proceso que lleva a un *saber a enseñar*. El saber es entonces, en la *Didáctica Fundamental*, algo que poseen o a que han llegado los matemáticos: es el saber del sabio. El saber a enseñar es determinado por la o el profesor[128]. Nuestra posición aquí es distinta a la que subyace en Brousseau: pensar o hacer matemáticas no es algo que se restrinja a pensar en el marco del edificio en que se han estructurado las teorías algebraicas, geométricas, etc., ni algo exclusivo de los matemáticos; así como filosofar no ha sido algo exclusivo de Aristóteles, Kant, Adorno, Russell o Wittgenstein (por mencionar algunos de los grandes filósofos), filosofar es algo que también pueden hacer todos. Entendemos entonces que la transposición didáctica, en los términos que la define Brousseau (1986) puede asociarse a la concepción bancaria de la educación[129]. En estos constructos teóricos, la matemática que se tiene como referencia es la que se ha estructurado a través de los siglos en teorías; no se tiene como referencia al hacer matemáticas en un sentido amplio, a la actividad matemática, tal como se entiende en la *Etnomatemática*, en el *Enfoque Sociocultural* o en la *Educación Crítica de la Matemática*. La *Didáctica Fundamental* se centra entonces en el método didáctico.

En este marco se inscribe el trabajo *Semiotic and discursive variables in CAS-based didactical engineering* (Winsl∅w, 2003), aunque también se relaciona con la teoría que ha desarrollado el *Pensamiento Matemático Avanzado*. En él se estudia la actividad semiótica de las/los estudiantes en el marco de la *Didáctica Fundamental*. Se describen, por ejemplo, algunos de los efectos o problemas de naturaleza didáctica que tienen que ver con el apoyo de la en-

---

128 Brousseau (1986) distingue algunos efectos que pueden darse por medio de la transposición didáctica, los cuales describe a través de metáforas. (a) El *efecto Jourdain* hace referencia a la sobrevaloración intelectual de las acciones de los alumnos [estudiantes] por parte de la o del profesor, como una forma de respaldar su desempeño en el aula. Este efecto hace alusión a la escena del "Burgués gentil hombre" de Moliere, donde el maestro de filosofía enseña a Jourdain lo que son la prosa y las vocales. El maestro trata entonces de ocultar un fracaso en su tarea de enseñar y reconoce, no siendo así, una cercanía al conocimiento en las respuestas de Jourdain (el alumno). (b) El *deslizamiento metacognitivo* tiene que ver con que la o el profesor, en ciertas situaciones, basa la enseñanza en medios heurísticos como objetos de estudio en sí en lugar del verdadero conocimiento matemático. (c) El *efecto Topaze* se apoya en una analogía con la comedia de Marcel Pagnol. Aquí la o el profesor simplifica enormemente las tareas que debe desarrollar el alumno. Ello implica, por ejemplo, el cambio de buenas preguntas por otras cada vez más fáciles.

129 Las teorías de Brousseau han tenido una gran influencia en buena parte de la comunidad de investigadores en educación matemática en el ámbito internacional. Incluso, muchos de los cambios o reformas curriculares en varios países se han sustentado en la *Didáctica Fundamental* y especialmente en la idea de la transposición didáctica.

señanza en los CAS: el efecto Jourdain, entre otros. Winsl∅w se centra en el papel que tiene la utilización de sistemas de álgebra computacional (computer algebra systems –CAS), por parte de estudiantes universitarios, en permitir una actividad matemática sobre un nivel conceptual más elevado que el usual[130].

Pero, ¿qué es el significado? Pimm (1995) explica que el significado no es algo que sea claro u obvio, y sin embargo, es una idea básica en cualquier discusión sobre los procesos de aprendizaje/enseñanza de la matemática. En el trabajo de Alson (2000), *Eléments pour une théorie de la signification en didactique des mathématiques*[131], se explica que: «Cualquier palabra evoca su significado (a quien conoce su significado) [...] La palabra en general juega el papel de signo (o significante). ¿Cómo se forma el signo en el lenguaje?: es una gran incógnita. Cuando la palabra es captada, el significado de ella no suele ser construido a través de un proceso del cual el individuo esté consciente hasta el punto de percibir sus diferentes pasos. Sin saber cómo, él logra asociar la palabra con un significado apropiado. Existe sin embargo la asociación" (Alson, 2000, p. 7).

Así, al hablar del "núcleo de un grupo G", de la "base de un espacio vectorial", de la "irracionalidad de $\sqrt{2}$" o del "mínimo común múltiplo de 10, 22 y 5", etc. se evoca su significado a quien conoce su significado, como afirma Alson. Nuestra posición aquí es que sería un error pensar que a través del esquema exposición (del/de la profesor/a) – ejercicios todos/as los/las estudiantes comprenderán los objetos y relaciones matemáticas que se traten en la clase. Una educación matemática basada en la "transmisión de significados" o "del saber" descarta la actividad matemática del/de la estudiante (en su sentido amplio) como medio para la construcción de significados; descarta las actividades que se encuentran fuera de la "estructura del edificio matemático", tal es el caso de contar, medir, calcular, representar, estimar y modelar (Serrano, 2005b)[132]. De hecho, el trabajo de Christiansen (1997) sostiene que la negociación de significados está estrechamente relacionada con la negociación de tareas, esto es, de las actividades a desarrollar en el contexto del aula de matemáticas.

La idea de significado apropiado se relaciona con el significado institucional que definen Godino y Batanero (1994). Para estos autores el significado de un objeto institucional (O_I) o matemático, como por ejemplo el de "media aritmética", es "el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge O_I en un momento dado"; distinguen además otra dimensión para el significado de los objetos matemáticos: el significado de un objeto personal (O_P), éste "es el sistema de prácticas personales del que emerge el objeto O_P en un momento dado". Godino y Batanero (1994) sostienen que un sujeto en una situación e institución en particular comprende o ha

130 Ver también Doerr y Zangor (2000) en relación con la construcción de significado, por parte de profesores/as y alumnos/as [estudiantes], de la calculadora graficadora como herramienta para el aprendizaje matemático en el aula.

131 Tesis doctoral dirigida por G. Brousseau. Alson, aunque en el marco de la *Didáctica Fundamental*, critica que las notas o la cuantificación sea una medida del saber individual. También considera que una sociedad del conocimiento debe implicar cambios en la concepción de enseñanza y en la manera como se conciba el saber.

132 Bishop (1999) distingue también seis actividades: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar. Explica que éstas han permitido a un grupo relacionarse entre sí y con el entorno cultural que los envuelve.

captado el significado de un O_I si reconoce sus propiedades, si lo relaciona con varias situaciones problemáticas en el marco de la institución correspondiente. Godino y Batanero (1994) entienden como institución a una comunidad de personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas en la cual se llevan a cabo prácticas socialmente compartidas. Hablan de (a) la institución matemática, constituida por los matemáticos, "los productores del saber matemático", (b) otras instituciones en las que se utiliza el saber matemático [constituidas por los matemáticos aplicados] y, (c) la institución escolar, en la que se enseña el saber matemático. Como observamos, Godino y Batanero se apoyan en la noción de transposición didáctica que nosotros criticamos, y en general inscriben su trabajo en la *Didáctica Fundamental*.

Sin embargo, la idea de distinguir entre el significado institucional, por ejemplo el que se da a los objetos en el edificio matemático, y el significado que "comprenden" las personas en situaciones específicas, es natural e importante. Esto es, la discusión sobre el significado en educación matemática debe atender también al significado que tienen o construyen las/los estudiantes en situaciones particulares; no debe olvidar esta discusión considerando a los significados alejados de los significados en el seno del edificio matemático como "simples errores", sin considerar la naturaleza de éstos, su evolución y relaciones con las actividades matemáticas que se han desarrollado en el contexto del aula, o bien con otros objetos y fenómenos no-matemáticos, así como su potencial didáctico.

En otro trabajo, Godino y Batanero (1998), partiendo de la clasificación de las entidades en (a) ostensivas: términos, expresiones, notaciones, símbolos, gráficos, tablas, etc., (b) extensivas: problemas, fenómenos, aplicaciones, etc., (c) intensivas: conceptos, proposiciones, procedimientos, teorías, y (d) actuativas: describir, operar, argumentar, etc., diferencian cuatro tipos de funciones semióticas[133] y, por tanto, de significados: (1) funciones ostensivas, (2) extensivas, (3) intensivas y (4) actuativas. Para Godino y Batanero la función del tipo (1) tiene que ver con el uso de los signos para nombrar objetos y estados del mundo, para indicar cosas existentes y, para expresar que existe algo y que ese algo tiene determinadas características. La función de tipo (2) se relaciona, por ejemplo, con la descripción de una situación-problema. La del tipo (3) tiene como contenido un objeto intensivo, por ejemplo, en las definiciones. Y la del tipo (4) tiene como contenido a una acción del sujeto.

La importancia de esta clasificación radica en que el significado en educación matemática, esto es, el significado que tiene un/a estudiante de un objeto dado en una situación particular, debe buscarse, de acuerdo con Godino y Batanero (1994, 1998) y Godino y Arrieche (2001), mirando los cuatro tipos de funciones semióticas, junto con la idea de significado institucional y personal de los objetos matemáticos.

En Godino (2002) se define al significado como "el contenido asignado a una expresión [...] No tiene por qué ser necesariamente una entidad mental, aunque también puede serlo: es sencillamente aquello a lo cual se refiere un sujeto en un momento y circunstancias dadas" (p. 242). Para este autor el significado de un objeto matemático es el contenido de cualquier función semiótica y, por tanto, según el acto comunicativo que se desarrolle,

133 Estas funciones las entienden metafóricamente como correspondencias entre conjuntos.

puede ser un objeto ostensivo o no ostensivo, concreto o abstracto, personal o institucional (p. 257). Estos pueden ser: términos, expresiones, gráficos, problemas, acciones del sujeto (aplicación de técnicas, etc.), propiedades, argumentaciones, etc. Es decir, cualquier objeto, técnica o acción es susceptible de construirle significado; idea que amplía su visión con respecto a las tesis sostenidas en sus primeros trabajos sobre el significado.

Para Skemp (1999) "un símbolo es un sonido, o algo visible, conectado mentalmente a una idea. Esta idea es el *significado* del símbolo. Sin una idea ligada, un símbolo es vacío, carente de significación" (p. 74). Definición que se asocia a las posturas de Saussure y Ogden y Richards, por ejemplo (ver el *triángulo semiótico de Ogden y Richards*). El trabajo de Skemp se inscribe en la corriente psicologista de la Educación Matemática, enfoque en el que se prioriza a la psicología como fuente teórica y experimental para la Educación Matemática. Skemp (1999) expone como ejemplo el término "campo"; éste puede evocar conceptos (significados) diferentes, para un granjero, deportista, matemático o para un físico (p. 79). También, la palabra "línea" se usa comúnmente con, al menos, tres significados diferentes: (a) una recta de longitud indeterminada, prolongándose indefinidamente en ambas direcciones, (b) una que parte de un punto dado y se extiende indefinidamente en un sentido y (c) una de longitud finita, limitada por dos puntos (pp. 81-82).

Más adelante (pp. 82-83), Skemp sostiene que un símbolo debería tener asociado un único significado, o bien, que a varios símbolos le puede corresponder un mismo significado. Pero considera que no debería pasar que a un mismo símbolo le correspondan varios significados (Figura 20). Esta idea de Skemp recuerda hasta cierto punto los planteamientos del primer Wittgenstein sobre la posibilidad de establecer una biyección *lenguaje-objetos y hechos del mundo* basado en la función descriptiva y representativa del lenguaje natural. No obstante, el hecho de asociar un símbolo a varios conceptos o significados es común tanto en el lenguaje natural como en el matemático.

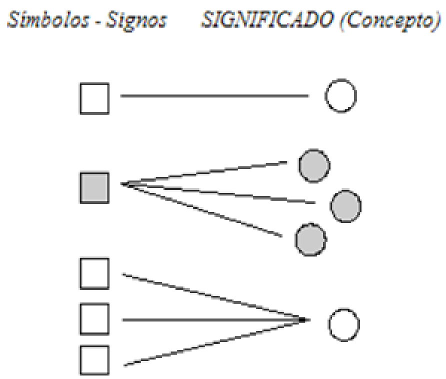


Figura 20. *La asociación símbolo-significado en Skemp. Adaptado de Skemp (1999). En el aprendizaje/enseñanza de la matemática no debería pasar, según Skemp, el caso marcado en gris, es decir, que a un símbolo se le asocien varios significados o conceptos.*

Por ejemplo, en una misma situación de clase los participantes pueden usar el término "grupo" con dos significados distintos: como reunión de personas y como estructura algebraica. Situaciones como ésta son muy comunes en la práctica. También, términos matemáticos como "adición" refieren, en geometría lineal, a significados distintos, esto es, se usa el símbolo "+" en una misma expresión y sin embargo significan operaciones distintas; o bien, en expresiones como

$$\text{“}f(a+b)=f(a)+f(b)\text{”}$$

en el álgebra de funciones, etc.

Las posiciones de Godino y Batanero (1994, 1998), Godino (2002), Skemp (1999) y Beyer (1999) dan una especial importancia al contexto en la significación, en la construcción de significados en Educación Matemática. El trabajo de Bishop (1999) desarrolla esta idea: en *Enculturación matemática*, concibe a la educación matemática mucho más allá de la enseñanza de algoritmos (lo cual guarda relación, como dijimos, con el paradigma del ejercicio) y la centra más bien en la comprensión, en formas de conocer. Para Bishop la educación matemática es un proceso social, "esta afirmación parece trivial pero [...] la naturaleza social, humana y esencialmente inter*personal* de la educación se suele ignorar por las prisas en adquirir técnicas matemáticas y por el deseo de lograr una educación matemática ‹‹eficiente››" (p. 31). En este marco teórico, Bishop sostiene que el significado se logra estableciendo conexiones entre la idea matemática concreta que se discute y el restante conocimiento personal del individuo. Para este autor, una nueva idea es significativa si el individuo la puede conectar con su conocimiento previo (p. 190). Bishop agrega que el significado "se logra de una manera personal y es una respuesta ‹‹integradora›› del alumno a un fenómeno nuevo y potencialmente perturbador de su entorno" (Ibíd.).

Así, *Enfoques Culturales* de la Educación Matemática como el de Bishop (1999); el de Godino y Batanero (1994, 1998) y Alson (2000), cercanos a la *Didáctica Fundamental* y a los planteamientos de Brousseau (1986), el de Skemp (1999) en el marco de una Educación Matemática apoyada básicamente en la psicología, y el de Orton (1996), colocan al significado en una posición importante al estudiar los procesos de aprendizaje y enseñanza de la matemática. La posición que toman con respecto a lo que es y cómo se construye o "transmite" el significado, como vimos, es distinta. Somos más cercanos a la posición de Bishop (1999), en tanto que explicita el papel del contexto en la manera como se construyen significados al estudiar ideas matemáticas, tal como hizo el segundo Wittgenstein al hablar del lenguaje natural.

Para Bishop (1999), por ejemplo, contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar, son las actividades a través de las cuales el sujeto se relaciona con su entorno cultural; el significado de estas actividades se encuentra en la forma en que se dan las relaciones sociales. Ciertamente el significado es algo personal, pero se relacionan con otras ideas y con el entorno; su construcción se realiza socialmente (p. 192). Este punto es importante, pues a nuestra manera de ver, en algunas de las otras perspectivas teóricas en Educación Matemática el significado es estudiado atendiendo solamente a cierta concepción de la matemática, y no, a las/los estudiantes (o a un grupo) en un contexto. Esto se puede comparar a la forma de pensar del primer y segundo Wittgenstein al estudiar el lenguaje natural o materno: en el primer Wittgenstein, se quiere develar su estructura lógica[134]; en cambio, en el segundo, se piensa en el uso del lenguaje.

Por ejemplo, Voigt (1995), investigador perteneciente al programa de investigación en Educación Matemática denominado Interaccionismo Simbólico[135], entiende al significado compartido por un grupo no como la intersección (en términos de la teoría de conjuntos) de lo que cada miembro del grupo comprende, éste más bien se refiere a una interpretación de la que quizás no sean conscientes, pero que les permite interactuar y hacer predicciones acertadas sobre las acciones de los demás miembros del grupo. Se actúa como si se estuviera pensando de manera similar, aunque Voigt advierte que se pueden considerar varias interpretaciones; de hecho, en el Interaccionismo todo objeto o evento de la interacción humana es plurisemántico. La posición de Voigt, así como la del Interaccionismo Simbólico, concuerda con una visión sociocultural del conocimiento matemático, tal como ha enfatizado, por ejemplo, Bishop. Además, esta perspectiva es cercana a los planteamientos filosóficos del segundo Wittgenstein.

En *Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics* (Voigt, 1994) sostiene que "el significado matemático se toma como un producto de procesos sociales, en particular como un producto de las interacciones sociales" (p. 276). En un sentido similar, Radford (2000) sostiene que los signos tienen un doble filo, o una doble vida: por una parte, son como herramientas para la cognición, y por otra, trascienden al individuo y le proveen de medios sociales de interacción semiótica.

Entonces, tal como lo hace ver Beyer (1999) "un acercamiento al estudio de la problemática del significado [en el campo de la Educación Matemática] puede ser hecho mediante el supuesto de *negar la existencia de significados absolutos* y que éstos dependan de la representación particular que se emplee" (p. 11). He allí la importancia de considerar al contexto y al uso que las/los estudiantes, la o el profesor, los textos y el grupo, hacen de los objetos y técnicas de la matemática escolar. La suposición contraria, esto es, considerar que el significado de los objetos en Educación Matemática no es otro que el que se da a éstos en alguno de los *edificios matemáticos*, conlleva a obviar el problema del significado en los procesos de aprendizaje/enseñanza de la matemática, y restringiría su interpretación teórica y desde la práctica. Una educación así, se apoya en "transmitir" el significado que se le da a los objetos matemáticos en el seno de las teorías matemáticas. Se asumiría entonces que el significado está dado por la definición del objeto, o bien, por medio de una demostración. Otras interpretaciones de las/los estudiantes serían entendidas como "errores". Es una educación en la que se habla, tal como lo expresa Brousseau al describir los posibles efectos de la Transposición Didáctica, de un "conocimiento verdaderamente matemático", es decir, encerrado en el edificio en que se han estructurado las matemáticas.

Nuestra visión, creemos, toma en cuenta otros aspectos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. ¿Qué es el conocimiento verdadero? y ¿qué es un conocimiento verdaderamente matemático?, son cuestiones que escapan

---

134 Así como advertir de los malentendidos en que se puede incurrir al filosofar. El *Tractatus logico-philosophicus* busca, como hemos señalado, trazar un límite al pensamiento, que, en palabras de Wittgenstein, únicamente puede trazarse en el lenguaje.

135 Perspectiva que tiene raíces en el *Interaccionismo Simbólico* de Mead (1932) y de su discípulo Blumer (1969).

del alcance de esta investigación, incluso, el análisis de si tiene sentido o no plantearlas. Consideramos que "¿Qué es el conocimiento matemático?" o "¿En qué consiste el conocimiento matemático?" deben responderse atendiendo al papel social y político que debe desempeñar la educación y la educación matemática en particular. En esta perspectiva, es importante considerar el papel del diálogo en el aprendizaje y en la construcción de significados, tal como se ha hecho en trabajos como Zack y Graves (2001) y Valero (1999), así como el importante rol que tiene la forma como se asuma la comunicación y el lenguaje en el aula de matemáticas.

La construcción de significados es una actividad medular en los procesos de aprendizaje/enseñanza de las matemáticas desde la perspectiva crítica de la Educación Matemática. Actividad que debe darse en conexión con la realidad –con el contexto que nos envuelve.

El Significado

Entendemos, en el marco de esta investigación, que el significado de un objeto matemático (como el punto, recta, conjunto, algoritmo, etc.) o de una actividad relacionada con la matemática escolar (como contar, medir, calcular, representar, estimar y modelar, entre otras como explicar, definir, probar, dar contraejemplos, etc.) está dado por el uso que de ese objeto o actividad se haga y, por otra parte, por la explicación que se dé del objeto o de la actividad.

En esta manera de ver al significado se toma en cuenta que tanto a objetos como punto, recta, función, etc., y a las actividades (matemáticas) que median en ello se les construye significado. Las/los estudiantes y el/la profesor/a en un grupo específico poseen una manera específica de concebir actividades como "contar", "medir", "calcular", "representar", "estimar", "modelar", "explicar", "probar", "dar contraejemplos", "aplicar un algoritmo", etc. Esta manera, naturalmente, se ve influenciada por su participación en otros grupos, tal es el caso de otros cursos en años anteriores, etc., pero el punto que queremos destacar aquí es que los miembros de un grupo van estableciendo sus propias formas de interacción, y entre ellas están las actividades que hemos denominado "relacionadas con la matemática escolar".

Por otra parte, definir al significado como "el uso que un grupo haga de…" junto con "la explicación que se dé de…", marca distancia en relación con las definiciones analíticas del significado en la que se inscriben los aportes de Saussure, y de Ogden y Richards. Nuestra posición se acerca más bien a la concepción pragmática en la que destaca el trabajo del segundo Wittgenstein, que como vimos se aboca al análisis del lenguaje ordinario o materno, no al de la matemática.

En esta investigación desarrollamos, hasta cierto punto, una manera de entender al significado en Educación Matemática cercana a algunos de los planteamientos que hizo Wittgenstein en la segunda etapa de su pensamiento y obra. De hecho, Wittgenstein no estuvo desligado a la matemática; se relacionó con matemáticos como Bertrand Russell y Frege, de quienes el *Tractatus logico-philosophicus* recibe una notable influencia logicista, y también de Brouwer y la corriente intuicionista de la matemática: su obra *Matemáticas sin metafísica* (Wittgenstein, 1981) es un ejemplo de ello. Nuestra manera de pensar se diferencia así de las posiciones teóricas en Educación Matemática que hemos discutido en este *capítulo*[136].

El significado como uso y como explicación no es, como en Frege y Carnap, el valor de verdad de cierta proposición ni el poder ser verdadera como expuso Christensen. Ello, como vimos, se basa en pensar en un plano lógico. Esta concepción se basa en el importante papel que tiene la interacción y la actividad que se da en un grupo en la construcción o asociación de significados. Es una posición que se da al considerar al grupo en interacción. Es una posición que parte, tal como lo señala Beyer (1999), de entender que una aproximación al estudio del significado en la educación matemática pasa por negar la existencia de significados absolutos o únicos para los objetos, términos y acciones. Tampoco es correcto, a nuestro modo de ver, asumir una posición en la educación matemática como la que expone Pierce (1974) para el caso de la ciencia, o la de Skemp (1999); posiciones en las que se defiende la tesis de los significados únicos. Así, la diversidad de significados que tienen las/los estudiantes de un mismo objeto matemático puede ser explicada atendiendo a las componentes uso y explicación que abarca la definición que se ha dado aquí de significado. Definición que, de acuerdo a la posición del autor, aporta mayores elementos de análisis que las definiciones analíticas. Es una definición que, entre otros aspectos, permite mirar reflexivamente la actividad matemática que desarrollan las/los estudiantes junto a la del/de la profesor/a, así como a los textos y a otros grupos; de allí la discusión inicial que hemos hecho sobre la comunicación y el lenguaje en la Educación Matemática.

Hay muchas preguntas que se pueden plantear ante esta manera de definir el significado. Una de ellas es ¿cuál es la relación de este significado con la forma en que se define cierto objeto en el edificio en que se han organizado las matemáticas? Tal como hemos venido argumentando nuestras ideas, este último consiste en una definición o convención en el seno del edificio matemático. En cambio, el primero obedece a la interacción en un grupo, interacción en la que es natural que se discutan las definiciones y convenciones del edificio matemático; se construye socialmente. Ello se puede comparar con la forma en que Godino y Batanero (1994) definen "significado personal", como asociado a prácticas personales, y no como lo entendemos aquí: construido socialmente. Además, el significado institucional a que refieren estos autores se asocia básicamente al seno de la comunidad de matemáticos; vemos aquí a la matemática más allá del ámbito de su estructuración formal y lógica, la vemos como una actividad de naturaleza social y cultural en tanto que está presente y se ha desarrollado con sus especificidades y convenciones en los distintos grupos sociales y culturales a lo largo de la historia de la humanidad.

Mujer/Hombre – Realidad – Comunicación: Algunos Elementos Excluidos de la Noción de Significado en las Concepciones Analíticas

Ferreira (1999) en su trabajo *Os limites do sentido no ensino da matemática*, se apoya en importantes trabajos en el seno de la lingüística y la semióti-

136 Entre los principios que hemos descrito para una educación matemática crítica se encuentra el significado como un concepto rico y complejo que depende del contexto, y va más allá del terreno lógico.

ca, como los de Saussure (1990) y Austin (1971), para discutir los elementos que de acuerdo con su criterio deberían estar presentes al asumir una idea de *sentido* en el ámbito de la matemática escolar. Es preciso recordar aquí las diversas acepciones del término *sentido* entre los lingüistas, filósofos, psicólogos y educadores: por ejemplo, para algunos el sentido es sinónimo de significado; en cambio, para Frege (1974) el sentido de un signo "es donde se contiene la manera como el signo es dado" (p. 32). Para Guimarães (1995) el sentido es el modo de representar un objeto en cuanto a su uso, de la misma manera como lo hacen los hablantes de una misma lengua. Estas definiciones son importantes para Ferreira (1999). Para esta autora, Saussure excluyó elementos como los objetos [**el mundo**], el **sujeto** y la **historia** de sus estudios lingüísticos. Lo cual caracterizó a la corriente o concepción analítica sobre el significado que nacía con el *Curso de lingüística general* a principios del siglo XIX. Ciertamente, en Saussure (1990) no se estudian las relaciones de estos elementos con la construcción de significados. Es posteriormente que se abordaron estos aspectos en la semiótica, en la lingüística y en la filosofía[137].

Para Ferreira (1999) (a) en el contexto del aula de matemáticas se deberían privilegiar las teorías de aplicabilidad inmediata, la verificación de proposiciones matemáticas se debe hacer por medio de su adecuación al describir y predecir fenómenos (p. 152); (b) las acciones[138] son centrales en este abordaje. (c) Y, además, debe entenderse que la significación es histórica; no en un sentido temporal sino en el sentido de que la significación está determinada por las condiciones sociales[139]. Los puntos (a), (b) y (c) hacen referencia a los "elementos" mundo, sujeto e historia, respectivamente. Además, considera este abordage importante para una educación matemática que se oriente a la construcción de la ciudadanía. Las observaciones que realiza Ferreira son relevantes. Aunque no cita a otros semióticos, lingüistas o filósofos que posteriormente a la publicación del trabajo de Saussure consideraron en su análisis elementos como el contexto sociocultural, su posición al respecto configura una concepción del aprendizaje/enseñanza de las matemáticas que se diferencia de la experiencia didáctica vinculada a algunas de las posiciones teóricas que hemos discutido en el primer *capítulo* –tal es el caso, por ejemplo, de la *Didáctica Fundamental* y del *Pensamiento Matemático Avanzado*. En el caso de la *Socioepistemología* (precisamente uno de los desarrollos teóricos que es propio a nuestro continente –particularmente en México[140]), la historia juega un papel central como orientador de las ideas y prácticas matemáticas a estudiar y llevar a cabo en el contexto del aula; sin embargo, en esta posición no es explícito la función de la educación matemática en la formación de la ciudadanía, o bien, de

137 Es lo que se denomina concepción pragmática del significado. Aquí destacan los trabajos de Austin (1971) y Wittgenstein (1981, 1988, 1998, 2002). En el ámbito de la Educación Matemática y en el contexto venezolano puede verse D. Mora y Serrano (eds.) (2006): *Lenguaje, comunicación y significado en educación matemática: Algunos aspectos sobre la relación entre matemática, lenguaje, pensamiento y realidad desde una perspectiva crítica.*

138 Austin (1971).

139 Guimarães (1995).

140 También puede citarse a la *Etnomatemática*, e incluso, a un desarrollo de la *Educación Matemática Crítica* asociada al contexto de la sociedad venezolana.

la crítica y del sentido común. Este ejemplo muestra lo distinto que puede ser el enfoque teórico y práctico de cierta perspectiva de investigación aún cuando incorpore como fundamento uno de los elementos que cita Ferreira (1999). Otro ejemplo se encuentra en el *Enfoque Realista* de Hans Freudenthal (1983), en el cual se destacaba que la actividad matemática de las/los estudiantes debía conectarse con los fenómenos sociales y naturales; no obstante, en esta concepción no estaba presente la componente crítica: esta educación no se orientaba a la comprensión y/o transformación de problemas de la realidad social, económica, cultural y política, ni a la transformación del mismo hombre y de la mujer. Incluso (como se vio en el *capítulo I*), los planteamientos pedagógicos que se corresponden con ciertos desarrollos de la *Etnomatemática*, aún cuando se cirunscriben a la realidad de un grupo cultural, no se encuentran asociados a la idea de transformación sino más bien a la consolidación del *statu quo*. Por otra parte, consideramos importante que al hacer explícito el papel que de hecho tiene la Educación Matemática en la formación de la ciudadanía, se discuta la relación de este papel con las estructuras establecidas de la sociedad (*statu quo*) [tal como se hizo en el *capítulo I*]. La ciudadanía puede adaptarse a las estructuras existentes; la educación formal (del niño, niña, joven, adolescente y adulto) tiene incidencias en ello. En este esquema, la adaptación también se hace ante o en las estructuras opresoras o ante las que establecen desigualdades económicas, sociales, culturales y políticas.

El concepto de ciudadanía es distinto en perspectivas como la *Didáctica Fundamental*, la *Socioepistemología*, el *Pensamiento Matemático Avanzado* y en el Enfoque Ontosemiótico –por ejemplo; este concepto puede esconder el potencial de la educación matemática para la concienciación y para la transformación social y la del mismo hombre/mujer. Es en la *Educación Crítica de la Matemática* que este concepto se sostiene en el sentido común, en la crítica, en la acción y en la transformación. Esta discusión lleva nuevamente a las ideas de mujer/hombre, de realidad, de saber o de conocer que analizamos en el *capítulo I*.

Saussure (1990) y Ogden y Richards (1946), entre otros trabajos agrupados en torno a las *concepciones analíticas*, dirigieron su análisis del significado y del lenguaje excluyendo los elementos que Ferreira (1999) denomina objetos, sujeto e historia. No obstante, estas exclusiones no restan el valor que estas obras tuvieron para la investigación lingüística y semiótica que se potenció a partir de ellos. Es a partir de las *concepciones pragmáticas*, especialmente desde los trabajos del *segundo* Wittgenstein, que se incluyen elementos como el contexto y la comunicación al estudiar la naturaleza del significado. En la noción de significado que se sigue en esta investigación, la mujer y el hombre, la realidad y la comunicación constituyen elementos centrales. Entender al significado de un objeto matemático o de una actividad matemática como dado por el uso y por la explicación que de ese objeto o actividad se dé, concuerda con la *concepción pragmática* en la que se inscribe la definición dada. Este uso y explicación se dan en un determinado contexto, por ejemplo, el asociado al aula de matemáticas, y al abordar el estudio de una realidad en particular (como puede ser el caso del estudio de problemas como las enfermedades cardiovasculares y los accidentes de tránsito en la comunidad[141], la pobreza y sus índices (¿qué

141 De hecho, éstos representan dos de las principales causales de muerte en nuestro país.

elementos considerar?, ¿cómo medirla?, entre otras), el consumo de agua potable en el sector de residencia, la gasificación doméstica del sector, etc.).

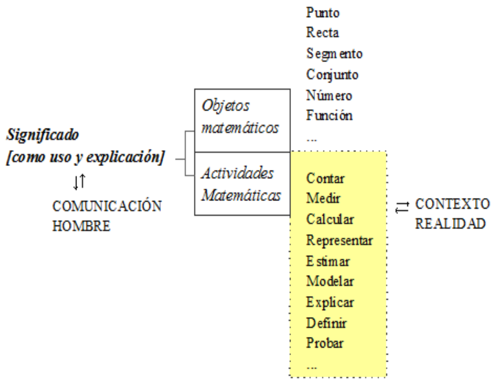


Figura 21. *La mujer, el hombre, la realidad y la comunicación son elementos que inciden en el significado. Las concepciones de la mujer y hombre sobre la realidad, su relación con ésta, las matemáticas, la educación y la educación matemática, así como sobre la comunicación, son algunos de los factores que pueden influir en la construcción de significados.*

En la construcción de significados en el proceso de aprendizaje/enseñanza de las matemáticas es fundamental la comunicación de ideas por parte del grupo de estudiantes y del/de la (o de los/las) profesor/es/as; la comunicación es en sí una forma de construir significados y una parte indisoluble de la actividad individual y grupal.

Este elemento es central para impulsar una educación crítica de la matemática en nuestra sociedad. Por otra parte, el hombre/mujer, sus concepciones acerca de las matemáticas, de la educación matemática, del aprendizaje/enseñanza, sus valores y antivalores, su visión y relación con la realidad y con el contexto, sus intereses e ideas, son factores que pueden influir en la construcción de significados, tanto para los objetos como para las actividades[142] (Figura 21).

El Significado y la Alfabetización Matemática

La alfabetización matemática se corresponde con el desarrollo de potencialidades matemáticas, metamatemáticas, sociales y axiológica; en este desarrollo, entender al significado como el uso y la explicación que se dé tanto de los objetos matemáticos como de las actividades matemáticas permite estructurar una visión más amplia de los procesos de aprendizaje/enseñanza de las matemáticas. Ello puede analizarse haciendo las siguientes distinciones:

---

142 Ver, por ejemplo, la *Hipótesis sobre la relación lenguaje matemático – pensamiento* (Serrano W., 2004b) en la que se establece que la lengua y el habla matemática (de un hablante) tienen cierta influencia en la forma en que se conceptúa e interpreta la realidad, y recíprocamente [la cual encuentra raíces en la *Hipótesis de Sapir-Whorf* formulada para el lenguaje natural o materno]. Ver, además, Serrano W. (2002b).

(a) En lo que respecta a la comprensión de los objetos matemáticos en sí (tal es el caso, por ejemplo, de las ecuaciones, las funciones, los patrones, el caos, la incertidumbre, los sistemas de ecuaciones, las matrices, los polinomios, etc.): esta idea de significado no se restringe a la calificación en verdaderas y falsas de las expresiones matemáticas de la o del profesor y de las/los estudiantes (o las contenidas en los textos y en otros medios).

He allí la crítica que hemos hecho a la adopción en la Educación Matemática de las nociones de significado que se corresponden con las concepciones de Frege, de Carnap o de Christensen –por ejemplo; las cuales se encuentran en el terreno de la lógica. Por otra parte, las *concepciones analíticas*, aún cuando permiten explicar algunos de los elementos que permiten construir significados (esto es, el símbolo, el referente y el pensamiento), no toman en consideración otros factores relevantes como el uso que se hace de ciertos términos u objetos, así como la explicación que aportan los miembros de un grupo de estudio de estos términos u objetos matemáticos que se dan en ese contexto. Es por esta razón que en la noción que seguimos hay una base en los planteamientos del Wittgenstein de los *Cuadernos azul y marrón*, de *Investigaciones filosóficas* y de *Matemáticas sin metafísica*. Esta posición permite diferenciar entre los significados que construyen o poseen las/los estudiantes y el o la profesora en cierto contexto (como el del aula de matemáticas) y el significado de los objetos matemáticos al interior de la ciencia matemática. Las ideas que seguimos sobre la educación y sobre la educación matemática en particular, conllevan el que se asuman estos dos significados con un grado similar de importancia tanto para el análisis teórico como para la experiencia didáctica.

Además, esta "visión amplia" permite evaluar el uso y la explicación que se den a los objetos en el estudio de la realidad y sus fenómenos; proceso que encuentra restricciones teóricas en las concepciones basadas exclusivamente en los valores de verdad, y en general, en las *concepciones analíticas*.

(b) En lo que corresponde a las actividades matemáticas: entre las que se encuentran contar, medir, calcular, representar, estimar y modelar, el significado como uso y explicación se corresponde con los vínculos que posee este constructo con el hombre/mujer, la realidad y la comunicación; elementos que, tal como estudiamos en la sección anterior, no están presentes en las *concepciones analíticas* ni en las acepciones de este término en muchos de los desarrollos de la Educación Matemática (como el *Pensamiento Matemático Avanzado*, el *Acercamiento Sociepistemológico*, la *Didáctica Fundamental*, entre otros). Esta concepción permite estudiar el significado de las actividades matemáticas en un grupo en particular, y no solamente el asociado a los objetos matemáticos (como ha sido común en muchos de los desarrollos de la Educación Matemática, así como en la práctica educativa en nuestro país[143]).

143 Al respecto, puede observarse el enfoque dado a la evaluación en matemáticas en los estudios del SINEA en tercer, sexto y noveno grados de la Educación Básica (Ministerio de Educación, 1998a, 1998b, 1999). El *paradigma del ejercicio* también puede explicar esta tradición. Sin embargo, en el Plan de los Liceos Bolivarianos (Ministerio de Educación y Deportes, 2004), se encuentran descritas potencialidades que van más allá de la comprensión de los objetos matemáticos en sí, y se relacionan con el entorno sociocultural, histórico, económico y político. También, puede compararse este enfoque con el presente en los instrumentos de evaluación que corresponden a estudios internacionales como el FIMS (1964), el SIMS (1980-1982), el TIMSS (1999 y 2003) y el PISA (2000).

La alfabetización matemática como el concepto central que puede caracterizar a la educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana encuentra en el significado como uso y explicación un complemento para el estudio de la experiencia didáctica y para la práctica educativa en sí. Las potencialidades matemática, metamatemática, social y axiológica pueden ser explicadas y observadas con base en esta noción.

Consideraciones

Estas ideas nos permiten sostener que:

(a) El significado es una noción básica para la Educación Matemática, tanto como "aprendizaje/enseñanza", "pensamiento" y "acción". Estudiar su naturaleza pasa por entender que no existen significados únicos o absolutos, o que éstos estén dados *a priori* por la representación que se haga. ¿Qué es el significado? Nuestra posición aquí es que, identificarlo con la verdad de una proposición, con la posibilidad de que ésta sea verdadera, con el objeto en sí, o con la representación del objeto (con lo que está por el objeto), no toma en cuenta la incidencia que de hecho tiene el contexto en la asociación o construcción de significados. En la educación matemática es común que se entienda al significado en un plano lógico, esto es, en el marco del edificio en que se han organizado las matemáticas.

(b) El significado no es algo que se asocie o construya únicamente para términos o proposiciones, sino que se asocia o construye también para las acciones y procesos que realiza el grupo, a la aplicación de algoritmos, a la explicación, discusión, etc., y a contar, medir, modelar, entre otras.

(c) Entendemos entonces al significado de un objeto matemático o de una actividad relacionada con la matemática escolar (explicar, definir, probar, dar contraejemplos, etc.) **como dado por el uso que de este objeto o actividad se haga y por la explicación que se dé de éstos**.

Esta posición se diferencia de las desarrolladas por Skemp (1999), Godino y Batanero (1994), Alson (2000), Bishop (1999), Pimm (1995), Orton (1996), Beyer (1999), Christiansen (1997), entre otros, y en general, de las diversas perspectivas que al respecto se han desarrollado hasta ahora en la Educación Matemática; es más bien, cercana al pragmatismo del segundo Wittgenstein (el de los *Cuadernos azul y marrón*, *Investigaciones filosóficas* y *Matemáticas sin metafísica*) con respecto al lenguaje natural. Nuestra concepción se basa en el importante papel que tiene la interacción y la actividad que se da en un grupo en la construcción o asociación de significados.

(d) El concepto de significado como uso y explicación permite entender la alfabetización matemática en relación estrecha con el contexto y con la realidad, más allá del plano lógico en el que tradicionalmente se ha enmarcado esta noción en la educación matemática.

VI

ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

Introducción

En este *capítulo* nos proponemos exponer las ideas que fundamentan el enfoque ontológico-epistemológico-axiológico y metodológico que orientó esta investigación, así como describir los elementos básicos que caracterizan el diseño metodológico implementado. Se describen, además, los instrumentos de recolección de información utilizados y las fases de interpretación que se siguieron para estudiar el proceso de alfabetización matemática (Serrano, 2005a) en un grupo de estudiantes de primer año (1A) del *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* de Caracas (ubicado en la Parroquia La Pastora), en particular, el desarrollo de las potencialidades matemática, metamatemática, reflexiva y axiológica.

Características Generales del Enfoque Ontológico-Epistemológico-Axiológico

En esta investigación estudiamos la alfabetización matemática en un curso de primer año del *Liceo*; en ésta se distinguen dos *facetas*, una relativa a un desarrollo filosófico y teórico, y otra relativa a la praxis educativa. No concebimos a la praxis como una etapa posterior y última a *un* desarrollo filosófico, sino que se complementan entre sí, enriqueciéndose mutuamente en todos sus momentos; observación que hace Bhaskar (1975) a la relación entre la ciencia y la realidad. Una tesis similar es característica de los trabajos de Marx (1986) en el campo de la filosofía política y de Freire (1970, 1974, 1978, 1990) en la filosofía educativa. Marx exige de la filosofía no la creación de un espacio que permita comprender el mundo, sino que desde este espacio la ciudadanía debe comprometerse en transformarlo. Para Freire la dimensión política de la educación debe darse tanto desde la reflexión teórica como desde la práctica educativa. Skovsmose (1999) siguió un enfoque similar en el campo de la Educación Matemática: no asumió los proyectos (o la práctica educativa) como ejemplos de lo que debe ser una educación crítica de la matemática, sino como ayudas para exponer el significado de este tipo de educación. De hecho, argumentó que "la filosofía puede iluminar una práctica y ésta puede hacernos ver cosas nuevas en una filosofía" (ob. cit., p. 9). También, Erich Fromm (1976, p. 61), en el campo del psicoanálisis, sostuvo que "si el hombre [y la mujer] no fuera más que un intelecto desencarnado, conseguiría su objetivo con un sistema amplio de ideas. Pero como es una entidad dotada de cuerpo y de alma, tiene que reaccionar contra la dicotomía de su existencia no solo pensando, sino con el proceso total de su vida, con sus sentimientos y sus acciones". Con este enfoque de las ideas teóricas y de la praxis se abordan las preguntas centrales del estudio. Y es por esta razón que hablamos de *facetas*. El desarrollo teórico (de los aspectos filosóficos, sociológicos, pedagógicos, psicológicos, lingüísticos y didácticos que conciernen a la educación matemática) y la práctica educativa en sí, son en realidad un todo indivisible. Ésta es la posición que se asume en esta investigación.

La faceta práctica consistió en la ejecución de cinco proyectos en un curso de primer año de la *Unidad Educativa Nacional Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* –ubicado en La Pastora, Caracas. Los proyectos se desarrollaron con la participación del autor como profesor del curso.

Es en esta institución que llevamos a cabo, junto con varios grupos de estudiantes del quinto año de *ciencias* y de *humanidades*, una serie de experiencias durante los años escolares 2004-2005 y 2005-2006 [ver, por ejemplo, Serrano (2006b)]; que se orientaron a desarrollar algunas de las potencialidades que involucra la alfabetización matemática al abordar temas como la variación del tamaño de la población contagiada por dengue en la Parroquia La Pastora durante las dos últimas décadas, el hábito de fumar cigarrillos en miembros de la comunidad escolar y familiar, el *sida* como problemática mundial, regional y local, la belleza desde un punto de vista matemático y filosófico, el crecimiento (en laboratorio) de poblaciones de *moscas de la fruta* (drosophila melanogaster). Estas experiencias también complementaron el desarrollo teórico y filosófico, e incluso, permitieron estructurar el enfoque metodológico de esta investigación.

Enfoque Metodológico

Seguimos una metodología cualitativa de naturaleza descriptiva y reflexiva, con el objeto de estudiar el desarrollo de la alfabetización matemática en el grupo de estudiantes descrito, esto es, de las potencialidades que la integran: matemática, metamatemática, social y axiológica (Serrano, 2005a). En este sentido, nos interesó la obtención de datos que posibilitaron caracterizar el desarrollo de estas potencialidades en el marco de la puesta en práctica de los proyectos acordados en el curso y así reflexionamos no solamente sobre la práctica educativa en sí, sino también sobre los elementos teóricos que, desde nuestro enfoque, envuelve la dimensión sociopolítica de la Educación Matemática y particularmente con el que envuelve al grupo de estudiantes y a su comunidad local.

Empleamos el *Método de la Investigación-Acción participativa/emancipadora* y el *Estudio de un Caso*. La investigación-acción participativa/emancipadora guió el desarrollo de los proyectos en el curso. Es un método que puede ayudar a producir cambios radicales en la sociedad –tal es el caso de las crisis a las que hemos hecho referencia en los *capítulos* anteriores. Es, de hecho, la nueva tarea del científico latinoamericano –tal como lo expresa Fals Borda (1980); tesis que compartimos. Su elección radica en la tesis de la necesidad de involucrar a los grupos de estudiantes (de ciudadanas y ciudadanos) en la construcción de conocimientos y en la reflexión y sistematización de su propia experiencia ante las crisis y problemas, así como en la acción colectiva ante las mismas. Consiste en una investigación que no busca distanciarse de los sujetos y realidades que estudia, sino que ofrece la posibilidad de estructurar un cuerpo conceptual y un espacio para las acciones del grupo en función de la transformación de las situaciones críticas. Este enfoque en tanto toma de posición y ejecución de acciones frente a lo establecido –ante el *statu quo*, no se orienta a la consolidación de las desigualdades existentes en nuestra sociedad, de las estructuras opresoras y de las situaciones críticas. De hecho, Fals Borda (1980) sostuvo que buena parte de los científicos sociales habían realizado investigaciones que no ofrecían posibilidades de transformación de las crisis del mundo moderno, favoreciendo de alguna manera a las minorías poseedoras de poder económico-político, e incluso, cultural. Esta situación también nos ha sido característica en el ámbito de la Pedagogía y de la Educación, y en particular en la Educación Matemática[144].

Las crisis, entre las que podemos encontrar las situaciones de opresión a que alude Park (1992, p. 139) y las desigualdades, dan lugar a que la investigación-acción provea de un marco dentro del cual las y los ciudadanos busquen superarlas, puedan llegar a entender las fuerzas sociales que operan y obtengan fuerzas en la acción colectiva. Park (Ibíd.) agrega que *las funciones de la investigación-acción son al mismo tiempo cognitivas y transformadoras: el grupo produce conocimiento y lo relaciona paralelamente con la acción social.*

La investigación-acción participativa/emancipadora abre espacios para los procesos de comprensión, intervención y/o transformación social de la realidad que envuelve a los grupos escolares (o no). *Las relaciones entre la teoría y la praxis*, *y entre el pensamiento, la realidad y la acción colectiva* son dos de los principios fundamentales de la investigación-acción participativa/emancipadora; en ellos se soporta esta apertura. Principios que están presentes en Lewin (1946), Fals Borda (1980), Carr y Kemmis (1988), Elliott (2005), McKernan (2001), Park (1992), Murcia (1997) y Fonseca (1997); aunque no en todos estos su enfoque se corresponde (o correspondió) con una posición filosófica y política vinculada a la concienciación de la ciudadanía –tal fue el caso del inte-

144 Aunque también pueden citarse ejemplos en otras disciplinas científicas, tal es el caso de la Psicología, la Economía, e incluso, en áreas como la Medicina y la Política. En todas estas, y en otras que no citamos aquí, se han estructurado corrientes de investigación que distancian sus intereses de las crisis que envuelven las problemáticas que estudian y/o de su transformación. En ellas se encuentra presente la supuesta neutralidad política de la educación de la que hablamos en *capítulos* anteriores.

rés de Lewin[145] por problemas como el estado de la moral en territorios con los que se estaba en guerra (bajo bombardeos) o que se pretendía ocupar militarmente, la *manipulación psicológica* de grupos para acercarlos al pensamiento guerrerista y opresor o a ideas falsas de libertad[146] sostenidas por las clases socioeconómicas poseedoras del poder económico-partidista o del saber técnico[147].

Es entonces *la concienciación de los pueblos* otro de los principios que puede caracterizar la corriente de la investigación-acción participativa/emancipadora que aquí seguimos. Una investigación de esta naturaleza, junto con el potencial rol que de hecho tiene la educación crítica de la matemática, puede contribuir con la descripción de la dimensión sociopolítica de la Educación Matemática en el contexto de la sociedad venezolana –e incluso, en la latinoamericana en general. En este sentido, nuestro trabajo partió de los siguientes supuestos: (a) la realidad social no es algo fijo, es dinámica y cambiante, inacabada y de carácter constructivo; (b) la investigación está en sí misma caracterizada por la interacción; (c) no se niega la existencia de aspectos comunes o patrones de comportamiento (en cuanto a la comprensión, al aprendizaje, a la acción, etc.) en grupos distintos, pero se asume que éstos no constituyen toda la realidad, ni que una realidad en particular puede reducirse a algunos patrones. Además, (d) no se propone la comprobación de hipótesis sobre los problemas a tratar, sino estudiar la propia complejidad de la realidad que los envuelve, así como la acción colectiva en sí misma, y (e) se compromete con la concienciación de la ciudadanía.

Por otra parte, complementamos la faceta práctica de la investigación con el *estudio de un caso* con la intención de abordar algunos elementos del desarrollo de la alfabetización matemática en una de las participantes del 1A.

Intencionalidad

Con esta investigación, además de su interés por la Educación Matemática, buscamos la unidad *teoría pedagógica-práctica educativa*. Es una investigación sobre y en el hecho educativo.

Preguntas como: ¿puede explicar la Educación Crítica de la Matemática (o alguna de las otras corrientes teóricas) los problemas didácticos que se presentan en el contexto del aula de matemáticas?, ¿de qué manera los explica?, más allá de los problemas didácticos ¿responde esta teoría a los problemas educativos que sobrepasan el aula de matemáticas –y alcanzan, por ejemplo, a la comunidad local y regional? y ¿qué naturaleza adoptan sus respuestas?, son

---

145 A partir de la entrada de los Estados Unidos de América en la Segunda Guerra Mundial.

146 Aquí podemos citar la idea de libertad identificada solamente con (a) la expresión de pensamientos y criterios o con (b) con la dinámica económica de los mercados capitalistas. No con los estados materiales lejanos a las crisis y a la opresión en todas sus formas, ni a la concienciación.

147 En este punto podemos recordar la formación y consolidación de estructuras tecnócratas a que hacía referencia Skovsmose (1999) en su sociedad; hecho que se ha presentado en general en la sociedad capitalista. Un ejemplo en nuestro país lo fue la conformación de espacios de poder económico, social, partidista y decisorio en torno al saber técnico en PDVSA.

algunas de las que planteamos al adoptar una posición como la descrita antes.

Aunque el responder estas preguntas no consista en una tarea fácil (de hecho, son centrales en la investigación en el seno de la Educación Crítica de la Matemática), hacerlas desde la práctica escolar es de por sí muy importante. Suponen la apertura hacia la reflexión teórica o hacia el proceder empírico con miras a responderlas, con miras a mejorar el *ambiente* en estudio, la misma explicación que hace el o la profesora, la comprensión de las ideas matemáticas, la participación de las/los estudiantes en el grupo, el desarrollo de potencialidades, entre otros aspectos. Suponen la actividad y el interés del o de la profesora y demás miembros de la comunidad educativa hacia la investigación de y en su contexto. Una observación similar, con respecto a su vinculación con la actividad escolar, se puede hacer al "investigador teórico" de la Educación Matemática en los niveles preuniversitarios y universitarios.

Plantearnos preguntas como las citadas antes, desde la práctica y desde el marco de las discusiones teóricas, aún cuando sean preguntas que pueden entenderse como *naturales*, fue un insumo importante para la discusión y la interpretación que generó la puesta en práctica de los proyectos.

Naturalmente que en esta manera de abordar el desarrollo teórico, así como también en otras concepciones de la construcción del conocimiento, el *error* juega un papel relevante. Para Bachelard (1976) no hay verdad sin errores rectificados. El error ha desempeñado y desempeñará un rol central en el desarrollo teórico. En Feyerabend (1989) el error se concibe como parte esencial de una teoría; coexiste con ésta.

En *capítulos* previos hemos discutido algunas de las diversas concepciones que sobre el saber o el conocer, la matemática escolar, la comunicación en el contexto del aula de matemáticas y sobre la vinculación de la educación matemática con la sociedad y sus crisis, tienen corrientes como la Didáctica Fundamental, la Socioepistemología, el Pensamiento Matemático Avanzado, entre otras. En ellas observamos algunos errores asociados a su distanciamiento de la realidad en sí misma, de la sociedad y sus estructuras, y del pensamiento filosófico, así como a la identificación del saber en el ámbito de la matemática escolar con el saber en la ciencia matemática. Esta investigación busca salvar estos errores y afrontar otros vinculados a la praxis desde la educación crítica de la matemática.

En suma, la investigación (en sus dos facetas) se orientó a construir el significado que puede tener una educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana, y posiblemente en la latinoamericana.

Sobre los Proyectos y la Investigación-Acción Participativa/Emancipadora

¿Cuál fue la intencionalidad a través de los proyectos? Éstos se entendieron como un espacio en el que los/las estudiantes y la/el profesor/a buscaron comprender y reflexionar sobre la práctica educativa en sí, y en los que se abrieron espacios para desarrollar las potencialidades que envuelve la alfabetización matemática. Es a través de cada uno de los proyectos que se abordaron los elementos de una educación crítica de la matemática en nuestro país.

Para cada proyecto se distinguieron los ciclos (o momentos): de *planificación*, de *acción*, de *observación* y de *reflexión*. Uno de los objetivos aquí fue que el ciclo de reflexión llevara nuevamente al grupo (profesor y estudiantes) al ciclo de planificación, y éste a los siguientes, en el mismo desarrollo del proyecto.

En el 1A: (a) La *planificación* consistió en seleccionar un *tema generador o problema* (que signó el trabajo de todo el curso) que se encontrara en el contexto de las/los estudiantes, en el que la matemática tuviera un rol importante y constituyera por sí solo un problema de carácter social. Con el consenso de todo el curso se acordó **estudiar problemas relacionados con el crecimiento poblacional en nuestro país**. Seguidamente, el curso se dividió en cinco grupos de trabajo (de acuerdo con los criterios de las/los estudiantes) con la intención proponer y seleccionar una de estas problemáticas; esta discusión se llevó a una plenaria en la que se acordó la problemática o tema a estudiar en cada grupo. Así, en cada grupo se emprendió un proyecto (el cual abarcó un lapso de un mes.

Las problemáticas acordadas por los grupos fueron:

1. La conservación del Patrimonio Cultural en La Pastora,
2. El dengue en Latinoamérica,
3. La inseguridad vial,
4. La violencia y la inseguridad en Caracas, y
5. La basura en La Pastora.

En el ciclo de planificación también se trató de despertar el interés por el tema y por el enfoque con el que serían tratados, y se organizó la participación de otros miembros de la comunidad en el proyecto (observadores externos, madres, padres y representantes de algunas organizaciones) y se discutieron las tareas por realizar. Se decidió la información y los datos que habían de obtenerse, los métodos y procedimientos a utilizar, la forma de analizar los datos y las acciones a desarrollar. Se discutieron, incluso, algunas dificultades que pudieran darse más adelante.

(b) La *acción* comprendió la ejecución de las tareas que caracterizaron al proyecto, su discusión, la presentación de avances y de los resultados de la investigación ante el resto del grupo. (c) La *observación* se llevó a cabo durante *todo* el proceso en que se desarrolló el proyecto. El profesor del primer año fungió como observador participante y contó con dos observadores externos. Las técnicas e instrumentos se describen con más detalle en la sección que sigue. La ejecución y la observación de las experiencias educativas vinculadas a los proyectos dieron lugar a (d) La *reflexión*. Ésta consistió en la discusión de cuestionamientos sobre la práctica, su implementación, el enfoque de las tareas, el papel de la matemática en las discusiones del grupo, sobre el conocimiento matemático y no exclusivamente matemático, entre otros puntos, con la intención de replantear ideas o mejorar la planificación, la acción y la misma observación. Permitió también, enriquecer la discusión filosófica y pedagógica. La reflexión conllevó a nuevos momentos de planificación, observación y reflexión –con la intención de profundizar (en cada proyecto) algunas de las ideas matemáticas que se relacionaron con el tema y con el enfoque con el que se abordó, y además, para emprender nuevas acciones colectivas en función de éste, o bien para abrir otros espacios de discusión y reflexión en el ámbito de la comunidad de la institución.

Las deliberaciones entre los/las profesores/as participantes y los/las observadores/as externos con las/los estudiantes, así como con otros miembros de la comunidad educativa, permitieron enriquecer el desarrollo de cada uno de los momentos descritos.

Así, la investigación-acción participativa/emancipadora (entendida como un proceso en el que la acción y la reflexión se asumen colectivamente para cambiarse a sí mismos y a las estructuras) es el marco para el desarrollo de los proyectos. Además, consideramos que este tipo de investigación posee un valor especial en el seno de los grupos de estudio de la Escuela y del Liceo venezolano en tanto que tiene como propósitos incidir en los cambios cognitivos (asociados a la concienciación) y a las transformaciones sociales ligadas a las estructuras opresivas y a los problemas o crisis (por medio de la acción individual y colectiva).

Este tipo de investigación se caracteriza por constituir:

- Un esfuerzo de estudio orientado a comprender la naturaleza de un conjunto de experiencias educativas.
- Una actitud de desarrollo de constructos teórico-metodológicos que permitan viabilizar el rol sociopolítico de la educación matemática en nuestro contexto (distanciándose así de la supuesta neutralidad política de la educación); es una actitud que asume la unidad teoría/praxis.
- Un espacio en el que se develan las situaciones críticas (estructuras de opresión, desigualdades, etc.) con base en la matemática escolar, y se reflexiona sobre nuestra relación con la realidad y con la ciudadanía en general.
- Y, por enmarcarse en un ambiente de aula que se orienta y promueve la transformación y la concienciación como medios para la emancipación de los pueblos.

Descriptores que apuntan a los señalamientos de Fals Borda (1980) y de Freire (1970, 1974, 1978): a la necesidad de vincular la investigación[148] en el contexto del aula con el potencial papel sociopolítico que tiene la educación, y la educación matemática en particular, en la transformación de la sociedad y en la emancipación de los pueblos latinoamericanos.

Papel del Profesor y de las/los Estudiantes

El papel del profesor es asumido de manera distinta en los distintos enfoques de la investigación-acción[149]. En lo que respecta a la investigación-acción emancipadora –enfoque que seguimos, el profesor emprende acciones, junto con las/los estudiantes, que se orienten hacia la concienciación y hacia la transformación.

Las acciones son en sí mismas espacios para las transformaciones cognitivas y para las del entorno. En este sentido, las acciones constituyen un instrumento de conocimiento o de saber que puede servir al desarrollo de la función humanística del conocimiento, diferenciándose de esta forma de las funciones

148 Se refiere a la investigación-acción.

149 Ver Carr y Kemmis (1988) y Becerra (2006) para una discusión del rol de la o del profesor en la investigación-acción (a) técnica, (b) práctica y (c) emancipadora.

mercantilista y tecnócrata[150].

Profesor y estudiantes buscan conformar un grupo o comunidad autorreflexiva de investigadores activos (Carr y Kemmis, 1988). Éste es el criterio que se siguió en nuestra investigación.

Un punto que ha suscitado interés es precisamente el grado de dirección u orientación del o de la profesora en las investigaciones y acciones que llevan a cabo las/los estudiantes. En un ambiente de investigación en educación matemática en el cual la realidad sirva de marco para el estudio de ideas, la modelación matemática puede ser un proceso relevante (ver la Figura 14). En este proceso el o la profesora es de hecho un investigador más, tanto como cada uno de sus estudiantes. Profesor y estudiantes emprenden el estudio de problemas del contexto desde una lente matemática (en correspondencia con el nivel de desarrollo del pensamiento matemático de las/los estudiantes, de sus formas de organización en el contexto del aula, de factores como su interés hacia la investigación y hacia la participación individual y colectiva), lo cual rompe con el enfoque común de la matemática escolar en todas las etapas y modalidades de la educación venezolana. Es en algunos momentos del proceso de modelación matemática que el o la profesora puede adquirir un papel central al tratar (por ejemplo) algunos aspectos relacionados con la formalización de ideas matemáticas: orientando sobre la naturaleza y los métodos matemáticos a utilizar, organizando la discusión sobre conceptos, motivando o presentando otras formas de representación gráfica o simbólica, precisando el uso adecuado del lenguaje matemático, motivando otras formas de solución, proponiendo problemas puntuales que permitan comprender conceptos o técnicas, así como otros problemas más generales.

Por otra parte, la organización en cuanto a aspectos como la discusión, la comunicación, la planificación, las formas de participación, de evaluación, la búsqueda de la equidad en el aula, la construcción de significados, entre otras, son tarea del grupo en su totalidad (el cual incluye, como es natural, al profesor). Se buscó que las decisiones en cada uno de estos puntos fuesen consensuadas.

El papel del profesor en el marco del desarrollo de los proyectos y de la investigación-acción participativa/emancipadora llevada a cabo, es el de viabilizar los procesos de concienciación de la mujer y del hombre y de transformación del entorno. Ya advertimos sobre la naturaleza sociopolítica de la educación y de la educación matemática en particular. Este papel se construye en la práctica: la actividad y la reflexión del grupo permitirán acercarse a este papel (no debemos olvidar el tradicional y común rol del o de la profesora que lo vincula a ser el director de todo el proceso aprendizaje/enseñanza, a poseer el saber o el conocimiento –a poseer la luz de la que carecen las/los estudiantes, y al ejercicio del poder en el contexto del aula; modelo que se encuentra arraigado en la comunidad en general –no solo en la comunidad de estudiantes y profesores/as de matemáticas de la República Bolivariana de Venezuela[151]). Esto es, la tarea de viabilizar los procesos de concienciación y de transformación se debatirá con

150 En el *capítulo I* se analizan tres de las funciones del conocimiento en el marco del aprendizaje/enseñanza de las matemáticas: (1) la mercantilista, (2) la tecnócrata y (3) la humanística.

151 Ver Bernstein (1996, 1997).

el modelo del o de la profesora como la fuente del saber y como ejecutor del poder que se encuentra arraigado en nuestros/as estudiantes.

La Observación y Algunos Inconvenientes

Se desempeñaron como observadores: dos profesores (A y B) y el autor (C). Todos son egresados de la UPEL.

El rol de los docentes, participante-observador y observador externo (Anguera, 1992), en relación con la observación de los proyectos desarrollados se describen en la tabla que sigue.

Cuadro 8. *Rol de los docentes en función de la observación de los proyectos*

Proyectos	*PARTICIPANTE-OBS.*	*OBS. EXTERNO*
Primer año	*C*	*B – A*

Nota: Este curso pertenece a la Educación Media General.

La observación externa fue, esencialmente, de carácter *directo* (Anguera, 1992); esto es, el docente la llevó a cabo desde el aula o desde el ambiente en que se realizó la actividad escolar del grupo. Pero también, de carácter *indirecto*: se suministró al observador externo información y documentos sobre el desarrollo de los proyectos[152] (apuntes en cuadernos, comentarios de las/los estudiantes, grabaciones de audio y video, informes de investigación, pruebas, cuestionarios y entrevistas), con la intención de que los interpretara. Por otra parte, el participante-observador fue el profesor del curso, el cual trató de adquirir la cualidad de observador, en cierto modo, desdoblándose (ob. cit., p. 137).

Algunos de los *inconvenientes* asociados a la observación son los siguientes: (a) En cuanto al observador externo: su presencia en el grupo puede afectar la actividad de sus miembros en algunas de las sesiones. (b) En cuanto al participante-observador: puede darse una interpretación *favorable* debido a la simpatía que siente por el grupo de estudiantes; también, (c) puede existir una gran *presión del grupo* con respecto a la *evaluación* que de él se haga. Ideas que tienen que ver con las críticas sobre la distancia entre el investigador y el investigado, y más generalmente, con la objetividad de la información obtenida (Park, 1992; Rahman y Borda, 1992).

Sin embargo, en esta investigación supusimos una estrecha relación entre el investigador, el grupo y los objetos de investigación, por tanto, resultó de interés para el estudio el describir cómo se abordaron los inconvenientes (a) y (b). La *triangulación* como fuente de identificación de diferentes puntos de vista y perspectivas, así como de contraste entre las observaciones, las informaciones y las interpretaciones del profesor, del observador externo y de las/los estudiantes, buscaron salvar hasta cierto punto los inconvenientes (a) y (b) descritos antes (Anguera, 1992).

En la sección que sigue describimos los instrumentos (y fuentes) de obtención de datos.

152 En las que no participó en su obtención.

Instrumentos (y Fuentes) de Obtención de Datos

En la tarea de estudiar la alfabetización matemática en el grupo de estudiantes del *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo*, así como el significado que puede adquirir una educación crítica de la matemática en nuestra sociedad, definimos dos niveles de interpretación: uno *global* y otro *focalizado*. Éstos permitieron obtener elementos para construir una visión general de esta educación matemática y para profundizar en el estudio de las potencialidades que involucra la alfabetización matemática en una de las estudiantes, respectivamente.

El nivel de interpretación global se apoyó, por una parte, en la contextuación de las situaciones y relaciones que tienen lugar en torno a los proyectos, de algunos elementos del currículo y de la visión institucional en cuanto a la metodología de trabajo por proyectos en la Institución y su cambio a *Liceo Bolivariano*.

Ello conformó un marco institucional en el cual ubicar los proyectos; y por otra parte, en el desarrollo de la alfabetización matemática del grupo al avanzar en la puesta en práctica de los proyectos.

Las fuentes a las que recurrimos para recolectar datos sobre el marco institucional y sobre el desarrollo de los proyectos son las siguientes:

Sobre el marco institucional:

(1) Algunos elementos del diseño curricular: los planes de estudio del primer año de la entonces denominada Tercera Etapa de la Educación Básica, el documento *Liceo Bolivariano* (Ministerio de Educación y Deportes, 2004), y los libros de texto de matemáticas utilizados en el *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* para este curso.

(2) Algunos elementos de la visión institucional sobre la metodología de trabajo por proyectos y sobre la educación matemática. Para lo cual se diseñaron e implementaron los siguientes instrumentos:

- Una entrevista semiestructurada sobre los planes de formación institucional del profesorado en el área de Ciencias Naturales y Matemática.
- Una entrevista semiestructurada sobre las concepciones de los profesores de Ciencias Naturales y Matemática que tienen que ver con la metodología de trabajo por proyectos en la institución, sobre su cambio a *Liceo Bolivariano* y sobre la educación matemática.

Sobre el desarrollo de los proyectos y de la alfabetización matemática:

(3) Elementos del desarrollo de los proyectos y de la alfabetización matemática en el primer año del Liceo: grabaciones en audio y video en todas las sesiones de trabajo, documentos preparados por el profesor del curso (instrumentos para un cuestionario para colectar ideas sobre las etapas de iniciativa y discusión de un proyecto, para la prueba y para el taller, un modelo de informe breve de avance del proyecto, un modelo de reporte del proyecto y, una página en Internet), informes breves de investigación-acción, re-

gistros anecdóticos del profesor y de los observadores externos, reportes de investigación (de los proyectos), así como:

- Un *cuestionario* que constó de cuatro (4) actividades relacionadas con las concepciones de los niños y niñas sobre: el lenguaje matemático, sus componentes, los tipos de números que conocen y algunas operaciones con números enteros –de carácter individual.
- Una *prueba* que constó de una actividad relacionada con un modelo de crecimiento de la población mundial –desarrollada en parejas, y,
- Un *taller* que constó de una actividad sobre la organización, representación e interpretación de datos estadísticos –desarrollada en parejas.

Sobre la alfabetización matemática en una de los estudiantes:

Seleccionamos arbitrariamente una estudiante del grupo para llevar a cabo este nivel de interpretación. De acuerdo con Anguera (1992), "el estudio de casos es un análisis completo del estado de un sujeto considerado individualmente, con respecto, por regla general, a determinadas fases de su personalidad total" (p. 181). Stake (1999) señala, refiriéndose a la selección de los casos, que "no es probable que la muestra de solo un caso o de unos pocos casos sea una buena representación de otros" (p. 17). Además, señala que no necesariamente los casos "típicos" resultan ilustrativos de todas las circunstancias que lo envuelven.

Según Stake (1999) debemos escoger casos que nos lleven a la comprensión de las ideas que estudiamos, manejables en el tiempo del que disponemos y que hagan posible la modificación de las generalizaciones. Stake agrega que un buen estudio de casos no defiende la tipicidad (o representatividad) del caso.

En este sentido, seleccionamos una estudiante que desde comienzos del año escolar demostró una dedicación excepcional al estudio de las matemáticas y estuvo abierta a intercambiar ideas con sus compañeros y con el profesor. Entonces, el nivel de interpretación focalizado se apoyó en el estudio de algunos aspectos de la alfabetización matemática en un caso; para lo cual, además de los datos obtenidos con los instrumentos descritos antes, se consideraron los siguientes.

(4) Algunos elementos del desarrollo de la alfabetización matemática en una de las estudiantes.

- Una entrevista semiestructurada sobre: algunos de los procesos que involucra el pensamiento matemático, el planteamiento y la resolución de problemas, la interpretación y/o estructuración de modelos matemáticos y, la discusión y comunicación de ideas matemáticas.
- Un cuestionario con viñetas basado en los aportes de la estudiante en la prueba y en el taller.

Cuadro 9. *Fuentes e instrumentos de recogida de datos.*

Sobre el marco institucional	
Algunos elementos del diseño curricular	*Algunos elementos de la visión institucional*
- Planes de estudio del 1er año del Liceo. - Documento *Liceo Bolivariano.* - Libros de texto de matemáticas utilizados en el *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* para este curso.	▪ Una entrevista semiestructurada sobre los planes institucionales de formación del profesorado en el área de Ciencias Naturales y Matemática. ▪ Una entrevista semiestructurada sobre las concepciones de los profesores de Ciencias Naturales y Matemática relacionados con la metodología de trabajo por proyectos en la Institución, sobre su cambio a *Liceo Bolivariano* y sobre la educación matemática.
Sobre el desarrollo de los proyectos y de la alfabetización matemática	
- Grabaciones en audio y video en todas las sesiones de trabajo. - Documentos preparados por el profesor del curso (cuestionario para colectar ideas sobre las etapas de iniciativa y discusión de un proyecto, para la prueba y para el taller, un modelo de informe breve de avance del proyecto, un modelo de reporte del proyecto y, una página en Internet). - Informes breves de investigación-acción, - Registros anecdóticos de los profesores (del profesor del curso y de los observadores externos). - Reporte de los proyectos. ▪ Un cuestionario –que abarca 4 actividades relacionadas con las concepciones de los niños y niñas sobre: el lenguaje matemático, sus componentes, los tipos de números que conocen y algunas operaciones con números enteros (de carácter individual). ▪ Una prueba –que consta de una actividad relacionada con un modelo de crecimiento de la población mundial (a desarrollar en parejas). ▪ Un taller –que consta de una actividad sobre la organización, representación e interpretación de datos estadísticos –a desarrollar en parejas.	
↓	
Sobre la alfabetización matemática en una de las estudiantes	
▪ Una entrevista semiestructurada sobre: algunos de los procesos que involucra el pensamiento matemático, el planteamiento y la resolución de problemas, la interpretación y/o estructuración de modelos matemáticos y, la discusión y comunicación de ideas matemáticas. ▪ Un cuestionario con viñetas basado en los aportes de la estudiante en la prueba y en el taller.	

En la tabla 9 describimos los instrumentos de obtención de datos que se implementaron y las fuentes de información que nos permitieron llevar la interpretación global y focalizada que comprendió el estudio.

1. Entrevistas Semiestructuradas

Atendiendo a la naturaleza de la investigación que desarrollamos, consideramos que la técnica de la entrevista permitía obtener información relevante sobre: (1) el marco institucional en el que se inscriben los proyectos llevados a cabo por el grupo, y (2) sobre la alfabetización matemática en una de las estudiantes. En particular, utilizamos entrevistas semiestructuradas. Tal como señala McKernan (2001, p. 150), elaboramos algunas preguntas base, pero a lo largo de la entrevista abrimos la posibilidad de plantear nuevas preguntas –tratamos que éstas surgieran de forma natural durante la entrevista y no sumarlas al final de las preguntas base.

En este sentido, elaboramos tres (3) guiones de entrevista en correspondencia con los niveles de interpretación global y focalizado en los que organizamos la investigación. Dos guiones de entrevista para el punto (1) y un guión para el punto (2). Aplicamos tres grupos de entrevistas. El primer y segundo grupo de entrevistas, vinculado al punto (1), se aplicó en momentos distintos[153] a tres profesores de la institución (dos profesores del área de Ciencias Naturales y Matemática, y una profesora que coordina los procesos de evaluación y planificación en el Liceo). A cada uno de estos profesores le facilitamos previamente el guión de la entrevista y aclaramos los objetivos de la misma[154] (con la intención de evitar respuestas simples como "sí" o "no", y de involucrar a los entrevistados con el tema de nuestro interés). En este punto se totalizó 6 entrevistas. El tercer grupo de entrevistas se aplicó a una de las estudiantes después de finalizar los proyectos[155] –punto (2), y versó sobre su proceso de alfabetización matemática en el marco de los proyectos que se desarrollaron (asociado al nivel de interpretación focalizado).

Describimos de seguidas las preguntas base en cada uno de los tres guiones de entrevista.

Guión 1 – entrevista semiestructurada 1 – MI-E1
Enfoque: Planes institucionales de formación del profesorado en el área de Ciencias Naturales y Matemática.

- ¿Qué actividades recuerda Usted, en el marco de la reciente transformación curricular del Liceo, que hayan realizado los profesores de nuestra institución?
- ¿Cuáles de estas actividades piensa que pueden mejorarse en función de las debilidades observadas?
- ¿Cuál debe ser el papel de los profesores y de la directiva de la institución, así como del MPPE?
- ¿Cómo considera Usted que debe estructurarse un plan de formación de los profesores del liceo en el área de Ciencias Naturales y Matemática?

Guión 2 – entrevista semiestructurada 2 – MI-E2
Enfoque: Concepciones de los profesores de Ciencias Naturales y Matemática relacionados con la metodología de trabajo por proyectos en el Liceo, sobre su cambio a *Liceo Bolivariano* y sobre la educación matemática.

- ¿Qué es un proyecto?
- ¿Cómo puede describirse un proyecto en el área de Ciencias Naturales y Matemática?
- ¿Qué experiencias ha tenido al respecto?
- ¿Cómo cree Usted que deben desarrollarse los proyectos en esta área en nuestro Liceo?

---

153 Durante el desarrollo de los proyectos.

154 Ver Stake (1999): pp. 63-66.

155 Al término de las 5 semanas.

- ¿Cuál es su opinión sobre la metodología de trabajo por proyectos en el Liceo? ¿Qué fortalezas y debilidades cree que se asocien a esta metodología?

Guión 3 – entrevista semiestructurada 3 – MI-E3
Enfoque: La alfabetización matemática en una de las estudiantes. Obtención de datos sobre: (b) la reflexión sobre la matemática y la actividad matemática desarrollada; (c) el uso o las aplicaciones de las matemáticas; y (d) sobre el juicio de la propia actividad matemática y de los valores que se asocian o no a ella.[156]

Potencialidades Metamatemáticas

- ¿De qué tipo de problemas se ocupa la matemática?
- ¿Es la matemática un campo de investigación desvinculado de otras áreas o del mundo?
- ¿Qué ideas matemáticas sustentaron su proyecto?
- ¿Cómo efectuaron sus cálculos? ¿cómo los organizaron? y ¿cómo construyeron sus gráficos?
- ¿Existe otra forma de hacerlo?
- ¿Cuáles fueron sus conclusiones? y ¿cómo se dedujeron?
- ¿Cómo pueden estar seguros de la verdad de sus resultados?

Potencialidad Social

- ¿Qué aplicación tienen las *funciones* en la realidad?
- ¿Y las tablas y los gráficos?
- ¿Cómo puede ayudar la matemática a comprender el mundo?
- ¿Qué tan exacta es la descripción que brinda la matemática de un fenómeno de la realidad y del mundo –como por ejemplo de los problemas asociados a la basura, su recolección y tratamiento en la ciudad de Caracas?

Potencialidad Axiológica

- ¿Qué opinión tiene de aspectos como la comunicación, el respeto y la responsabilidad en tu grupo de investigación? ¿y en el aula en general?
- ¿Cómo crees que se presenta la justicia en tu grupo?
- ¿Qué es para ti la equidad y la igualdad? ¿Cómo se dieron en tu grupo?

2. Registro en Audio y Video de las Sesiones de Trabajo

El audio y el video de la actividad en el contexto del aula es una técnica

156 Comenzamos la lista en el punto (b) considerando que los datos sobre la potencialidad matemática de la alfabetización matemática de la estudiante se obtuvieron por medio de otros instrumentos (entre los que destacamos los apuntes en su cuaderno y un cuestionario con viñetas).

que permite registrar fielmente algunos aspectos de la actividad de las/los estudiantes y del profesor. Investigaciones como el Tercer Estudio Internacional en Matemáticas y Ciencias (TIMSS)[157] emplearon el registro en audio y en video como una de las fuentes principales de obtención de datos[158].

Ciertamente, existen algunos inconvenientes asociados a su aplicación en las investigaciones en educación; tal es el caso de la resistencia que pudieran mostrar las/los estudiantes, e incluso el profesor, al ser grabados, o bien, el hecho de que la actividad registrada (en audio y en video) represente la actividad que es común al grupo en aquellas sesiones que no son grabadas. Estos inconvenientes se trataron en nuestra investigación de la siguiente manera: (1) en una etapa previa al desarrollo del proyecto en cada uno de los grupos, se realizaron grabaciones sobre la actividad matemática del grupo (de algunas exposiciones de ideas matemáticas tanto las que expresaban en sus cuadernos de notas y las que verbalizaban en sus intervenciones, como las que explicaban en la pizarra).

Estas grabaciones las llevamos en intervalos cortos de tiempo (aproximadamente de 10 minutos) por algunas/os de las/los estudiantes del mismo curso. Y (2), realizamos grabaciones del desarrollo del proyecto en todas las sesiones de trabajo. Los proyectos abarcaron 5 semanas, período en el que se dieron nueve (9) sesiones de trabajo (dos sesiones de 90 minutos en cada semana). En cada sesión llevamos un registro en audio y en video de la actividad de los estudiantes de acuerdo con la siguiente descripción.

Cuadro 10. *Tiempo de grabación en cada sesión de trabajo.*

Primer año	*Sesiones de trabajo 1,2,3,4,5,6,7,8 y 9*
Tiempo	*20 min. de grabación en cada sesión*

Este registro nos permitió obtener datos sobre los puntos (b) y (c) señalados anteriormente, esto es, sobre el desarrollo de los proyectos en el seno del grupo, y sobre la alfabetización matemática en una de las estudiantes.

3. Documentos Preparados por el Profesor del Curso

Los documentos que preparamos, relacionados con el desarrollo de los proyectos, son los siguientes:

157 *Third International Mathematics and Science Study*.

158 En el marco del TIMSS (1994-1995) se grabaron en video clases de matemáticas de 8º grado en Alemania, Estados Unidos y Japón; lo cual representó una innovación importante con respecto a otros estudios comparativos de las competencias de las/los estudiantes por países y de los modelos didácticos que se dan en el aula [Ver Mora (1999) para revisar críticas a las conclusiones aisladas que se han extraído del TIMSS]. En los estudios del SINEA en nuestro país (1998-1999) no se grabó en video la actividad de las/los estudiantes y del profesor/a; solamente te aplicó un instrumento para evaluar a las y los estudiantes de 3º, 6º y 9º grados de la Educación Básica en matemáticas y lengua. Sería relevante que se implementaran periódicamente estudios de evaluación de las potencialidades matemáticas de las y los estudiantes en la República Bolivariana de Venezuela, así como su complementación con estudios en los que se registre en video la actividad en aula.

a. Un cuestionario para colectar ideas sobre las etapas de iniciativa y discusión de un proyecto
b. Un modelo de informe de breve de avance del proyecto
c. Un modelo de reporte del proyecto (o guía para elaborar el informe de investigación)
d. Un cuestionario sobre algunas ideas vinculadas al lenguaje matemático
e. Una Prueba (funciones - crecimiento de la población)
f. Un taller (ideas estadísticas)
g. Un cuestionario con viñetas (funciones - crecimiento de la población - ideas estadísticas)
h. Una página en Internet (blog)

Discutidos estos documentos con el grupo y sirvieron (salvo los descritos en "c", "g" y en "h") para la evaluación de los grupos de trabajo durante el desarrollo de los proyectos. Las actividades que comprendieron se vincularon con alguna de las ideas matemáticas abordadas en los proyectos, así como con el contenido del diseño curricular del primer año de la entonces denominada Tercera Etapa de la Educación Básica.

Todas estas actividades de evaluación (excepto el cuestionario sobre algunas ideas vinculadas al lenguaje matemático) se realizaron en grupos: tanto el taller como la prueba se desarrollaron en parejas, y la exposición de ideas sobre las etapas de iniciativa y discusión de un proyecto, el informe breve de avance del proyecto, y el proyecto en sí, se hicieron con la participación de todo el grupo del proyecto.

La página en Internet (el *blog*), tal como señalamos anteriormente, se elaboró con información colectada por el profesor del curso (el autor) y con aportes escritos de los estudiantes, tomados incluso de sus cuadernos de notas.

3.1. Cuestionario para colectar ideas sobre las etapas de iniciativa y discusión de un proyecto

Siguiendo a Frey (1995) y a Mora (2004), diseñamos un instrumento para colectar información sobre las etapas de iniciativa y discusión para el desarrollo de un proyecto vinculado a una problemática presente en el contexto local, regional o mundial, y que se relacionara con el área de Ciencias Naturales y Matemática. Aplicamos este instrumento en la primera sesión que abarcó el desarrollo de los proyectos[159]; aquí tuvimos la intención de involucrar a los estudiantes en la discusión de algunas de las problemáticas que afectan a la comunidad, así como contar con una lista de problemas expuestos por los grupos de trabajo que permitiera decidir una temática común en la cual inscribir los proyectos. Cada grupo conservó este instrumento como uno de los documentos vinculados a su proyecto.

3.2. Modelo de informe de breve de avance del proyecto

Este modelo se acordó (en consenso) y se aplicó en la misma sesión de trabajo. Consistió en:

---

159 A las/los estudiantes organizados en grupos de trabajo.

a. Una descripción general del proyecto (en la que se listaron los integrantes y se copió el título del proyecto),
b. Un resumen de su proyecto, y
c. En responder a las preguntas: ¿qué hemos hecho hasta ahora? y ¿qué nos resta por hacer?

La intención de nosotros con esta actividad fue abrir espacios para la planificación de sus proyectos, así como para la discusión en plenaria de los avances de cada grupo; además, contribuiría con la discusión de la estructura final del reporte.

La extensión del informe breve de avance del proyecto la acordamos en una única página.

Liceo Bolivariano "Agustín Aveledo"
La Pastora – Caracas
Curso: MATEMÁTICA 1º
Área: Ciencias Naturales y Matemática.

Ideas para un Proyecto:
Etapas de Iniciativa y Discusión

Nombres y Apellidos:

Fecha:	Hora (Inicio y término):

Este instrumento tiene por finalidad recabar información sobre algunas de las problemáticas que afectan a nuestra comunidad y a la localidad regional, con la intención de desarrollar un proyecto acorde a las necesidades y vinculado al área de Ciencias Naturales y Matemática.
En este sentido, discuta con su grupo cada uno de los siguientes planteamientos y reporte por escrito sus observaciones y puntos de vista.
Además, agregue la o las preguntas que el grupo considere importantes, junto con sus observaciones.

(a) ¿Qué problemas observan en su comunidad o región?
(b) ¿Por qué consideran que los problemas que mencionaron son importantes?
(c) ¿A quiénes afectan estos problemas?
(d) ¿Pueden establecer una jerarquía para estos problemas? Ordénalos según su importancia.
(e) ¿Cuáles de ellos podemos abordar?
(f) ¿Qué temas de ciencias naturales y de matemáticas consideran que se relacionan con estos problemas?

WSG/2007/

Figura 22. *Cuestionario: etapas de iniciativa y discusión de un proyecto.*

3.3. Un modelo de reporte del proyecto

Decidimos, en el seno del grupo, elaborar una guía o modelo de reporte del proyecto. Ésta contiene una descripción general de la estructura del reporte (introducción, bases teóricas, estudio del problema seleccionado y, conclusiones). Sin embargo, considerando la naturaleza distinta de los problemas seleccionados por cada uno de los grupos de trabajo, así como del enfoque con el que se abordaron, la estructura del reporte del proyecto podía ser distinta a la sugerida en el modelo adjunto[160].

Liceo Bolivariano "Agustín Aveledo"
La Pastora – Caracas
Curso: MATEMÁTICA 1º
Área: Ciencias Naturales y Matemática

Guía para elaborar el Informe de Investigación

Las siguientes ideas pueden ser tomadas en cuenta para elaborar el informe correspondiente al *Proyecto de Matemáticas* titulado ***"El crecimiento poblacional"***.

(I) ***Introducción***
Describe ideas generales sobre el tema en estudio, así como los objetivos.

(II) ***Bases teóricas***
Incluye: *(a) algunos de los conocimientos teóricos sobre el crecimiento poblacional en el ámbito nacional e internacional, (b) sus problemas asociados, así como (c) algunos de los modelos matemáticos que describen este crecimiento, para lo cual (d) se deben presentar ejemplos de la aplicación de estos modelos.*

(III) **Estudio del problema seleccionado.**
- *Se explica cómo y de qué fuentes se obtuvieron los datos*
- *Se presentan estos datos en tablas, diagramas y gráficos*
- *Se estudia qué modelo matemático describe el crecimiento de la población en estudio. Se calculan errores y se hacen proyecciones. Además, se consideran aspectos del contexto histórico y socio-económico para analizar este crecimiento.*

(IV) ***Conclusiones***
- *Se toman en cuenta el modelo matemático, los márgenes de error, y los elementos del contexto histórico y socio-económico para aportar las conclusiones del estudio.*
- *Se indican posibles aplicaciones de estos resultados, así como de las aplicaciones del concepto de crecimiento poblacional en otras situaciones y problemas.*

Figura 23. *Modelo de reporte del proyecto.*

160 Ver la Figura 23.

3.4. Un cuestionario sobre algunas ideas vinculadas al lenguaje matemático

Con base en la discusión que se había dado en el curso diseñamos un cuestionario sobre algunas ideas vinculadas al lenguaje matemático; en particular sobre la concepción que los estudiantes tenían sobre el lenguaje matemático: ¿qué es?, y ¿cuáles son sus componentes? Además, indagamos sobre los tipos de números que conocían, les solicitamos ejemplos de cada uno de ellos, y, por último, incluimos algunos ejercicios en los que debían aplicarse ciertas ideas y propiedades de la potenciación de números enteros (como la potencia cero de un entero no nulo y la potencia de un producto, entre otras) (ver la Figura 24).

Liceo Bolivariano "Agustín Aveledo"
La Pastora – Caracas
Curso: MATEMÁTICA 1º
Área: Ciencias Naturales y Matemática.

Cuestionario:
Algunas Ideas sobre el Lenguaje Matemático

Nombres y Apellidos:

Fecha:	Hora (Inicio y término):

Reflexione sobre cada uno de los siguientes planteamientos y reporte por escrito sus ideas al respecto.

1. *Aporte un concepto de lenguaje matemático.*
2. *¿Cuáles son sus componentes?*
3. *¿Qué tipo de números conoces? Aporta ejemplos de cada uno.*
4. *Calcula lo siguiente:*

   (a) 2^6
   (b) $3+1^8+4^0$
   (c) 7^3-6^2
   (d) $(4\cdot 2)^2$

WSG/2007/

Figura 24. *Cuestionario: algunas ideas vinculadas al lenguaje matemático.*

Intencionalmente tres de las preguntas del cuestionario eran abiertas, con la intención de propiciar una discusión sobre la importancia del lenguaje matemático para expresar ideas, conceptos y relaciones que son propias de la matemática escolar y del contexto (del mundo), sobre las componentes del lenguaje matemático (con el objeto de entender que éste va más allá de un conjunto de símbolos y reglas, sino que involucra, por ejemplo, una componente gráfica –idea que fue central en todos los proyectos), y sobre algunas ideas y propiedades de las operaciones con números enteros (justo el tema contemplado en el currículo).

3.5. Una prueba en parejas

Liceo Bolivariano "Agustín Aveledo"
La Pastora – Caracas
Curso: MATEMÁTICA 1º
Área: Ciencias Naturales y Matemática.

Prueba de *Matemática*

Nombres y Apellidos:

Fecha:	Hora (Inicio y término):

Reporte por escrito su trabajo, observaciones y comentarios relacionados con la siguiente actividad.

Considere la siguiente tabla, la cual expone algunos datos sobre la POBLACIÓN MUNDIAL para los años 1950, 1960, 1970, 1980 y 1990.

Población Mundial

Año	Población	Estimación con P_n	Error
1950	2 555 360 972		
1960	3 039 669 330		
1970	3 708 067 105		
1980	4 454 389 519		
1990	5 284 679 123		

(a) Apóyese en el modelo lineal continuo dado por la ecuación:

$$P(t) = 68\,232\,954\,(t - 1950) + 2\,555\,360\,972$$

donde $t \geq 1950$
Y complete la tabla.

(b) Además, represente el gráfico para la población y para la estimación con P_n (en un mismo sistema coordenado)
(c) ¿Qué observas en estos gráficos?

WSG/2007/

Figura 25. *Prueba grupal. A realizar en parejas.*

La prueba consistió en tres actividades relacionadas con un modelo lineal de crecimiento poblacional, partiendo de los datos que para la población mundial se tienen en los años 1950, 1960, 1970, 1980 y 1990 (los cuales se tomaron de una fuente disponible en línea). Ésta involucró cálculos, estimaciones de errores, representaciones gráficas en el Plano Cartesiano, e interpretación de las representaciones gráficas (Figura 25). Decidimos (estudiantes y docente) que la prueba se realizaría en parejas y que contaríamos con aproximadamente 60 minutos para trabajar en sus actividades.

3.6. Un taller

Liceo Bolivariano "Agustín Aveledo"
La Pastora – Caracas
Curso: MATEMÁTICA 1º
Área: Ciencias Naturales y Matemática.

Taller de *Matemática*

Nombres y Apellidos:

Fecha:	Hora (Inicio y término):

Reporte por escrito su trabajo, observaciones y comentarios relacionados con la siguiente actividad.

Los siguientes datos se obtuvieron de la aplicación de una prueba de "HEMOGLOBINA A" a 40 personas. Ésta es una prueba que determina el nivel de azúcar en la sangre a personas diabéticas.

5,7	5,0	6,2	6,6	7,5	6,0	7,7	6,7	6,6	8,1
5,6	6,5	7,4	6,5	7,9	4,0	9,0	6,4	6,7	6,0
6,6	5,7	7,9	5,8	6,5	5,6	6,6	6,5	7,9	6,2
9,2	8,0	6,0	7,7	6,7	7,2	6,4	6,1	6,2	6,8

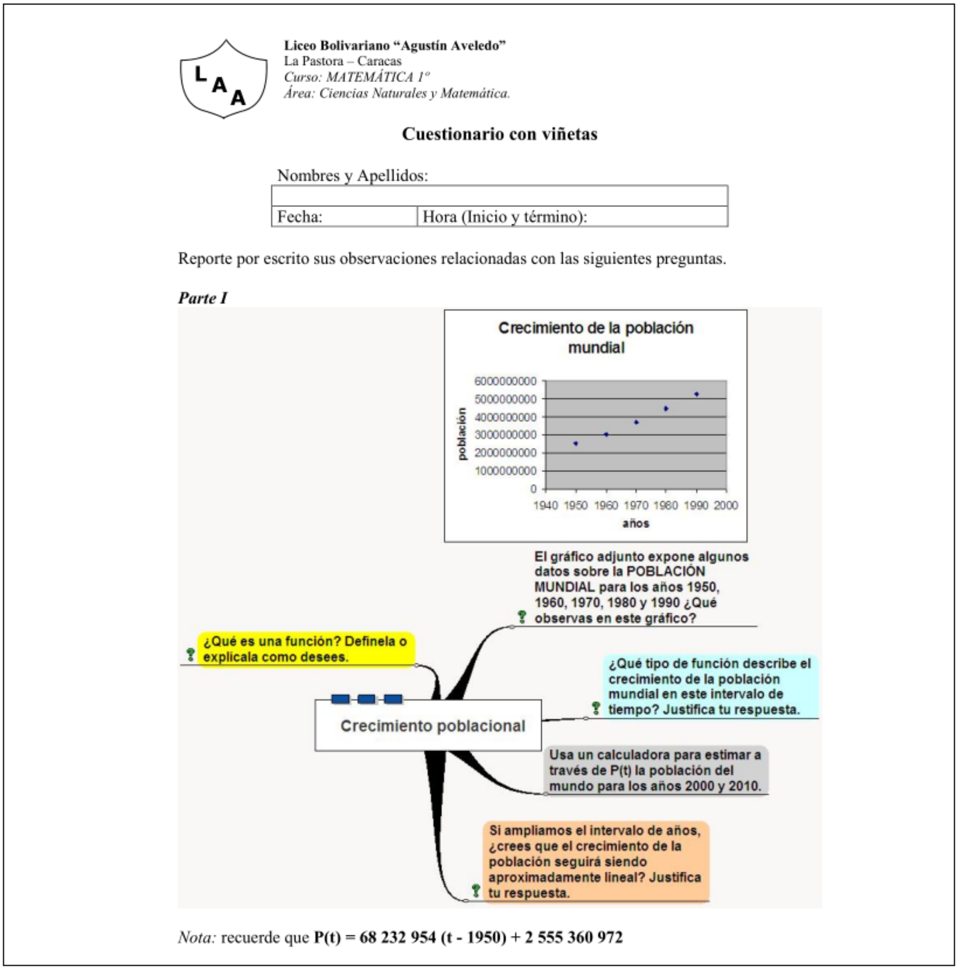
(a) Construye el **histograma de frecuencias absolutas** y el de **frecuencias acumuladas** para los datos agrupados.
(b) ¿Qué observas en estos gráficos?

WSG/2007/

Figura 26. *Taller.*

Considerando que: (a) el concepto de función, la representación e interpretación de gráficas en el Plano Cartesiano, y (b) algunas ideas de la estadística descriptiva fueron importantes en todos los proyectos, decidimos dedicar un instrumento para cada uno de estos puntos, elaboramos un taller en el cual se propusieron dos actividades relacionadas con ideas estadísticas: una de ellas consistió en construir histogramas de frecuencias para datos agrupados, y la otra consistió en interpretar los gráficos obtenidos con base en el contexto en el que se inscribió el problema; para lo cual aportamos un conjunto de datos no agrupados correspondientes a la aplicación de una prueba de hemoglobina A a una población de 40 personas (Figura 26). Esta actividad se basó en un problema expuesto en uno de los libros que utilizaron los estudiantes como material de consulta: *Matemática 7* de Reyna y Flores (1999). El taller, al igual que la prueba grupal, se realizó en parejas durante una sesión.

3.7. Un cuestionario con viñetas



Liceo Bolivariano "Agustín Aveledo"
La Pastora – Caracas
Curso: MATEMÁTICA 1°
Área: Ciencias Naturales y Matemática.

Cuestionario con viñetas

Nombres y Apellidos:

Fecha:	Hora (Inicio y término):

Reporte por escrito sus observaciones relacionadas con las siguientes preguntas.

Parte I

Nota: recuerde que **P(t) = 68 232 954 (t - 1950) + 2 555 360 972**

Figura 27. *Cuestionario con viñetas. Página 1 de 2 del instrumento.*

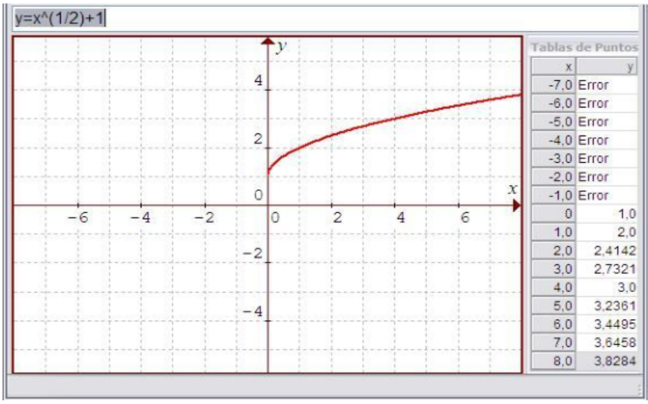
Elaboramos, además, un cuestionario para obtener datos sobre la alfabetización matemática, en particular sobre las potencialidades matemática y metamatemática en una estudiante (para el estudio de caso). Éste abarcó ideas sobre el concepto de función (Figuras 27 y 28).

Lo organizamos en tres partes. La *parte I* buscó obtener información sobre el concepto de función que manejaba la estudiante, la interpretación que hacía de los gráficos, la descripción que daba de una función en particular, y sobre el proceso de estimación que siguió atendiendo a un modelo.

La *parte II* se dedicó a las ideas de corte de la gráfica con los ejes, crecimiento, decrecimiento, y puntos mínimo y máximo.

Y la *parte III*, se relacionó con la representación de funciones bajo ciertas condiciones.

Parte II



Observa el gráfico adjunto e indica en éste lo siguiente: (a) el punto de corte de la gráfica con el eje x, (b) el punto de corte de la gráfica con el eje y, (c) ¿para qué valores de x la función es creciente?, (d) ¿para qué valores de x la función es decreciente?, (d) el punto mínimo de la gráfica, y (e) el punto máximo de la gráfica.

Parte III

Representa gráficamente una de las funciones que se caracteriza por: (a) si x=2 entonces f(2)=8, (b) si x=4 entonces f(4)=64, (c) si x=4,5 entonces f(4,5)=91,125. ¿Cuál es esta función? Ahora, ¿puedes dar otro ejemplo de otra función que cumpla con las mismas condiciones?

WSG/2007/

Figura 28. *Cuestionario con viñetas. Página 2 de 2 del instrumento.*

3.8. Una página en Internet

Figura 29. *Página en Internet (blog). Su dirección es: www.matematicasenelavele do.blogspot.com. Página de presentación del blog.*

Adicionalmente, y en cooperación con el grupo de estudiantes, diseñamos y publicamos una página en Internet (*blog*) para divulgar algunas de las ideas relacionadas con los proyectos del curso[161].

Al mismo tiempo, serviría de motivación para el desarrollo de los proyectos, así como para parte de la comunidad de la institución (estudiantes y profesores de otros cursos).

El hospedaje de la página fue (y es) gratuito. Esa fue una de las razones por la que elegimos un *blog* como medio de divulgación. El diseño y edición estuvo a cargo del autor. Y, el insumo de ideas, materiales, gráficos, diagramas, fotos y comentarios fue una labor conjunta del curso durante todas las sesiones que abarcó el desarrollo de los proyectos.

El *blog* no tiene una estructura lineal. Se puede acceder a las secciones que contiene a criterio del visitante de la página. Éste incluye:

a. Reseñas sobre el Liceo, la metodología de trabajo por proyectos, presentación de algunos temas e ideas matemáticas, y sobre los proyectos que desarrollaron las y los estudiantes.
b. Vínculos con otras páginas de interés.
c. Ventanas de fotos de los grupos de trabajo.
d. Y, elementos de diseño como: contador de visitas, reloj en pantalla, ventana para presentar citas de algunas y algunos autores, e índice de contenido interactivo, entre otros.

Niveles y Fases de Interpretación

En el Grafico 29 resumimos los niveles de interpretación que comprendió el estudio (los cuales denominamos: *de conjunto o global* y *focalizado* (en correspondencia con el estudio de la alfabetización matemática en el curso y en una estudiante), así como las fases que se dieron para cada nivel de interpretación. La fase 1 se dedicó al marco institucional en el cual se inscribieron los proyectos, en la fase 2a se estudió la alfabetización matemática en todo el curso en el marco del desarrollo de los proyectos, en la fase 2b se estudió un caso, y en la fase 3 se reflexiona sobre las interpretaciones global y focalizada del estudio, y se discuten algunas implicaciones teóricas y metodológicas del estudio.

Estrategias para el Procesamiento e Interpretación de la Información

Para la interpretación y organización de los datos obtenidos seguimos el procedimiento descrito por Strauss y Corbin (2002): (a) conceptuar y reducir los datos, (b) elaborar categorías atendiendo a sus propiedades y, (c) relacionarlas entre sí. En Becerra (2006), al estudiar la formación del docente integrador bajo un enfoque interdisciplinario y transformador desde grupos profesionales en educación matemática (desarrollando una investigación-acción-emancipadora)[162], se sigue también el procedimiento de Strauss y Corbin (2002).

---

161 Su dirección es: www.matematicasenelaveledo.blogspot.com.

162 Tesis Doctoral que, como hemos señalado, se inscribe en una Educación Matemática Crítica que se está impulsando en el contexto venezolano, fundamentalmente con los aportes del Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática (GIDEM).

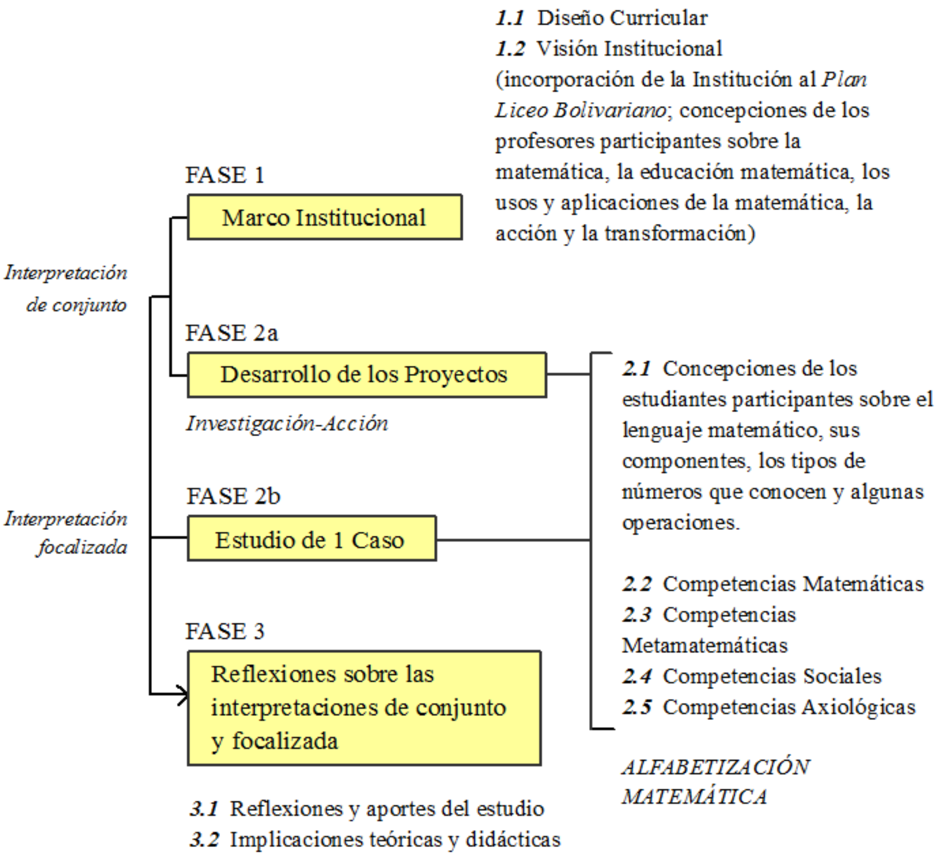


Figura 30. *Niveles global (de conjunto) y focalizado de la interpretación. Además, se describen las fases en las que organizamos el estudio.*

En este sentido, *conceptualizar y reducir los datos* [punto (a)] consistió en codificar los datos obtenidos a través de la *rotulación*. Proceso que originó *categorías y subcategorías* [punto (b)] en correspondencia con las propiedades o la naturaleza de los objetos, de los acontecimientos o de las ideas identificadas. La *categorización* respondió a los siguientes criterios: asignamos un rótulo o nombre de manera que éste respondiera a la relación de los datos obtenidos con las ideas teóricas y metodológicas de la Educación crítica de la matemática, o bien, con el significado que mejor respondiera a las palabras de los estudiantes o de los profesores (del autor y de los observadores externos) –lo que Strauss y Corbin (2002) denominan códigos en vivo. Seguidamente, asignamos el mismo rótulo a aquellas categorías que refirieran a los mismos objetos, acontecimientos o ideas. Además, agrupamos en una gran categoría, que llamamos *dimensión*, a aquellas categorías que tuvieran características en común [punto (c)]. Las *categorías* y las *dimensiones* permitieron hacer más manejable el proceso de interpretación, al clasificar y agrupar la gran cantidad de datos obtenidos.

Luego de rotular y categorizar los datos, interpretamos la información obtenida con apoyo en el proceso de *triangulación*.

Empleamos la triangulación como fuente de contraste de los datos obtenidos. En la interpretación que llevamos a cabo intervienen aspectos como: (1) el registro de las observaciones, y las grabaciones en audio y en video realizadas por el autor (profesor del curso 1A); (2) las interpretaciones de los observadores externos, así como de los estudiantes, obtenidas a través de sus registros y de las entrevistas semiestructuradas; (3) las producciones escritas de los estudiantes; (4) la interacción entre los datos y el investigador, tanto durante el proceso de obtención de datos como durante la interpretación; y (5) las ideas teóricas que desarrollamos sobre la alfabetización matemática. La triangulación fue también la fuente para verificar las interpretaciones que realizamos (en la sección "La observación y algunos inconvenientes" de este mismo *capítulo*, referimos que la triangulación permite salvar hasta cierto punto algunos inconvenientes asociados a la observación).

Procesamiento Computacional de los Datos

Como apoyo para seguir el procedimiento descrito por Strauss y Corbin (2002), utilizamos el programa "Atlas Ti". Éste es un programa que nos permitió no solamente facilitar el acceso a los datos obtenidos sino establecer relaciones entre ellos; ello contribuyó al proceso de triangulación y a la interpretación de los resultados.

Sobre el Marco Institucional: Empleamos Atlas Ti para los datos obtenidos de las entrevistas realizadas en la fase 1, en particular los correspondientes a la visión institucional de tres profesores del área Ciencias Naturales y Matemática, que laboran en el Liceo, y también para las entrevistas realizadas en las fases 2a y 2b, relacionadas con la alfabetización matemática, y para las observaciones o notas tomadas por el profesor del curso y por los profesores (observadores externos).

Con Atlas Ti, partiendo de los documentos primarios (transcripción de las entrevistas y de los registros anecdóticos), realizamos citas textuales de acuerdo con los objetivos de nuestra investigación y por el significado de las mismas, codificamos las citas textuales (con las opciones *códigos en vivo*, *códigos abiertos* y *códigos de lista*), y constituimos categorías y dimensiones [en correspondencia con las etapas (1) y (2) que describen Strauss y Corbin (2002)]. Por ejemplo, con respecto al Marco Institucional (FASE 1 de interpretación de conjunto), se encontraron las categorías *reuniones*, *desinformación*, *planificación*, *organización*, *disposición* y *desinterés* para la dimensión *Visión Institucional* [ver el *capítulo: La Alfabetización Matemática desde la Praxis*].

Además, visualizamos redes estructurales (denominadas *networks*), las cuales representan sistemas de relaciones entre códigos y categorías. Proceso que contribuyó a la interpretación de los datos obtenidos, al abrir espacios para plantear hipótesis, realizar preguntas, contrastar información, apoyar argumentos y conclusiones.

VII

LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA DESDE LA PRAXIS

Introducción

En este *capítulo* presentamos los datos obtenidos en las dos fases que abarcó el estudio, así como su interpretación en el marco de las ideas teóricas que hemos discutido en los *capítulos* previos, aunque, como hemos señalado, el desarrollo teórico y la praxis (en la que me desempeñé como profesor del curso 1A[163] del *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo*) se dieron conjuntamente durante todo el período que abarcó la obtención de datos. Considerando el volumen de los datos obtenidos, hemos organizado este *capítulo* en tres grandes áreas temáticas; el estudio:

(1) del marco institucional en el que se dieron los proyectos objeto de nuestra investigación,
(2) de la alfabetización matemática en el curso 1A, y
(3) de algunos elementos de la alfabetización matemática en una de las estudiantes del curso 1A (que llamaremos Francis).

Los nombres con los que se identifica a las/los estudiantes y a las/los profesores son simplemente etiquetas (con la excepción del mío), atendiendo al principio de privacidad que caracteriza este tipo de investigación.

163 Correspondiente al primer año de la Tercera Etapa de la Educación Básica (hoy denominado primer año de la Educación Media General).

1. Sobre el Marco Institucional

1.1 Diseño Curricular

Los Documentos Base del Liceo Bolivariano

El documento base para el diseño curricular en el *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* es *"Liceo Bolivariano"* (Ministerio de Educación y Deportes, 2004), considerando la incorporación de la Institución al *Plan Liceo Bolivariano* que emprendió este Ministerio. En este documento se consideran elementos como la parcelación del conocimiento escolar, la desvinculación de éste con la realidad, el enfoque disciplinar del diseño curricular la entonces llamada Tercera Etapa de la Educación Básica (los cuales también caracterizan a la matemática escolar, tal como señalamos en la sección *Descriptores del Aprendizaje/Enseñanza de las Matemáticas en nuestro país en la actualidad* –ver el *capítulo II*), el grado de acceso a este nivel de estudios, problemas como la drogadicción, el embarazo precoz, las formas distorsionadas como se ha introducido y presentado la sexualidad desde los distintos medios de información o comunicación, e incluso, desde el núcleo familiar, la violencia, las desigualdades existentes en la sociedad, y el modelo reproductor[164] de la Institución escolar que ha estado presente en la educación venezolana, para plantear la necesidad de una educación integral como continuo humano.

Quizás la matemática escolar es el mejor ejemplo para los elementos antes citados, así como de su desconexión con problemáticas como la drogadicción, el embarazo precoz, las desigualdades existentes, entre otros a los que hemos hecho referencia en nuestra investigación[165].

En cambio, la educación que describe el *Liceo Bolivariano* se enmarca en una nueva concepción de la Institución escolar que la relaciona con la identidad y la ciudadanía bolivariana. Además, se considera como un espacio para la producción y la productividad, la paz, la innovación pedagógica, la creatividad, la salud y la vida, el quehacer comunitario, la comunicación alternativa, las tecnologías de la información y la comunicación, y la innovación tecnológica (Ministerio de Educación y Deportes, 2004, p. 36).

El modelo curricular que propone el *Liceo Bolivariano* describe seis ejes integradores:

a. Identidad,
b. Cognición,
c. Educación en y para el trabajo liberador,
d. Desarrollo endógeno e integral,
e. Investigación, pensamiento complejo y producción de conocimiento y,
f. Trabajo.

El punto (c) refleja la intencionalidad sociopolítica que describe el diseño curricular del *Liceo Bolivariano*, y permite diferenciar este documento curricular

164 Ver la descripción de las funciones mercantilista y hegemónica/tecnócrata del saber o del conocimiento que hacemos en el *capítulo I*.

165 Ver *Realidad, Semi-realidad y No-realidad* (*capítulo I*).

de los que le antecedieron (ver por ejemplo los Programas de 7º a 9º grado de 1986)[166], e incluso, con el de otros países de América y del resto del mundo. Aunque debemos señalar que este punto no se concibe separadamente de los demás, sino que se complementan.

En este documento curricular se sostiene que:

> El proceso educativo, tal como lo establece la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela, en su artículo 3°, la LOPNA, en su artículo 58 y la Ley Orgánica de Educación, en su artículo 7°, está estrechamente vinculado al trabajo a fin de armonizar educación con las actividades productivas propias del desarrollo social local, regional y nacional a través de la orientación de niños, niñas, adolescentes y jóvenes; formándolos (as) en, por y para el trabajo liberador, creador y productivo con visión dignificadora de lo humano, que permita satisfacer necesidades básicas, contribuir al desarrollo regional y por ende al nacional (ob. cit., pp. 30-31).

La educación crítica de la matemática que planteamos para el contexto de la sociedad venezolana se vincula al trabajo liberador, en tanto que se corresponde con la concienciación y la transformación.

En este sentido, el documento *Liceo Bolivariano* nos sirvió de marco para construir y desarrollar experiencias en uno de los cursos del primer año en el *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* que se asociara a una visión crítica de la educación matemática.

La misma estructura del sistema escolar del *Liceo Bolivariano* refleja una concepción del trabajo que contrasta con la que se dio algunas décadas atrás. Investigaciones como la de Rodríguez (1995), muestran que en nuestro país esta estructura se basó en la división y jerarquización del trabajo propia de la Sociedad Industrial.

> […] proporcionando más y mejor preparación a quienes, por su origen social, tendrán mayor posibilidad de acceder a los puestos de dirección; y una mediocre y escasa preparación a quienes, también por sus origen social, no podrán hacerlo. La jerarquización del trabajo se impone, de manera similar, en los organismos de administración y funcionamiento del sistema escolar. De allí que en el Ministerio de Educación, en cada institución educativa y en cada escuela, exista una división de funciones que deja en manos de los organismos centralizados la planificación y la toma de decisiones; mientras los docentes de base son simples ejecutores y aplicadores de programas, normas y reglamentos (ob. cit., pp. 300-301).

En cambio, el *Liceo Bolivariano* abre algunos espacios para que los docentes de cada una de las áreas del conocimiento discutan y tomen decisiones sobre el enfoque, los problemas, las formas de integración de las disciplinas, y la evaluación; fomentando, de esta manera, el trabajo colectivo –y no el individualismo (característico también de la Sociedad Industrial).

Así, el diseño curricular del *Liceo Bolivariano* lo podemos definir como

166 Ministerio de Educación (1986).

abierto. Sin embargo, este carácter abierto no ha sido bien percibido por parte de las/los profesores de la entonces denominada Educación Media General de nuestro país, quizás por factores como la costumbre de manejar un diseño curricular compartimentado, súper-especializado y súper-estructurado en los distintos niveles del Sistema Escolar, así como en la Universidad, y la resistencia a los cambios y las transformaciones; visión que concuerda con la consolidación del *statu quo* desde la Institución escolar (en especial con las funciones mercantilista y hegemónica/tecnócrata del conocimiento desde la educación matemática), tesis que hemos criticado en los *capítulos* previos. Además, se destaca el *trabajo por proyectos* como la metodología didáctica que puede mediar en las transformaciones educativas que contempla el *Liceo Bolivariano*, considerando sus relaciones con la formación, la investigación y la proyección social (metodología que fue central para nuestra praxis). Sin embargo, no se excluyen otras metodologías de trabajo en el contexto del aula, como la resolución de problemas, por ejemplo.

Los Libros de Texto y el Saber

Uno de los elementos del Diseño Curricular que mayor influencia tiene en la praxis es el libro de texto, incluso más que los programas y las políticas educativas que dicta el Ministerio de Educación. En este sentido, en Serrano (2009) reportamos un estudio sobre las actividades matemáticas o protomatemáticas propuestas en una selección de siete libros de texto del primer año del Liceo, así como los tipos de saber o de conocimiento al cual se asocian. Todos los libros de la selección están disponibles en la Biblioteca de la *UEN Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* y fueron parte de las referencias que utilizaron las/los estudiantes en el marco de sus proyectos[167].

Las ideas que siguen tienen que ver con la pregunta: **¿Qué tipo de saber se corresponde con las actividades expuestas y propuestas en los libros de texto de matemáticas?**

Entre las relaciones de los libros de texto con las funciones del conocimiento que se exponen en Serrano (2009) encontramos: la estructura del texto, la naturaleza de los ejemplos, problemas y actividades expuestos y propuestos, del lenguaje matemático utilizado y, el papel de la educación que es implícito al libro. Destacamos el hecho de que **ninguno de los libros de texto se orienta a abordar problemas del entorno regional, nacional o mundial.** Es en las secciones sobre *estadística* que los autores incluyen algunos problemas que se basan en tablas de datos sobre el crecimiento de la población en el mundo, el número de afectados de cierta enfermedad en algún grupo, etc. Pero, son actividades puntuales; no forman parte de un conjunto de experiencias o de proyectos de investigación que permitan abordar el problema al menos con profundidad (o desde un enfoque interdisciplinario). Así, problemas como el consumo de alcohol en la población venezolana, el de drogas, los accidentes de tránsito, la evolución de ciertas enfermedades (dengue, hepatitis, tuberculosis, sida, diabetes, o las cardiovasculares) que forman parte de la realidad venezolana, son omitidos en su totalidad. Somos de la siguiente idea: el estudio con rigor y profundidad de las ideas matemáticas en el Liceo y en la

---

167 Justo dos años después se publicarían los libros de texto de Matemática en el marco de la Colección Bicentenario por parte del Estado Venezolano.

Escuela (observación que extendemos también a la Universidad) bien puede emprenderse abordando problemas del entorno. En el seno de las matemáticas profesionales son muchos los ejemplos al respecto.

El arte es también una fuente invalorable de ideas y proyectos para la educación matemática. Solo uno de los libros de la selección expone una obra de arte como inicio para la discusión y para plantear problemas. Podemos hacer una observación similar para cada una de las disciplinas del conocimiento contempladas en el currículo del Liceo. Esto es, un enfoque interdisciplinar contribuiría a estudiar con profundidad algún problema del entorno que posea *riqueza matemática*.

Ninguno de los libros de texto abre espacios para que los estudiantes expresen sus ideas o concepciones sobre conceptos, métodos o aplicaciones de éstos en la vida cotidiana.

En este sentido, **no podemos hablar de que los libros de texto se orienten a desarrollar la crítica** [en el sentido en que la definimos en Serrano (2005a)]. La crítica y el contexto histórico, social, económico y cultural tienen estrechas relaciones. Los libros de texto de la selección se centran en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, en la solución de problemas en los que los estudiantes deben buscar un método adecuado para resolver ciertos problemas, así como en el desarrollo de algunos de los procesos del pensamiento matemático (representación, análisis, deducción, entre otros).

Los problemas del entorno llevarían con facilidad a crear ambientes de discusión en el aula en los que se debatan ideas matemáticas o no.

Todos los libros de texto exponen ejercicios y problemas, solo dos de los textos se caracterizan por hacer cierto énfasis en los ejercicios.

En uno de los libros cada ejemplo se organiza en DATOS, ECUACIÓN y SOLUCIÓN. Esquema que signa a muchos de los libros de texto de matemáticas en la Escuela. Consideramos que dicho esquema se asocia a la visión algorítmica, es decir al hecho de:

(1) Enunciar todos los datos del problema.
(2) Aportar la ecuación (o fórmula) que resuelve el problema.
(3) Aplicar la fórmula (sustituir en ella algunos datos y obtener su solución “despejando” la variable[168]).

Los estudiantes pueden generalizar este esquema a todos los problemas. Así, cualquier tipo de problema:

a. Tiene solución y es única,
b. Se relaciona con una única incógnita,
c. Expone en su enunciado todos los datos,
d. Tiene una ecuación o fórmula que lo resuelve.
e. Su solución se obtiene “despejando” la variable.

La visión que describen los puntos (a), (b), (c), (d) y (e), deja por fuera una gran variedad de problemas de la matemática escolar si seguimos el enfo-

168 Cuando hacemos referencia al término “despejar” no nos referimos simplemente a evaluar o a calcular, aún cuando en el esquema descrito aplicar una fórmula implique solamente sustituir datos y calcular.

que sociocultural de la educación matemática [tal como Bishop (1999)], el crítico [ver, por ejemplo Mellin-Olsen (1987), Skovsmose (1999) y Mora (2005)], o incluso, desde otras concepciones de las matemáticas que la asocian al ámbito de los matemáticos de profesión.

Por otra parte, se dan distintas estructuras en los libros seleccionados: (1) Actividad inicial, definiciones, ejemplos, actividades; (2) Comentarios, definiciones, ejemplos, ejercicios y reseñas; (3) Comentarios, definiciones, ejemplos, ejercicios y referencias desplegadas en cuadros; (4) Definiciones, comentarios, definiciones, ejemplos, actividades; (5) Definiciones, ejemplos, actividades; (6) Lista de contenido, comentarios, preguntas, comentarios, definiciones, actividades y, recordatorios y preguntas desplegadas en cuadros; y (7) Definiciones, problemas, recordatorios (que constan de comentarios, definiciones e ideas).

En general, los libros de texto buscan romper con la estructura exposición-ejemplos-ejercicios haciendo preguntas durante la exposición de ideas, comentando sobre la agrimensura, el arte o presentando ejemplos antes de exponer definiciones, desplegando cuadros con ideas o preguntas, y proponiendo construcciones. Aunque solo una obra puede identificarse con la estructura exposición-ejemplos-ejercicios. En otro de los libros de texto es notorio que casi todas las actividades propuestas a los estudiantes tienen que ver con el trabajo con el Tangram.

La estructura de un texto puede guardar relación con el papel de la educación que concibe el autor.

Por ejemplo, ciertas actividades junto con las concepciones de las/los estudiantes sirven a la conceptuación. Hay definiciones, como la de *área*, que se prestan a la discusión del grupo y a la construcción de ideas. En estos casos, una estructura lineal como la *centrada en la exposición del autor – ejercicios de las/los alumnos* limita el desarrollo de algunos procesos del pensamiento[169], así como la actividad práctica.

Este punto se vincula con la influencia del *movimiento de la matemática moderna* en el currículo de Escuelas, Liceos y Universidades en un gran número de países, entre los que se encuentra el nuestro. Además del concepto de área, son muchas las ideas de la matemática escolar que fácilmente se abordarían desde estructuras "no lineales". Ello, de alguna manera, debería encontrar reflejo en los libros de texto.

En cuanto al lenguaje matemático utilizado: las siguientes observaciones se concentran en la idea de representación[170]. Cinco de los libros de texto exponen fundamentalmente representaciones prototípicas (Beyer, 2006b). Esto es, por ejemplo, siempre disponen los triángulos con uno de sus lados paralelo a una horizontal imaginaria (la dada por la base del libro de texto). Ello es así para los triángulos, rectángulos, trapecios, rombos, pentágonos, hexágonos, etc. En dos de los libros de texto se dan algunas representaciones de triángulos, rectángulos y trapecios que no son prototípicas.

Pensar que las representaciones prototípicas no afectan la comprensión de los conceptos de cada una de estas figuras geométricas es en realidad un

169 Tal es el caso de la imaginación, visualización, generalización, abstracción, entre otros.

170 Para un análisis profundo del lenguaje matemático en el contexto del aula ver Beyer (1994).

error. El estudiante, de esta forma, asocia el hecho de representar la figura con uno de sus lados paralelo a la horizontal que define la base del libro (o de la pizarra), como parte del concepto (ver Serrano, 2005d). Entonces, las representaciones de los objetos matemáticos no son neutrales para ciertos niveles de la educación y dependiendo del desarrollo del pensamiento matemático.

Esta observación puede hacerse también para el punto, la recta, el segmento, el rayo, el ángulo, etc.

Es recomendable que el o la profesora y los libros de texto expongan diversas y distintas representaciones de los objetos matemáticos; en nuestro caso, de los polígonos.

En cuanto al papel de la educación: hemos discutido algunas ideas relacionadas con las preguntas ¿se centra el libro de texto en los ejercicios?, ¿se orienta a la crítica o a abordar los problemas del entorno? y ¿buscan el desarrollo de la actividad práctica? Sin embargo, surgen otras nuevas ¿cuándo puede decirse que un texto se asocia al dar/recibir información o a consolidar el statu quo? ¿Cuándo podemos decir que un libro de texto se orienta a desarrollar la actividad y la crítica en función de la transformación de la mujer y del hombre y de la sociedad? En efecto no habrá respuestas únicas a ellas. De hecho, desde las diversas corrientes pedagógicas y filosóficas de la educación y de la educación matemática se dan respuestas distintas y contrapuestas. Somos del criterio de que la educación no es neutra políticamente. Suponer lo contrario violenta la naturaleza de la educación y la de la misma mujer y del hombre[171] y conlleva a trabajar exclusivamente con problemas que no se vinculan con el entorno y la realidad histórica y sociocultural, con la naturaleza crítica de la sociedad moderna, sus desigualdades e injusticias; a limitar la actividad de los estudiantes a una imagen de la actividad profesional en matemáticas; y a no reconocer el potencial papel de las matemáticas en la comprensión y transformación de la sociedad y de la mujer y del hombre en sí.

La idea de las matemáticas escolares como ejemplo de la neutralidad política de la educación se corresponde con la tesis del dar/recibir[172] o con la consolidación del statu quo[173]; así caracterizamos a los libros de texto estudiados –nos referimos a la sección "área".

Claro, es justo observar que en todos los casos el interés se encuentra en el desarrollo de los procesos del pensamiento matemático, en la comprensión de conceptos y en la resolución de problemas. Pero, somos de la idea de que este interés debe ligarse al compromiso sociopolítico de la educación.

Además, dos de los libros de texto aún cuando tienen una proporción "importante" de actividades matemáticas o protomatemáticas (en comparación con las proporciones del resto de los textos) se asocian con algunas de las características propias de la función mercantilista y hegemónica/tecnocrática del saber o del conocimiento matemático. Las actividades matemáticas o protomatemáticas deben complementarse con una visión sociopolítica de la educación matemática.

Por otra parte, ninguno de estos libros de texto propone proyectos a los estudiantes.

---

171 Ver los trabajos de Aristóteles.

172 Ver los trabajos de Paulo Freire (1969, 1970, 1974, 1975, 1978 y 1990).

173 Adorno (1998).

1.2 Visión Institucional

Planes Institucionales de Formación

El estudio de la *Visión Institucional* abarcó (a) los planes institucionales de formación de las/los profesores del área Ciencias Naturales y Matemática y (b) las concepciones de las/los profesores de esta área relacionadas con la metodología de trabajo por proyectos en la institución, sobre su cambio a *Liceo Bolivariano* y sobre la educación matemática.

En la Figura que sigue presentamos las categorías que surgieron de las entrevistas aplicadas a tres docentes de Ciencias Naturales y Matemática que laboran en la Institución, asociadas a los planes institucionales de formación de profesores.

La categoría "reuniones" la contemplamos previamente, aunque con la denominación "actividades", y formó parte del guión de la entrevista. Las restantes cinco categorías se corresponden con las ideas de las/los profesores entrevistados.

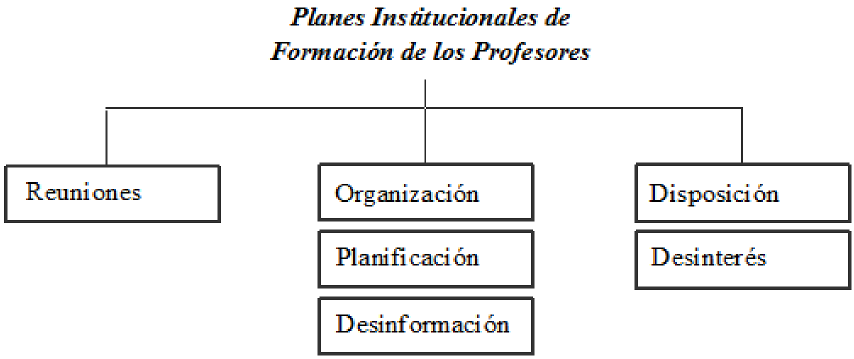


Figura 31. *Categorías correspondientes a los planes institucionales de formación de los profesores de Ciencias Naturales y Matemáticas. Basado en las networks de Atlas ti.*

Categoría 1: Reuniones. El proceso de transformación curricular que sirvió de marco al desarrollo de los proyectos en nuestra investigación, específicamente el *Liceo Bolivariano* (Ministerio de Educación y Deportes, 2004), implicó una serie de cambios en la estructura física del *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo*, y planteó otros de naturaleza administrativa y docente. Las entrevistas que aplicamos a tres docentes ("Helena", "Ana" y "Francisco") se concentraron en los cambios de tipo administrativo y docente, no en la infraestructura; en éstas se expusieron ideas y planteamientos que asociamos a la categoría *reuniones*.

En el primer Consejo de Docentes del año escolar 2006-2007 (20-9-2006), llevado a cabo dos días antes de la reinauguración del *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* por parte del Ministro de Educación y Deportes (22-9-2006), además de elegirse las comisiones de sustanciación, consultiva, enlace pedagógico, enlace con la comunidad, revisión de documentos, el comisionado del programa de alimentación escolar, y de informar aspectos técnicos para el inicio de las actividades educativas (fechas de inscripción, presentación de pruebas de revisión y evaluación en el marco de la Educación Bolivariana), se acordó observar (para el 25-9-2006) una serie de videos sobre el funcionamiento del Liceo Bolivariano, y además, se conformaron mesas de trabajo para discutir sobre las transformaciones curriculares que implicaba el *Liceo Bolivariano*. En este punto, la directora del plantel expresó "es menos fastidioso verlos [se refirió a los videos] en los casetes [pues están disponibles en 4 casetes en formato *vhs*, y en 2 *dvd*]". Sosteniendo que "hay que imaginar que vamos al cine [...] porque si no nos vamos a aburrir. Sería insoportable".

Helena, Ana y Francisco sostuvieron que se llevaron a cabo unas primeras reuniones por cada una de las áreas del conocimiento que señalaba el *Liceo Bolivariano* (atendiendo a la conformación de las mesas de trabajo), en las que se dio información general sobre los cambios curriculares que se implementarían. Estas reuniones se realizaron al inicio del año escolar 2006-2007 (en el mes de octubre) y la intención era que las mesas impulsaran la discusión de todos los profesores de la Institución, así como de otros miembros de la comunidad (madres, padres y representantes, estudiantes y otras/os vecinas/os). Sin embargo, Helena expresó que "H: comenzamos con unas primeras reuniones donde nos informaron del cambio del Liceo Tradicional al Liceo Bolivariano. También hubo unas reuniones con la finalidad de elaborar un proyecto, se hicieron también reuniones con grupos de trabajo pequeños con la finalidad de cruzar información sobre qué es un proyecto, cómo se realiza un proyecto, la parte de desarrollo endógeno y toda la nueva información sobre Liceos Bolivarianos. Eso partió de nosotros, porque de ninguna persona… una sola vez vinieron dos personas del Ministerio de [del Poder Popular para la] Educación a darnos, una mañana, una charla sobre proyectos". Al respecto, la profesora Ana agregó que "A: Yo recuerdo que nos reunimos en la biblioteca [con un representante de la Zona Educativa]. Quizás algunos profesores no vinieron porque no tenían el horario en ese momento"; no obstante, "A: [la información fue] muy general, muy por encima, de lo que eran los Liceos Bolivarianos. Pero no realmente centrado en el trabajo en sí de los proyectos. Esto último lo fuimos aprendiendo nosotros con el trabajo diario". Además, "A: las mesas de trabajo no llegaron nunca a concretarse"; "F: No se hizo nada. Esas comisiones no funcionaron".

Esta situación caracterizó todo el período denominado *de contingencia*, el cual se había previsto que abarcara desde el inicio del año escolar 2006-2007 hasta el mes de diciembre de 2006, e incluso, signó todo el año 2007. Período que se había previsto para discutir sobre las transformaciones curriculares que implicaba el *Liceo Bolivariano* y para comenzar a desarrollar colectivamente proyectos en cada una de las áreas del conocimiento.

Categoría 2: Desinformación. Esta categoría también surgió al preguntar a los docentes sobre las actividades que se habían realizado en la Institución en correspondencia con la transformación curricular. Todos coincidieron en que hubo desinformación sobre los cambios y transformaciones curriculares que debían implementarse; en este punto, la observación de Helena es importante para caracterizar el contexto en el que desarrollamos los proyectos: "H: […] lo que pasa es que si la información no llega a todo el mundo, si uno no está informado no sabes qué hacer. Y el cambio, si no está informado, preocupa y asusta. Todo cambio preocupa y asusta. Pero si tienes la información, te adaptas más fácil al cambio; ahora si estás desinformado, pues te niegas… pones problemas…". De hecho, aparte de las reuniones que se dieron, y del Consejo de Docentes de comienzos del año escolar, solamente se realizó un taller (dictado por un profesor de la Unidad Educativa "Gran Colombia") y un conversatorio (dirigido por un representante de la Zona Educativa[174]).

"A: […] Al principio […] no teníamos información respecto de lo que eran los Liceos Bolivarianos, posteriormente, un profesor que trabaja aquí se puso en contacto con un profesor (familiar) que trabaja en la Unidad Educativa Gran Colombia, donde ellos habían comenzado como Liceo piloto y ya tenían información; tenían experiencia. Él vino a la institución y nos dictó un taller. El taller era precisamente sobre la estructura de los Liceos Bolivarianos, lo que es el diagnóstico, los proyectos educativos integrales comunitarios, etcétera". Esta iniciativa fue de algunos docentes de la Institución, mas no de la Dirección o de la Zona Educativa.

Al respecto, Francisco señaló que "F: No se dio una buena preparación a los docentes de forma general. Se dejó hacer… el lema era ser creativo, trabajar por proyectos; pero si tú nunca has trabajado por proyectos no sabes qué son competencias [potencialidades] y nada más […] entonces tú quedas que no sabes qué hacer. Te dicen *sea creativo*, […] evaluación cuali-cuantitativa, trabaje por proyectos… […] ¿Qué se debió hacer? Revisar los programas y cómo se trabaja en la primera y segunda etapa [Educación Primaria]… pero para mí, faltó preparación, una inducción como debe ser, qué es lo que se hace, cómo se hacen los proyectos, cómo se hace el PEIC[175], cómo se hace un proyecto de aula. No saben cómo se hace; claro tú tienes una idea general, pero en sí, no saben porque no hay una verdadera inducción". Ana agregó que "A: Por ejemplo, yo recibí hoy a los alumnos y les estuve hablando de eso [del Liceo Bolivariano y de la transformación curricular]; pero fue información que he ido recogiendo de Programas como *Aló Presidente*, entre otros documentos, pero no es porque se haya traído la información aquí".

La desinformación a la que se refieren los profesores Helena, Ana y Francisco, también se dio luego del período de contingencia; de hecho, se dio durante todo el año escolar 2006-2007.

Categoría 3: Planificación. Otra de las ideas centrales que se planteó en las entrevistas fue la planificación. La profesora Helena consideró que las reuniones y mesas de trabajo debieron seguir lineamientos de la Dirección:

> W: […] ¿CUÁLES DE ESTAS ACTIVIDADES[176] PIENSAS QUE PUEDEN MEJORARSE EN FUNCIÓN DE LAS DEBILIDADES OBSERVADAS?
>
> H: Yo pienso que lo que debe mejorarse y que va a contribuir a mejorar todas esas debilidades es crear el espacio. Primero comenzar por crear el espacio para que los profesores podamos reunirnos. Una vez que tengamos ese espacio ya definido… este… ok… este día es la reunión, este día tenemos que estar todos, y enfocarnos a eso con temas concretos. Porque ya lo que es la… yo creo que todos tenemos claro la concepción de la Educación Bolivariana; unos más que otros o lo que sea. Pero ya todo el mundo está claro en eso. Yo pienso que en lo que hay que abocarse es en la construcción de los proyectos; en lo que es la parte de los proyectos de

174 Ya referido por la profesora Ana.

175 PEIC: Proyecto Educativo Integral Comunitario.

176 Me refiero a las mesas de trabajo, talleres y reuniones.

desarrollo endógeno, en la parte del ambiente.

W: ¿CÓMO SE CREA ESTE ESPACIO?

H: Yo pienso que debe venir de la dirección, que es la que debe promover eso. De: mira… vamos a hacer estas reuniones tales y tales y cuantos días... obligatorias… porque si no: ¿cómo vamos a ponernos para correlacionar objetivos, para hacer una red semántica, para los contenidos, para todas esas cosas, para que todos vayan por una sola línea?; no que cada quien sea autónomo en su aula y se aísle: bueno… yo doy esto y bueno… porque yo voy a dar esto. No, la idea es que todos nos reunamos, correlacionemos, veamos qué proyectos vamos a montar, cómo lo vamos a hacer…

A comienzos del año escolar 2006-2007 se asignaron horas de planificación a todas/os las y los profesores, de acuerdo con las disposiciones del Ministerio de Educación (así llamado entonces); descargándolas de su horario docente. Esto fue muy bien percibido por todos, pues tradicionalmente esto no se hacía. Incluso, el espacio para planificar contemplaba la investigación, considerando que la metodología de trabajo por proyectos (metodología destacada en el *Liceo Bolivariano*) implicaba la formación continua de estudiantes y profesores.

Sin embargo, los horarios de planificación de las/los profesores de una misma área de conocimiento, tal es el caso de Ciencias Naturales y Matemática, se dispusieron de manera que no coincidieran. Como argumentos, la Dirección sostuvo que "de esta manera los profesores no perderían tiempo". Así, por una parte, el *Liceo Bolivariano* promovía el trabajo colectivo, y por otra, desde la Institución, se acentuaba el trabajo individual. "H: ¿Cómo planificas tú solo? Tienes que planificar en conjunto. Precisamente lo de los proyectos y el desarrollo endógeno tiene que ver con la planificación en conjunto, en equipo. El trabajo comunitario no lo hace una sola persona. Yo no te puedo decir: mira aquí está mi proyecto, esto es lo que vamos a hacer".

Esta forma de administrar desde las Instituciones Escolares los cambios y transformaciones curriculares puede corresponderse con la concepción del/de la profesor/a como ente individual en el proceso de aprendizaje/enseñanza de las matemáticas, como fuente única del saber a enseñar, y como transmisor del conocimiento[177]. Es la visión del profesor como "dador de clase".

Para la profesora Ana, es primordial "A: que la organización se haga más efectiva dentro del Liceo. Que realmente las actividades que se planifiquen se lleven a cabo. Que exista el tiempo también, que se abra ese espacio de tiempo que es necesario para poder realizar las planificaciones". Además, señaló que más allá de las reuniones y talleres, deberían realizarse cursos de nivelación en los que participen todos los profesores.

Categoría 4: Organización. Ahora bien, los profesores Helena, Ana y Francisco señalaron que junto con la planificación, la organización debe constituir un elemento importante para desarrollar y concretar algún plan de formación institucional en el área de Ciencias Naturales y Matemática, así como en las demás

177 Ver la descripción que hicimos de la función mercantilista del saber en educación matemática.

áreas[178]. "H: Si no hay el espacio para eso, cada quien va a seguir por su lado y entonces tú sigues trabajando tu Matemática abstracta, yo doy mi Biología sin ocuparme de si escribió bien o si sabe contar, o si el problema de la comunidad es la basura [...]". "A: [...] yo creo que las cosas bien organizadas se dan como debe ser, mientras que la improvisación lo que trae es que existan fallas en los procesos y que las cosas terminen como no es lo deseado. Entonces yo creo que debería haber más organización entre esos entes[179] que permitan que le llegue la información a quien está directamente en contacto con los alumnos, que es quien va a desarrollar ese trabajo efectivamente".

Podría plantearse que la organización escolar es una actividad que debe y puede ser llevada por los profesores de acuerdo con sus particulares formas de interacción, intereses, responsabilidades y formación; mas no depender de los lineamientos de la Dirección. No obstante, debemos considerar que en la Escuela y en el Liceo no se han creado espacios para la discusión, reflexión e investigación. Prevalece más bien la visión del profesor como "ente individual" y la concepción de éste como "dador de clase": el profesor trabajando en *su* aula con *sus* estudiantes; sin espacios para el trabajo colectivo.

Categoría 5: Desinterés, y *Categoría 6: Disposición.*

> W: RECUERDO QUE EN UNA DE LAS ASAMBLEAS DE PROFESORES SE VIERON ALGUNOS VIDEOS SOBRE LOS LICEOS BOLIVARIANOS… ¿QUÉ NOS PUEDES COMENTAR AL RESPECTO?
>
> H: Se dieron las jornadas para los videos. Unas jornadas en el turno de la mañana y otras en la tarde. Pero en la que me toco a mí, que fue en el turno de la tarde, simplemente se vieron los videos y no hubo discusión de nada. No sé si en la mañana se habrá hecho con discusión. Pero en el turno de la tarde fue nada más ver los videos y más nada.

Las jornadas para ver los videos fueron las únicas que se concretaron durante el período de contingencia, e incluso, durante todo el año escolar 2006-2007. Pero, las/los profesores Helena, Ana y Francisco señalaron que no hubo discusión al respecto.

Por otra parte, algunos/as profesores/as de la Institución, han participado en series de talleres ofrecidos por el CENAMEC (sobre educación por proyectos y el Sistema Educativo Bolivariano); de éstos, cuatro son del área de Ciencias Naturales y Matemática[180]. "A: Pero ha sido por su libre albedrío [...], pero no han convocado al resto del personal". Situación que también se relaciona con el estado de la planificación y organización que se dio en la Institución durante el período referido, lo cual asociamos a la categoría *desinterés*.

---

178 El diseño curricular del *Liceo Bolivariano* se organiza en: (1) Ciencias Naturales y Matemática, (2) Ciencias Sociales, Ciudadanía e Identidad, (3) Lengua, Cultura, Comunicación e Idiomas, (4) Educación Física, Deporte, Ambiente y Recreación, y (5)Educación en y para el Trabajo Liberador para el Desarrollo Endógeno Soberano (Ministerio de Educación y Deportes, 2004, pp. 56-57).

179 Se refiere al *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo*, a la Zona Educativa y al Ministerio de Educación.

180 Área en la que laboran 11 profesoras/es.

Durante el período de contingencia se plantearon algunas propuestas que consistían en realizar talleres en la sede del Liceo, invitando a facilitadores de otras Instituciones. "F: Hablé con un profesor que trabaja en la AVEC[181] y acordamos que vendría el 16 de enero [de 2007]. Yo ya había recogido la información y pregunté a las personas que estaban dispuestas a participar. El sondeo se hizo entre los docentes, administrativos, obreros y otros miembros de la comunidad. La condición era que participaran todos [...] La gente estuvo dispuesta, entonces llevé la propuesta a la dirección y se le dio largas. Al final no se dio. Volví a intentar y no se dio".

Ya en 2007, culminado el período de contingencia, solo algunas/os profesores comenzaron a conformar colectivos, incorporando la metodología de trabajo por proyectos, y vinculando la formación en su área de conocimiento con otras áreas y con el contexto local, regional o mundial. "H: Cuando arrancamos en enero hubo pocos profesores que quisimos arrancar con eso". El documento *Liceo Bolivariano* (Ministerio de Educación y Deportes, 2004) expone algunos lineamientos generales para el diseño curricular, entre ellos: (a) concepción del conocimiento: éste se debe considerarse como una forma de organizar, relacionar y contextualizar la información; no como un conjunto de parcelas disjuntas –hecho que ha sido característico en la Escuela y en el Liceo, (b) se plantea que debe hacerse énfasis en que los jóvenes y adolescentes desarrollen una aptitud para plantear y resolver problemas y principios organizadores que permitan vincular los saberes con la realidad, y (c) se destaca a la metodología de trabajo por proyectos como la espina dorsal de la pedagogía, así como una forma de articular la formación, la investigación y la proyección social.

Así, el desinterés y la disposición se dieron de forma conjunta en la comunidad de profesores de la institución durante el año escolar 2006-2007.

La disposición encontró ejemplos en el trabajo colectivo que llevaron a cabo algunos profesores del área Ciencias Naturales y Matemática, así como de otras áreas, en la participación individual en algunos eventos especializados en educación matemática organizados por el CENAMEC, la Universidad Pedagógica Experimental Libertador y ASOVEMAT-Región Capital, así como en la reflexión y actividad desarrollada en el contexto del aula.

Las categorías reuniones, desinformación, planificación, organización, desinterés y disposición, tal como hemos visto, aportan algunos elementos para describir el marco institucional que envolvió el desarrollo de los proyectos en el primer año del Liceo.

Concepciones de las y los Profesores

Otra de las entrevistas la aplicamos a otras/os tres profesoras/es que laboran en el Liceo (también del área Ciencias Naturales y Matemática); que aquí etiquetaremos con "Carmen", "Vicente" y "Rosa" –para distinguirlos de "Helena", "Ana" y "Francisco". En ésta se obtuvo información sobre la concepción que tenían de los proyectos y sus experiencias al respecto, así como sobre sus ideas de la forma de implementar esta metodología; la cual organizamos en seis categorías: (1) proyectos, (2) interdisciplinariedad, (3) experiencias con proyectos, (4) matemáticas en los proyectos, (5) fortalezas y, (6) debilidades.

Las categorías (2) y (4) surgieron de la interacción con las y los profesores

181 AVEC: Asociación Venezolana de Educación Católica.

entrevistadas/os; las restantes, estaban ya contempladas en el guión de la entrevista.

De seguidas describimos cada una de estas categorías.

Categoría 1: Proyectos. Dos de los profesores aportaron ideas generales sobre qué es un proyecto. "C: ……Yo siento que es una forma de trabajo donde los docentes y los estudiantes realizan actividades novedosas a partir de un problema de su entorno o de su comunidad", y "R: Un proyecto es el conjunto de acciones organizadas y deliberadas que permiten aplicar y adquirir conocimientos". En cambio, Vicente, señaló que "V: Un proyecto es una metodología de trabajo en el aula. Su característica esencial es que se basa en la investigación de los estudiantes y del mismo profesor… Los proyectos tienen una duración muy variable, dependiendo de factores como el tema, los contenidos, la profundidad con que se toquen, los recursos, entre otros. El tema o problema que aborden también es muy variable, pero fundamentalmente es un tema o problema del contexto, de la realidad. Se trabaja en pequeños grupos y se pueden distinguir las etapas de discusión, planificación, desarrollo y reflexión".

Naturalmente, no podemos juzgar como incorrectas o correctas cada una de estas ideas, pues existen muchas posiciones teóricas-metodológicas sobre qué es un proyecto. Sin embargo, éstas explicitan la concepción de C, V y R al respecto. Por ejemplo, se destacan las ideas de "forma de trabajo", "actividades novedosas", "acciones organizadas y deliberadas", "metodología de trabajo", "basados en la investigación tanto de los estudiantes como de los profesores" y "vinculados al entorno" (Figura 32) [Aunque debemos observar que también pueden darse proyectos *dentro* de la matemática escolar; es decir, sin que partan de la realidad].

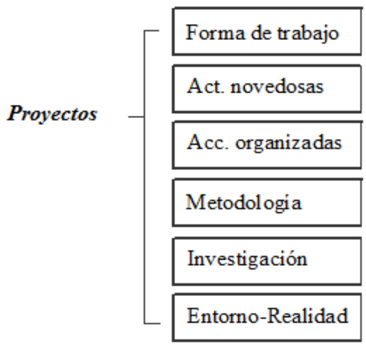


Figura 32. *Concepciones sobre los proyectos en Ciencias Naturales y Matemática. Ideas de los profesores C, V y R sobre la naturaleza de los proyectos.*

Estos profesores expresaron que su conocimiento sobre los proyectos en Ciencias Naturales y Matemática obedece a su participación en talleres ofrecidos por el CENAMEC, a algunas lecturas especializadas, así como con su propia experiencia; pero no con sus estudios de grado.

Por otra parte, observamos que Vicente señaló que en los proyectos se pueden distinguir cuatro etapas (discusión, planificación, desarrollo y reflexión); al respecto, Frey (1995) y a Mora (2004), hablan de seis etapas: iniciativa, discusión, planificación, desarrollo, culminación y reflexión. Luego de la entrevista, comentamos esta relación y Vicente acotó que tenía como material de referencia un artículo del Dr. David Mora, titulado *Transformación educativa y el método por proyectos*[182]; el cual es central en nuestra investigación.

Con Carmen, Vicente y Rosa, intercambiamos ideas sobre el desarrollo de los proyectos en el curso 1A hasta su culminación; de allí la importancia de obtener información de sus concepciones sobre esta metodología de trabajo.

Categoría 2: Interdisciplinariedad. Para Carmen, Vicente y Rosa, la interdisciplinariedad es una característica del trabajo por proyectos: "C: [...] las áreas de Matemáticas y Ciencias son muy fáciles de relacionar con los contenidos programáticos y su aplicación se da por sí misma", entendiendo una relación *natural* entre las Matemáticas, Biología, Química y Física. Y Rosa sostuvo la necesidad de "R: [...] integrar las áreas del conocimiento que se desarrollan a partir de un tema", y no únicamente las que se agrupan en el área Ciencias Naturales y Matemática; una posición similar tuvo Vicente:

> W: ¿CÓMO PUEDE DESCRIBIRSE UN PROYECTO EN EL ÁREA DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA?
>
> V: Un proyecto en el área de Ciencias Naturales y Matemática tiene las mismas características que comenté, con el agregado de que las Ciencias y la Matemática son centrales en ellos; aunque esto no impide que el proyecto se relacione con otras áreas del conocimiento como la Historia, la Geografía, la Tecnología, las Artes, y otras.

Estas ideas concuerdan con uno de los principios que plantea Mora (2002, 2004) para la educación matemática (precisamente, la interdisciplinariedad).

La interdisciplinariedad es uno de los principios a los que debe propender el diseño curricular que se expresa en los programas, planes y libros de texto, así como en el currículo que se concreta en la práctica; ésta es una de las vías para transformar el diseño curricular compartimentado, súper especializado y distanciado de la realidad.

La agrupación en áreas de conocimiento que propone el *Liceo Bolivariano* representa una forma de promover la interdisciplinariedad –al menos desde un plano normativo (pues ya vimos que en la Institución, los horarios de planificación/discusión/reflexión de los profesores de una misma área no coincidían –lo cual limitó en gran medida el trabajo colectivo).

La interdisciplinariedad se corresponde con el trabajo colectivo y cooperativo de los profesores, así como de otros miembros de la comunidad educativa: madres, padres y representantes, personal de servicio, directivo, administrativo, entre otros. Implica no solamente la integración de las disciplinas en las que se ha organizado el currículo de la Escuela y del Liceo, sino también el re-establecimiento de los vínculos naturales entre éstas y la realidad. –Hablamos de re-establecimiento por el hecho de que es la Institución Escolar (asociada a las políticas educativas del Estado) y desde los modelos de Sociedad Industrial y Capitalista que el diseño curricular ha roto las relaciones entre las disciplinas y de éstas con el mundo.

La interdisciplinariedad se contrapone a los patrones de formación de un

182 Ver Míguez, López, Serrano y otros (2006).

hombre/mujer Individual, Taylorizado(a), Bancario(a) o Explotador(a) que las Sociedades Industrial y Capitalista han impuesto al sistema educativo alrededor del mundo [ver la sección La Especialización, el Concepto de Mujer y de Hombre y la Realidad –Capítulo I].

Categoría 3: Experiencias con proyectos. El diagrama que sigue (Figura 33) muestra las experiencias sobre el trabajo con proyectos que han tenido Carmen [4:3 y 4:4], Vicente [2:3] y Rosa [3:8] en nuestra Institución.

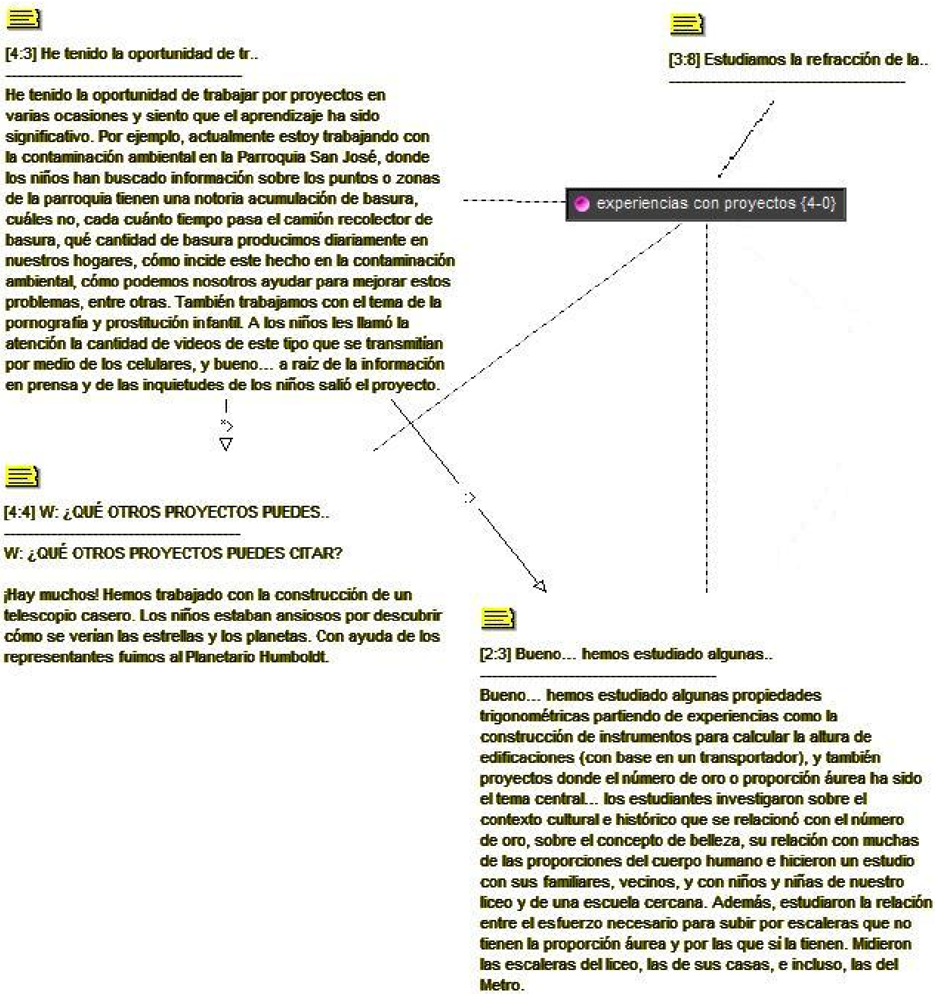


Figura 33. *Experiencias sobre el trabajo con proyectos.*

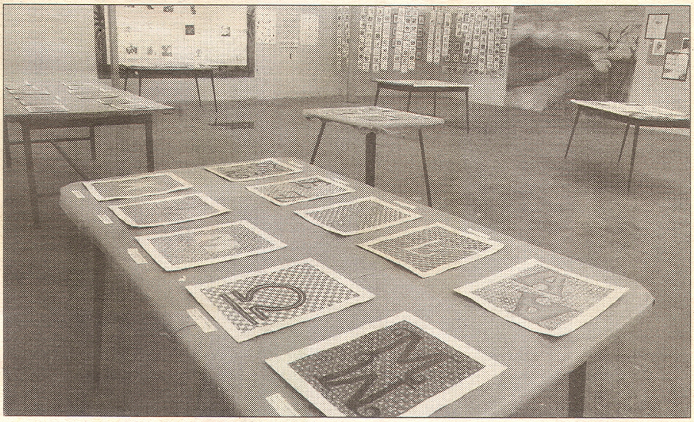
En estas experiencias destacan temas como [4:3 y 4:4] la basura, la pornografía y la prostitución infantil, la observación del espacio, [2:3] el número de oro (o proporción áurea) y [3:8] la "capacidad lumínica" de las bombillas de los postes ubicados en avenidas y calles cercanas a la Institución, y la refracción de la luz a través de un prisma.

EDUCACIÓN | COMUNIDAD DEL PLANTEL ABRE ESPACIOS DE PARTICIPACIÓN PARA SOLUCIONAR PROBLEMAS

Estudiantes buscan dejar sus huellas en el Agustín Aveledo

| Elaboran tesis sobre **realidad que los afecta** directamente

| Llevan rato **esperando respuesta** de autoridades



INICIATIVA Acondicionaron algunas aulas para exposiciones fotográficas. ÁLVARO ÁLVAREZ

LORENA FEREIRA

Caracas. Los alumnos del quinto año del liceo Agustín Aveledo decidieron realizar su tesis de grado en relación a las necesidades del plantel, con el fin de buscarle solución a los problemas que confronta.

En la investigación realizada, con el apoyo de los docentes del área de Biología, se encontraron problemas puntuales como la falta de un comedor, servicio odontológico, timbre, y la urgente dotación de la biblioteca.

El docente Dorian Bracovich explicó que le propusieron a los estudiantes temas vinculados con una realidad social, y la mayoría coincidió en que le preocupaba "el mal estado de la infraestructura del liceo y que deseaban dejar una investigación con una serie de propuestas sobre cómo puede mejorar la institución".

En el caso del comedor, precisaron que lleva seis años sin funcionar y se cerró "porque hubo cambio de gobierno y hasta ahora nadie más se ha preocupado por reactivarlo, a pesar de que la mayoría de los jóvenes lo necesitan porque son de escasos recursos".

Bracovich indicó que no sólo se trata de que investiguen para pasar la asignatura y graduarse, sino que indaguen para llevarlo a la práctica.

En tal sentido, los liceístas han llevado notificaciones al Ministerio de Educación y Deportes, al Instituto Nacional de Nutrición, a la Federación de Edificaciones y Dotaciones Educativas (Fede), entre otros organismos, para plantear la problemática. Hasta ahora no han recibido respuesta.

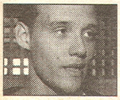
A diferencia de años anteriores, los estudiantes se han abocado a temas científicos, y "ha resultado muy fructífero y los muchachos se han sentido motivados porque sienten que están dejando una huella para las próximas promociones".

La comunidad educativa también está poniendo su grano de arena para mejorar las condiciones dentro del plantel. Ya lograron la contratación de dos vigilantes, y están en diligencia para otros dos, puesto que el año pasado los delincuentes los tenían "a monte con tantos robos".

Comportamiento. Pero los investigadores no sólo buscan cambios en la infraestructura; también quieren mejorar los canales de comunicación entre la comunidad.

En este sentido, las 40 horas de labor social que deben cumplir los liceístas han contribuido a educar al resto de los estudiantes del Agustín Aveledo. ■

PROTAGONISTAS



Félix Paisana "Me sentí más motivado a investigar porque eran temas sobre una realidad que nos afecta".

Randolf González "Estamos a punto de recibir la primera dotación para el servicio de odontología. Es un logro".

Carlos Agelvis "El tema de la

Fedra García "El comedor es

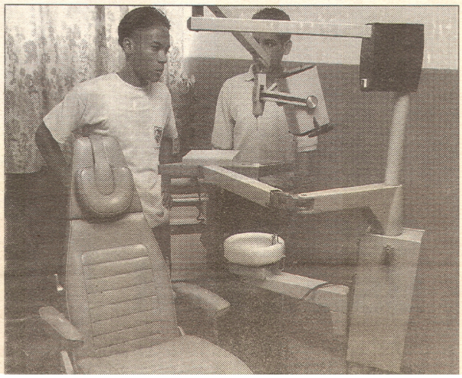


Figura 34. *Sobre el trab. por proyectos en el Liceo A. Aveledo (20-6-2005).*

Algunos de los cuales constituirían temas generadores para algunas de las lecciones de los libros de Matemática de la Colección Bicentenario – publicados en 2011.

Todos estos proyectos fueron desarrollados por estas y estos profesores con su grupo de estudiantes, sin la participación de otras u otros docentes y estudiantes del Liceo. Ello se vincula con la concepción del/de la profesor/a como "ente individual" y con la inexistencia de espacios en la Institución para la planificación y trabajo colectivo de los profesores.

La Institución Escolar, la Zona Educativa y el Ministerio del Poder Popular para la Educación podrían desarrollar políticas de discusión, reflexión, divulgación y publicación de las experiencias de aula en Ciencias Naturales y Matemática, así como en las demás áreas en las que está organizado el currículo.

Por otra parte, el trabajo por proyectos que se ha dado en la *UEN Liceo Agustín Aveledo*, aún con los inconvenientes antes mencionados, ha sido referencia para la Zona Educativa del Distrito Capital y del Ministerio de Educación, incluso, para la prensa nacional (Figura 34).

En este último caso, se ha dado a conocer que las/los estudiantes del quinto año del Liceo han realizado proyectos vinculados a las problemáticas que han observado en el entorno institucional; los cuales contaron con la tutoría de diversos profesores y profesoras para su desarrollo y con una profesora que coordinaba este proceso.

Al final del año escolar, cada uno de los grupos de trabajo expuso en un acto público[183] su investigación, y un jurado conformado por profesores del quinto año, evaluaron su reporte y presentación. Esta actividad fue muy enriquecedora para la comunidad del Liceo en general.

Desde entonces, otros profesores y profesoras comenzaron a relacionarse con el trabajo por proyectos.

Categoría 4: Matemáticas en los proyectos. Una cuestión central en la metodología de trabajo por proyectos es la presencia o ausencia de la matemática escolar en éstos. Factores asociados a la cosmovisión de los profesores, su formación matemática y profesional, su experiencia docente, entre otros, inciden en la forma de abordar la matemática escolar en el marco de los proyectos que lleven a cabo las y los estudiantes. De hecho, uno de los mitos asociados a la metodología de trabajo por proyectos es que se alejan de las matemáticas escolares; sin embargo, hay que distinguir entre la manera en que los proyectos se han dado en la práctica educativa en algunos contextos y su naturaleza teórica/metodológica.

La presencia o ausencia de las matemáticas en los proyectos fue un tema central en la entrevista que realizamos a Carmen, Vicente y Rosa.

> W: ¿QUÉ ACTIVIDADES MATEMÁTICAS SE LLEVARON A CABO EN LOS PROYECTOS QUE CITASTE?
>
> C: En el proyecto de la contaminación ambiental trabajamos con estadísticas: organización y representación de datos, medidas de tendencia central; en el proyecto de la pornografía y prostitución estudiamos la evolución en el tiempo del número de niñas y niños afectados por este problema con base en datos que aportó "la Sa-

183 En los espacios de la Biblioteca.

> nidad" y de otros obtenidos por medio de Internet (de las páginas del Instituto Nacional de Estadísticas y del Ministerio del Poder Popular para la Salud). Y en el proyecto del telescopio casero, trabajamos con figuras geométricas y medidas.

Estadísticas y Geometría fueron las áreas matemáticas que se estudiaron en los proyectos que dirigió Carmen; precisamente dos de las áreas que suelen omitirse del aprendizaje/enseñanza de la matemática escolar en nuestro país (de hecho, se encuentran generalmente al final de la tabla de contenidos en los libros de texto).

Estas áreas también se presentaron en los proyectos *de* Vicente: en especial la trigonometría para estimar la altura de edificaciones (a través de la construcción de algunos instrumentos), la medida y la estadística descriptiva para estudiar la correspondencia del número de oro con diversas proporciones del cuerpo humano (en niños y adultos), así como con el esfuerzo requerido para subir por escaleras que guarden o no esta proporción.

En cambio, en los proyectos *de* Rosa las matemáticas se vieron más bien como un lenguaje para expresar conceptos físicos (refracción de la luz, y capacidad lumínica de un foco) –con base en el concepto de función.

Categoría 5: Fortalezas. Los tres profesores entrevistados sostuvieron que el trabajo por proyectos se vincula con la cooperación, con problemas reales, con el entorno y con la investigación. "R: creo que el trabajo por proyectos tiene como fortalezas el que los estudiantes están conscientes de su propio aprendizaje, se involucran con el problema, da apertura a nuevas dinámicas de grupo, a la investigación. Los estudiantes se sienten más atraídos por la investigación y son más independientes para desarrollarla… ellos mismos proponen actividades y soluciones".

Además, puede darse conjuntamente con otras metodologías de aprendizaje/enseñanza, tal como lo expresó Vicente:

> W: ¿CUÁL ES SU OPINIÓN SOBRE LA METODOLOGÍA DE TRABAJO POR PROYECTOS EN EL LICEO? ¿QUÉ FORTALEZAS […] CREE QUE SE ASOCIEN A ELLA?
>
> V: Considero que es una metodología que se complementa con la resolución de problemas, lo cual es esencial en Ciencias Naturales y en Matemáticas. Los proyectos permiten vincularnos con los problemas reales y con la comunidad. También, nos acercan a la investigación. Esas son las fortalezas.

Estas metodologías de trabajo en el contexto del aula son importantes para la concreción de una educación matemática que desarrolle la alfabetización matemática de los estudiantes.

De hecho, Mora (2004) asocia los proyectos con la resolución de problemas, con las estaciones de trabajo, entre otras metodologías.

Categoría 6: Debilidades. Ciertamente, en el desarrollo de toda metodología de aprendizaje/enseñanza pueden identificarse fortalezas y debilidades. El trabajo por proyectos no es la excepción.

Entre las debilidades más importantes que expresaron Carmen, Vicente y Rosa se encuentran: (a) la falta de iniciativa de parte de los profesores de Ciencias Naturales y Matemática para comenzar a desarrollar proyectos, aún cuando conocen de manera general esta metodología; optan por otros esquemas de interacción en el aula que han sido criticados desde las diversas corrientes teóricas/metodológicas de la Educación Matemática: "C: Los profesores de nuestra institución conocen el trabajo por proyectos, sin embargo, no han tomado la iniciativa de desarrollar proyectos junto con sus estudiantes. Están acostumbrados a la educación tradicional: los niños están en silencio, el profesor es el que lo sabe todo, los estudiantes basan su actividad en copiar del pizarrón y no proponen actividades". Aunque Rosa consideró que los profesores de la Educación Media General, en su mayoría, no están preparados para trabajar por proyectos: "R: […] no saben cómo es la metodología y ni siquiera qué es un proyecto. Solo de carátula aparentan trabajar por proyectos. Por esto mismo no saben integrar las áreas del conocimiento que se desarrollan a partir de un tema".

(b) Vicente agregó que en los Liceos se deberían organizar eventos de presentación, discusión y evaluación de los proyectos llevados a cabo en el marco de la Institución; eventos en los que debería participar la comunidad en general. Vicente hace la siguiente descripción:

> V: […] Pongamos un ejemplo: en las Universidades, en general, están abiertos a las propuestas de eventos, jornadas, talleres, simposios, encuentros, mesas de trabajo, etc. En cada semestre hay una programación apretada; en cambio, en las escuelas y liceos no es así. No hay programación de las pocas actividades que se hacen, la casi totalidad se dan sin una buena planificación y difusión entre los colegas. No tenemos tiempo en nuestro horario de trabajo para planificar. El sistema está montado para el trabajo individual: el docente encerrado en el aula con sus estudiantes. Por otra parte, no hay apoyo para reproducir o comprar materiales… o para divulgar, para dar a conocer nuestro trabajo… los proyectos.

Consideramos que esta debilidad es medular en la Escuela y el Liceo venezolano. La transformación curricular en estos niveles de la educación, así como el elevar la calidad del aprendizaje/enseñanza pasa por constituir y fortalecer estos espacios de discusión, reflexión y divulgación de las actividades de investigación que realicen los estudiantes y los profesores.

El trabajo por proyectos, tal como lo señaló Carmen, implica que "los docentes deben estar preparados y con una mentalidad abierta y estar dispuestos a aprender con sus estudiantes". Esta última característica, refirió Carmen, aún no está presente en la comunidad de profesores pues "C: [todavía] estamos encerrados entre la enciclopedia, la tiza y el pizarrón. No hemos llegado al tipo de docente que describí antes" –esquema que puede identificarse con el paradigma del ejercicio y con la función mercantilista del saber o del conocimiento en la educación matemática (ver el *capítulo I*).

Por otra parte,

> V: […] Son muy pobres los resultados [con base en los proyectos] que se han dado en nuestros liceos, quizás por el desconocimiento de los profesores al respecto (y esto también se da en la Universidad), quizás por el poco apoyo de la Institución, de la Zona Educa-

tiva y del Ministerio [del Poder Popular para la Educación].

Este hecho se relaciona con el necesario cambio y transformación del aprendizaje/enseñanza de las matemáticas escolares en la Escuela y el Liceo, que comentamos párrafos atrás; los cuales deben impulsarse no solo desde un plano normativo (expresado a través de los diversos documentos que conforman el diseño curricular[184]), sino también desde la organización, gerencia, difusión y práctica educativa.

2. Sobre la Alfabetización Matemática en el Curso 1A

2.1 El Curso 1A

El curso 1A del *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* estuvo integrado por 33 estudiantes (19 niños y 14 niñas)[185] durante el año escolar 2006-2007[186]. Es una sección muy peculiar, pues en ella inscriben a los chicos y chicas que tienen menor edad y talla del grupo que ingresa a la Institución; todos ellos provenientes de las Escuelas cercanas[187] o de Parroquias vecinas[188]. Fui asignado profesor de matemáticas para este curso. El 1A tradicionalmente ha contado con un aprecio especial por toda la comunidad de profesores del Liceo, considerando el desempeño académico que han mostrado (al compararlo con las demás secciones de primer año). Por otra parte, siempre han sido un ejemplo por su actitud y disposición al proceso de aprendizaje/enseñanza no solamente en matemáticas sino en todas las disciplinas en que está organizado el diseño curricular. Más adelante comentaré algunos aspectos sobre el grado de participación y entusiasmo del grupo y sobre su dedicación a las asignaciones y actividades encomendadas y/o vinculadas con sus proyectos.

El curso tuvo cuatro horas académicas semanales divididas en dos sesiones de dos horas cada una (entre los lunes y los martes a primera hora de la mañana – desde las 7:00 a.m. hasta las 8:30 a.m.). Cada hora académica tuvo una duración de 45 minutos.

Entre los meses de septiembre y diciembre de 2006 (período de *contingencia* en la Institución) el curso 1A estuvo a cargo de otro profesor; ya en enero de 2008, luego de la organización del horario docente en el Liceo, fui asignado como profesor de matemáticas de 1A (esta información la tuvieron los estudiantes y profesores desde el mes de diciembre de 2006). Entre septiembre y diciembre de 2006 el 1A estudió, junto con su profesor, el sistema de los *Números Naturales* y *Enteros*, las propiedades de las operaciones en *N* y en *Z* (adición y multiplicación), y ecuaciones de primer grado en *Z* con una incógnita. Además, las evaluaciones que se realizaron fueron todas de carácter formativo. Ya en enero de 2007, dedicamos un par de semanas a estudiar el concepto de

184 Fundamentos filosóficos, pedagógicos y didácticos de la educación, Planes de estudio, Contenidos, Propósitos, Libros de texto, entre otros.

185 Con edades comprendidas entre los 11 y los 12 años.

186 Septiembre de 2006 – julio de 2007.

187 Como la *Unidad Educativa Nacional Bolivariana "República de Bolivia"*.

188 Como *Altagracia*, *23 de Enero*, *Catedral*, entre otras.

función, y al mismo tiempo obtuvimos algunos datos sobre la comprensión de las ideas matemáticas antes citadas. Observamos, por ejemplo, que muchos de los niños y niñas tenían dificultades para operar con números Enteros y Racionales (lo cual se asoció a la comprensión del concepto de simétrico e inverso, e incluso, con los algoritmos para calcular la adición y multiplicación de números Racionales), esto se evidenció durante la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita, así como en problemas en los que debían calcular la suma de una sucesión finita de números Naturales[189] (como el problema asociado a la *anécdota del niño Gauss*[190]).

Figura 35. *Proyección del documental sobre la historia y evolución de los sistemas de enumeración alrededor del mundo.*

Para estas actividades discutimos el contexto histórico en el que se dieron ideas matemáticas como *función*, *número Natural*, *número Entero*, *número Racional*, *Plano Cartesiano* y la *anécdota de Gauss* en sí misma. Como insumo para la discusión antes referida, proyectamos un documental (video) sobre la historia y evolución de algunos de los *sistemas de numeración* que se han dado

189 Para estos problemas acordamos dedicar una semana, con la intención de que las/los estudiantes tuvieran tiempo de idear algún método óptimo para sumar, por ejemplo, $1+2+3+4+\cdots+99+100$, o bien, $n+(n+1)+(n+2)+\cdots+(n+x)$, para algún $n \in Z^{+}$.

190 Que consistió en sumar los enteros del 1 al 100, ambos incluso, con el método para sumar progresiones aritméticas –tal como se cree hizo Gauss a la edad de 9 años.

en diversas culturas alrededor del mundo (ver la figura 35), desde la antigüedad hasta nuestros días; y realizamos algunas lecturas breves de reseñas sobre el concepto de *función* y la idea de *Plano Cartesiano*.

Parte de los problemas que abordamos se relacionaron con diversas situaciones del contexto; no así los que tenían que ver con la suma de una sucesión finita de números Naturales.

En estos problemas, los niños y niñas del 1A podían usar la calculadora (herramienta que fue de empleo libre en todas las actividades y sesiones de trabajo durante el año escolar, y en particular, en los proyectos que desarrollaron).

En cuanto a los problemas asociados a la *anécdota del niño Gauss*, ninguno de los estudiantes pudo encontrar un método óptimo para sumar la sucesión dada, aun cuando todos se habían dedicado a ello. No obstante, luego de ilustrar el *método de Gauss para sumar progresiones aritméticas*, fue fácil para el grupo resolver estos problemas.

Aprovechamos este escenario para proponerles y discutir problemas similares en los que hay un número impar de sumandos, y otros en los que $a_n \neq a_{n-1} + 1$ (donde a_n es el *n-ésimo* término de la sucesión).

En estas dos primeras semanas también acordamos desarrollar unos *proyectos*. Les plantee la propuesta de modo muy general, considerando que tendríamos suficiente espacio de tiempo para profundizar en ella y que mi intención aquí fue despertar el interés de los niños y niñas; de hecho, algunos de ellos manifestaron que les agradó la propuesta, argumentando que en la Escuela Primaria habían participado en algunos proyectos en Ciencias Naturales y Matemática[191].

2.2 Una Descripción de las Sesiones de Trabajo

Al término de estas dos primeras semanas, comenzamos a trabajar en los proyectos; éstos abarcaron nueve sesiones (distribuidas en cinco semanas); las cuales describiremos a continuación[192].

Sesión 1

Los primeros 45 minutos de esta primera sesión los dedicamos a discutir unos problemas sobre la representación gráfica de funciones en el *Plano Cartesiano*. Los otros 45 minutos se aprovecharon para explorar algunas de sus actitudes hacia la matemática; como por ejemplo: ¿qué te gusta de las matemáticas?, y ¿te parecen difíciles? –precisamente dos aspectos que forman parte de la cosmovisión de los estudiantes (Beyer, 2002). Aquí tratamos de que la comunicación fuese abierta, que no pareciera un interrogatorio, ni una actividad de evaluación. Al respecto, observamos que el grupo es muy diverso en cuanto a sus actitudes hacia la matemática –punto en el que coincidieron los

191 El diseño curricular de la Educación Básica venezolana destaca los *proyectos* como una de las metodologías de trabajo en el contexto del aula. En la práctica, es común que los profesores y profesoras planifiquen tres grandes momentos durante el año escolar en los que se darán tres proyectos (uno para cada momento).

192 Con base en los *registros anecdóticos*.

dos observadores externos: algunos se mostraron muy interesados y atentos, hicimos preguntas sobre el trabajo que realizarían, se mostraron dispuestos a ayudar a sus compañeros e intervinieron frecuentemente; en cambio, otros (una minoría) se vieron poco participativos, no comunicaron sus dudas y asumieron el trabajo por grupos como oportunidades para dejar las mayores responsabilidades a los demás.

Desde enero (2007) escolar hicimos énfasis en la discusión de ideas matemáticas, tanto con el grupo en su conjunto como al interior de cada grupo de trabajo.

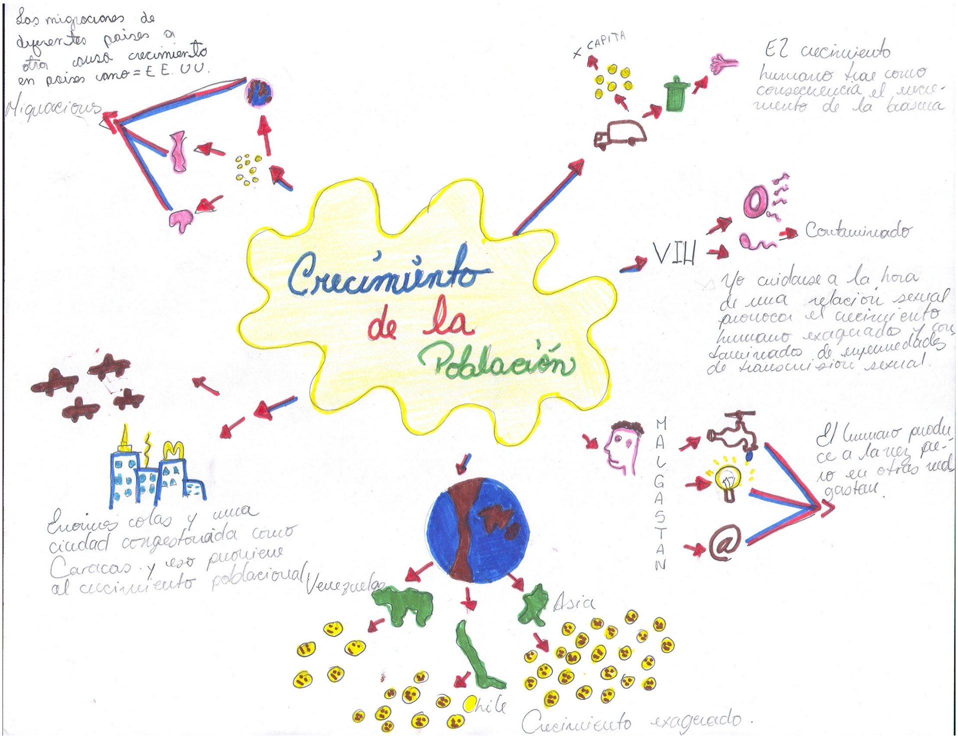


Figura 36. *Uno de los mapas mentales que elaboraron los estudiantes. En éstos debían ilustrar algunos de los problemas asociados al crecimiento de la población humana.*

En esta misma sesión se organizaron, de acuerdo a sus propios criterios, los grupos de trabajo (cada grupo tuvo entre 3 y 7 miembros). Dedicamos parte del tiempo a decidir un problema de la cotidianidad que sirviera de marco para desarrollar algunos proyectos. Casi todos intervinieron. Copiamos sus propuestas en la pizarra e intentamos tomar una decisión. Fue difícil, así que propusimos trabajar en uno de los problemas de los que se habló: "la superpoblación". Hablamos más bien de **crecimiento de la población**; así que les dimos la instrucción de dividirnos en grupos de trabajo para desarrollar un proyecto que debía versar sobre algún problema relacionado con el crecimiento de la población nacional, y en general, en el mundo. Rápidamente los niños y niñas se agruparon; preguntaban “¿de cuántos puede ser?”, “¿puede ser de cinco?”, etc. Dos de los estudiantes no se integraron a ninguno de los grupos (cada uno de ellos quería trabajar de forma individual): conversamos un rato sobre lo que pensaban; sobre la importancia de los colectivos y los grupos de trabajo. Al cabo de unos minutos se aprestaron a integrarse al grupo de su elección (aunque su expresión facial denotaba aún cierta resistencia). Hecho esto, cada grupo realizó, a nuestra solicitud, un mapa mental que ilustrara algunos de los problemas vinculados con el crecimiento de la población humana.

Figura 37. *Los grupos de trabajo. Grupos de trabajo del curso 1ª durante la primera sesión para el desarrollo de sus proyectos.*

Esta actividad fue muy agradable para todos (comentaron que en otro de los cursos habían estudiado lo que eran los mapas mentales y conceptuales).

En la Figura 36 observamos que uno de los grupos de trabajo destacó que el crecimiento “exagerado” de la población mundial, y en particular la nuestra, se vincula a fenómenos y problemas como las migraciones entre países[193], el incremento de las enfermedades de transmisión sexual, el mal uso (o desperdicio) de la energía y de los recursos naturales, así como la congestión vehicular en las grandes ciudades (tal es el caso de Caracas). Otros grupos citaron problemas como el consumo de drogas por parte de los niños y jóvenes, el incremento (proporcional) del embarazo precoz, el desempleo, la violencia

193 Citaron el caso de las migraciones hacia EE.UU.

e inseguridad, la vivienda, el abastecimiento de alimentos y los esquemas de consumo en nuestra sociedad, enfermedades de tipo viral y, la conservación del patrimonio arquitectónico de la Parroquia La Pastora de (Caracas).

Estas ideas surgieron del seno de cada grupo, sin una intervención especial del profesor; lo cual evidencia una visión crítica del fenómeno del crecimiento poblacional en el mundo y en nuestro país.

Luego, cada uno de los grupos seleccionó uno de los problemas que destacó en su mapa mental como tema central de su proyecto.

Los problemas seleccionados fueron los siguientes (se copian con el nombre que les dio cada grupo):

1. La recuperación de las fachadas y el despertar de los techos rojos (en la Parroquia La Pastora),
2. El dengue en Latinoamérica,
3. La inseguridad vial,
4. La violencia y la inseguridad en Caracas, y
5. La basura en la Parroquia La Pastora.

Hecho esto, copiamos en la pizarra los temas que desarrollarían cada uno de los grupos y discutimos brevemente el enfoque con el que se abordarían. También, acordamos colectar información sobre el tema de cada grupo en diversas fuentes (libros de texto, revistas especializadas, documentos disponibles en Internet, artículos de prensa, diálogos con sus madres, padres y familiares[194], entre otras).

Sesión 2

En esta sesión cada uno de los grupos comentó brevemente la información que habían recabado (la sesión previa fue el día anterior). Algunos niños y niñas buscaron información en Internet (en sus casas y en Centros de Comunicación), otros obtuvieron información en libros de texto, enciclopedias para *pc* y periódicos. Preguntamos cómo habían dado con esa información y respondieron que sus madres, padres o hermanos los habían ayudado. En realidad, pocos de los estudiantes tienen acceso a Internet desde sus hogares; pero observamos que en cada grupo se habían dividido el trabajo de buscar en distintas fuentes: los que no tenían acceso a Internet desde sus casas buscaron en periódicos, libros y revistas, o bien, en algunos casos, fueron a un Centro de Comunicaciones e imprimieron algunos artículos.

La tarea central de esta sesión fue decidir y describir la investigación que llevaría a cabo cada grupo. Para lo cual discutieron en el seno de cada grupo por unos 20 minutos y reportaron por escrito un *esquema general de su investigación*. Este esquema debía contener las secciones de su proyecto, así como las preguntas que consideraban importantes.

En el transcurso de este tiempo participamos en cada grupo para dar algunas orientaciones (casi todas referidas al lado matemático de su investigación). Observamos además, que muchos de los niños y niñas estaban muy dados a realizar trabajos documentales; su visión de una investigación consistía

194 Les sugerí esta fuente con la intención de involucrar a sus madres, padres y algunos familiares en el desarrollo de sus proyectos.

en proveerse de información sobre cierto tema y transcribirla en un informe siguiendo las pautas de presentación que dicte el profesor –esquema que se relaciona con la función mercantilista o bancaria del saber en la educación matemática así como en la educación en general. Este fue un punto que (para solventarlo) ameritó bastante esfuerzo tanto de su parte como del profesor. Por ejemplo, en esta sesión, dos estudiantes pertenecientes a dos grupos de trabajo se acercaron con varias hojas impresas (con información sobre el problema que eligieron) y preguntaron si debían colocarle portada para entregarlo.

Hicimos algunos comentarios a todo el curso sobre el tipo de proyectos que desarrollaríamos, sobre la cooperación en el grupo, y sobre la responsabilidad individual y colectiva. Y también, sobre dos preguntas básicas a considerar para hacer el esquema: ¿qué tenemos que hacer?, y ¿qué podemos hacer? Éstas nos permitieron delimitar el proyecto[195].

Notamos a los estudiantes más comprometidos que en la sesión anterior y con visión de grupo de trabajo. Solo algunos de ellos interrumpían su trabajo para hacer bromas con sus compañeros. Otros no habían buscado información; con éstos hablamos individualmente: les preguntamos por qué no habían investigado sobre el problema de su grupo, y respondieron que se les había olvidado o que no consiguieron información, pero que se comprometían a buscarla; dialogamos unos minutos sobre este punto.

Al finalizar la sesión ya todos los grupos habían elaborado su esquema. Aprovechamos el resto del tiempo para discutir algunos elementos del lenguaje de la matemática, en especial, sobre los tipos de representación gráfica. Les pedimos expresar por rescrito sus ideas sobre: (a) ¿qué es el lenguaje matemático?, (b) ¿cuáles son sus componentes?, (c) ¿qué tipo de números conoces?, y (d) efectuar algunas operaciones. Esta fue una actividad individual. Se tomaron unos 20 minutos para esto. Luego, con ayuda de sus intervenciones, hablamos sobre sus ideas. La discusión aquí fue muy interesante. Algunos comentaron que estudiaron algunos de estos gráficos en la escuela primaria.

La gran mayoría se esmeró en tomar notas sobre los tipos de gráficos. Usaron colores e instrumentos de medida (regla y escuadra). Comentamos que estas ideas serían importantes para el desarrollo de sus proyectos. Acordamos buscar más información y propusimos diseñar y publicar una página en Internet que contuviera ciertas ideas sobre el desarrollo de sus proyectos. Esto último motivó al grupo en general.

Luego de la elección de problemas de cada grupo, consideramos que podríamos estudiar algunas ideas matemáticas comunes a todos los proyectos, como por ejemplo: las representaciones gráficas y su interpretación, y algunos conceptos estadísticos.

Sesión 3

Ésta es la segunda semana del proyecto. El autor dedicó unos días a explorar en qué *site* hospedar una página gratuita con texto, vínculos e imágenes (como mínimo), y que alguien con limitados conocimientos de edición en *html* pudiera manejar la página sin mayores dificultades. Así que decidimos, entre varias posibilidades, publicar un *blog*.

195 La delimitación del proyecto es precisamente uno de los aspectos que hay que cuidar al seguir esta metodología de trabajo.

Ya para esta sesión estaba lista la plantilla del *blog*, buena parte de su diseño y una sección que titulamos "hacia un concepto de proyecto", que contiene ideas sobre las distintas acepciones sobre esta metodología de trabajo, lo que implica para el grupo y sus miembros (cooperación, búsqueda, procesamiento, estudio e interpretación de datos e información diversa, etc.), sobre algunos temas generadores de proyectos (a manera de ejemplos), y sobre las etapas que sigue el trabajo por proyectos, de acuerdo con los autores Frey (1995) y Mora (2004): (a) iniciativa, (b) discusión, (c) planificación, (d) desarrollo, (e) culminación y (f) reflexión.

Todos estuvieron muy emocionados con la noticia y anotaron la dirección de la página: www.matematicasenelaveledo.blogspot.com. Acordamos publicar allí algunos avances o ideas de cada proyecto.

Cada grupo de trabajo delegó en uno o dos de sus miembros la compilación de la información y avances de su proyecto en una carpeta. Inmediatamente cada grupo se dedicó a discutir y decidir las preguntas centrales de su proyecto; las cuales fueron:

1. ¿Qué es el Patrimonio Cultural? ¿Qué espacios y edificaciones forman parte del patrimonio cultural de La Pastora? ¿Cuál es la proporción de edificaciones de nuestra parroquia que son patrimonio cultural?
2. ¿Qué es el dengue?, ¿cómo se transmite? ¿Cuál es la cantidad de casos de dengue en los países latinoamericanos?
3. ¿Cómo puede definirse la inseguridad vial? ¿Qué estadísticas se manejan con respecto a la inseguridad vial? ¿Cuál es la opinión de algunos miembros de nuestra comunidad sobre la inseguridad vial?
4. ¿Qué es la violencia? ¿Cuáles son sus tipos? ¿Qué relaciones hay entre la violencia y la inseguridad? ¿Qué estadísticas se tienen sobre la inseguridad en Caracas?
5. ¿Cómo se puede definir basura? ¿Cuál es la opinión de algunos miembros de nuestra *comunidad pastoreña* sobre la basura, su clasificación, la importancia del reciclaje y sobre la cantidad de basura que desechan diariamente?

La intervención del autor en este punto radicó en ayudar a organizar la discusión, pues en algunos grupos no se avanzaba en las actividades que ellos mismos se habían trazado en el esquema de la sesión previa.

Recomendamos entonces nombrar un *delegado o delegada* que dirigiera la discusión (atendiendo los derechos de palabra, organizando el momento en que cada quien participaría, y preguntándole a aquellos que no participaban en cada punto) y un *secretario o secretaria* que tomara nota de las ideas principales de cada una de las intervenciones. Luego, el grupo en su conjunto debía reportar por escrito sus opiniones, reflexiones y conclusiones. Así se hizo en todos los grupos; de hecho, es uno de los puntos que destacaron como importantes los dos observadores externos. Y, finalmente, cada miembro del grupo tomó las notas que había hecho el *secretario o secretaria*. En la información que tenían los grupos se exponían distintos tipos de gráficos. Les propusimos interpretarlos. Preguntamos "¿Qué dice el gráfico?", "¿cómo interpretamos este gráfico?". Discutimos unos minutos con cada grupo escuchando sus opiniones e intercambiando ideas. Gráficos como el *circular*, el *de líneas* y el *de barras* no fueron difíciles para ellos; en cambio, un gráfico en particular contenía mucha información –en este caso creemos que solo parte del grupo de trabajo pudo interpretarlo de manera correcta[196].

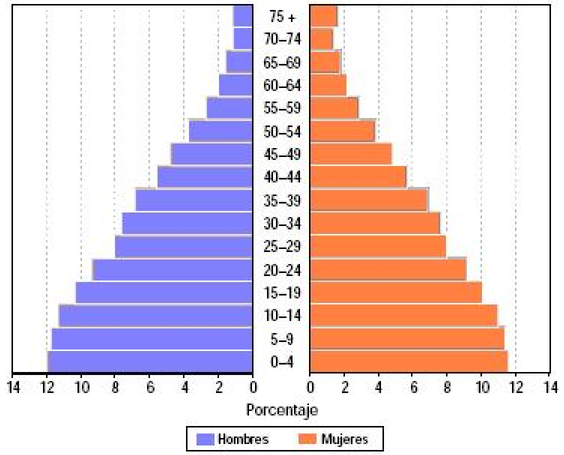


Figura 38. *Uno de los gráficos difíciles de interpretar para uno de los grupos. El crecimiento de la población nacional por sexo para el año 2000.*

Hasta este punto cada grupo de trabajo se había documentado algo sobre el problema seleccionado, habían escrito unas líneas para presentar el problema y para dar su interpretación de algunos datos o gráficos (estas líneas se discutieron previamente y luego las escribieron en sus cuadernos).

En buena parte del tiempo de la sesión, se observaba a todos bien involucrados en la discusión y en sus actividades.

Pedimos que hicieran (en los últimos 15 minutos de la sesión) un *informe breve de su investigación* (que abarcara una página –tamaño carta) que contuviera: (a) título del proyecto, (b) integrantes, (c) resumen, y respuestas a (d) ¿qué hemos hecho hasta ahora? y ¿qué nos falta por hacer?

El grupo en general se mostró bastante receptivo con el hecho de que se grabó en video parte de las sesiones, pues desde antes del inicio del proyecto acostumbramos llevar la cámara de video para realizar algunas entrevistas y registrar parte de las actividades de los niños y niñas en las que ellos mismos manipulaban la cámara.

En cambio, sí han manifestado cierta resistencia a que dos profesoras (las observadoras externas) entraran a observar nuestras sesiones de trabajo: tres niños se acercaron al autor por separado y preguntaron "¿Qué hacen esas profesoras en clase?" y "¿Por qué estaban allí?"; argumentamos que las profesoras harían observaciones de nuestro trabajo con los proyectos y que llevarían apuntes y notas de nuestra actividad con la intención de enriquecer nuestro trabajo con los proyectos.

En esta sesión nos excedimos unos 8 minutos del tiempo pautado para el 1A.

196 Ver la Figura 38.

Sesión 4

Figura 39. *Actividad de los estudiantes durante una de las sesiones. Un escenario de trabajo e investigación en el 1A fue estructurándose desde las sesiones previas.*

Incorporamos al *blog* una sección sobre algunos de los tipos de representación gráfica (gráficos *circulares o de torta*, *de líneas* y *de barras*) y algunos ejemplos en los que se usó el programa *Excel* para organizar los datos y para construir el gráfico. Además, acordamos publicar allí algunas de las fotos que tomamos –les emocionó la idea.

Aproximadamente las dos terceras partes del curso sí había visitado el *blog*. Otros de los niños y niñas comunicaron que habían intentado acceder al *blog* pero que no habían podido (quizás por algún error en la *dirección*).

Por otra parte, conversamos con algunos de los profesores de Ciencias Naturales y Matemática y con algunos de los profesores de las dependencias administrativas del Liceo para divulgar el *blog* y escuchar sugerencias; les gustó la idea y tomaron nota de la dirección y quedaron en visitarla.

En esta sesión las observadoras externas y el autor observamos que:

1. El grupo que investiga sobre la conservación del *Patrimonio Cultural de la Parroquia La Pastora* se acercó al autor al comienzo de

la sesión y mostró unos artículos de prensa, folletos y trípticos sobre el tema que les habían dado en el Museo Arturo Michelena (ubicado en la misma Parroquia –a unas cuatro cuadras del Liceo), estos estudiantes comentaron que se entrevistaron con uno de los encargados del Museo, quien los atendió muy amablemente, y les entregó un croquis de la Parroquia con información sobre los espacios y edificaciones que forman parte del Patrimonio Cultural de La Pastora. Su conversación también tocó el tema de la forma en que el crecimiento poblacional (junto a factores como la educación, los valores y las políticas públicas) ha afectado este Patrimonio. Estos niños y niñas comentaron que el crecimiento de la población en La Pastora ha hecho que se deterioren las casas que son Patrimonio pues les han cambiado sus fachadas antiguas por otras que no son patrimoniales.

Acordamos con el grupo que investigaran el número de viviendas que hay en la Parroquia La Pastora y la proporción que representa el Patrimonio Cultural, así como información estadística sobre su población.

2. El grupo que investiga sobre el dengue en los países latinoamericanos me mostró unas tablas con información estadística del número de casos de dengue hemorrágico durante los años 1996 y 1998 para algunos países. Acordamos ampliar el número de países y contrastarla con otras fuentes de información en Internet. Además, debían preguntarse por la evolución del número de casos y de su proporción en estos países.
3. Quienes trabajan con la inseguridad vial diseñaron durante esta sesión una encuesta que pasarían a algunos miembros de la comunidad. Sugerimos que la aplicaran a distintas personas: a un chofer de autobús, al señor que atiende el kiosco en la esquina del Liceo (esquina Tajamar), a unos transeúntes, a sus madres, padres, entre otros. Dijeron que tenían problemas para transcribirla en *pc*, pues no tenían equipos de computación en sus casas; en este caso decidimos llevar el instrumento manuscrito. Al terminar la sesión ya tenían listo el instrumento. Lo aplicarían en lo que restaba de la semana, y discutimos unos minutos algunas ideas para su aplicación; también hablamos de cómo organizar los datos, representarlos gráficamente y analizarlos.
4. Otro grupo mostró unas estadísticas sobre la inseguridad en Caracas (número de muertos por homicidios y suicidios en Caracas entre 1998 y 2001). La información se las dio un familiar que trabaja en la *Unidad de Estrategia e Información del CICPC* (*Cuerpo de Investigaciones Científicas, Penales y Criminalísticas*). Decidimos contrastarla con otras fuentes de información y preguntarnos por la variación del número de casos, así como por algunas de las causas de este tipo de violencia.
5. El grupo que trabaja en el problema de la basura en la Parroquia La Pastora decidió diseñar y aplicar una encuesta a algunos miembros de nuestra comunidad. Avanzaron bastante en ella durante la sesión y quedaron en transcribirla por medio de un *procesador de palabras*. Con este grupo también discutimos sobre la naturaleza

de la muestra, la organización de los datos, su representación y análisis. Ellos decidieron aplicarla en el mismo curso; incluso, preguntaron si el autor podía llenar uno de los instrumentos –lo cual se concretó.

Considerando que dos de las actividades matemáticas que estaban presentes en cada uno de los proyectos eran la representación gráfica en el *Plano Cartesiano* e ideas sobre *Estadística Descriptiva*, encomendamos unos problemas en los que debían graficar funciones en el Plano Cartesiano. Y comentamos que, de acuerdo con el plan de evaluación del lapso[197], tendríamos una prueba en parejas sobre ese tema en la sesión siguiente (la semana próxima). Luego, en la sesión del martes (sesión 6) estudiaríamos algunas ideas de la estadística descriptiva (pedimos revisar este tema con antelación).

Esta sesión y la anterior fueron atípicas: muchos estaban de pie hablando en su grupo de trabajo, frecuentemente me solicitaban alguna sugerencia o información, se pedían instrumentos de medida entre grupos, y tres estudiantes (dos niñas y un niño) consultaron materiales en la Biblioteca un par de veces durante la sesión[198].

Fue curioso que dos profesores del Liceo se acercaran a ver la actividad –quizás por el movimiento o dinámica del grupo; se notó cierta expresión de sorpresa en sus rostros. También, otros estudiantes de aulas cercanas preguntaban: "Profesor, ¿qué están haciendo?". En cambio, para las observadoras externas fue una situación natural en el sentido de que las sesiones previas habían permitido estructurar este escenario de trabajo e investigación en el 1A.

Sesión 5

Para esta sesión habíamos incorporado al *blog* algunas de las ideas que inicialmente expuso cada grupo sobre los problemas asociados al crecimiento de la población, algunos esquemas que realizaron los grupos, así como dibujos que habían hecho. También colocamos fotos de los grupos; comentamos esto y dijeron que visitarían nuevamente la página.

Tal como acordamos, revisamos (en la pizarra) un par de los problemas encomendados. Pedimos a varios de los estudiantes que ayudaran a construir el gráfico (tratamos que los que manejaban con facilidad esta actividad hicieran parte de ella y llamamos a otros para que continuaran la representación gráfica). Una de las funciones era lineal y la otra cuadrática. Las dificultades observadas fueron:

a. Cuando una de las componentes del punto a representar es 0, ellos manifestaron sus dudas.
b. Algunos niños y niñas, al representar el punto (x,y), marcan el punto $(x,0)$ y también el punto (x,y) con $y\neq 0$. Y,
c. Algunos cometieron errores al efectuar los cálculos con números enteros (en especial con las potencias de enteros negativos). Dis-

197 El *Plan de Evaluación* fue discutido y aprobado en consenso en enero de 2007 (justo al comenzar el primer *momento o lapso académico*).

198 La cual está ubicada a unos 10 metros de nuestra aula.

cutimos cada una de estas ideas, errores y malentendidos[199].

En esta actividad invertimos 40 minutos.

Nos alistamos para hacer la *prueba en parejas*. A los cinco minutos ya estaban organizados en parejas (a su elección) y tenían el instrumento de la prueba. Ésta contenía información sobre la población mundial para los años 1950, 1960, 1970, 1980 y 1990, y una función lineal que permitía hacer estimaciones, y luego, calcular el margen de error (ver la Figura 25). Además, debían representar los datos reales y los de la estimación en un mismo Plano Cartesiano y responder qué observaban en los gráficos.

Varios estudiantes se acercaron al autor y dijeron que los números eran muy grandes, que si podían usar calculadoras. Se acordó que teníamos que aprovechar las calculadoras para hacer estos cálculos. No obstante, algunos de los grupos disponían de la calculadora de su celular la cual no permitía calcular con números más allá de la decena del millón, así que tuvieron que hacer los cálculos sin apoyo de herramientas tecnológicas.

Fue una actividad muy interesante por las ideas matemáticas que estaban involucradas.

Al terminar el tiempo de esta sesión, todos tenían lista su prueba. Y tomamos unos minutos para intercambiar ideas generales sobre el crecimiento de la población en el mundo. Algunos preguntaron que cuál era la población nacional hace 10 años y hace 20 años. Se sorprendieron de cómo había crecido nuestra población. También hablamos de la importancia de los problemas que escogieron los grupos y su relación con este crecimiento. Aquí las observadoras externas y el autor notamos que las intervenciones de los niños y niñas fueron bastante espontáneas; pues nos alejamos del esquema centrado en la *exposición del profesor – ejercicios de los estudiantes* que hemos criticado.

Prometimos traer corregida la prueba para la siguiente sesión, y recordamos que debían revisar conceptos de la Estadística Descriptiva y continuar trabajando en su proyecto.

Sesión 6

Al llegar, algunos niños y niñas estaban contentos porque habían visto sus fotos en el *blog.*

Incluimos, además, una sección para jugar *sudoku* y vínculos (o *links*) a otras páginas relacionadas con sus problemas de investigación.

Lamentablemente en el Liceo no había acceso a Internet, aún cuando se cuenta con una sala con más de 10 *pc* que asignó el Ministerio del Poder Popular para la Educación en 2006[200]; pero ésta no había sido puesta al servicio de los estudiantes[201]. Así que tareas como escanear las producciones de los estudiantes, subirlas al *blog*, y editar las secciones las hizo desde mi su casa. En este sentido, visitar el *blog* es una tarea complementaria de los estudiantes y no una actividad que podríamos llevar a cabo en el Liceo. Esta situación puede relacionarse con la visión que se dio en el Liceo sobre los Planes Institucionales

199 Ver Serrano (2004d).

200 Durante el proceso de cambio a *Liceo Bolivariano*.

201 La sala donde están estos *pc* permanece cerrada todo el tiempo.

de Formación de los Profesores en el área de Ciencias Naturales y Matemática, e incluso, en las demás áreas en que se organizó el diseño curricular del *Liceo Bolivariano*.

Seguidamente, comentamos los resultados de sus pruebas y revisamos algunos conceptos, cálculos y representaciones en la pizarra.

Hasta aquí, buena parte del grupo maneja bastante bien las representaciones en el Plano Cartesiano; es en la interpretación de los gráficos que aún se encuentran ciertas debilidades.

Tomamos otros minutos para avanzar en el desarrollo de su proyecto. Ya muchos de los grupos tenían adelantadas varias de las secciones de lo que será su informe del proyecto. Otros se encuentran tabulando datos, representándolos gráficamente y discutiendo qué observan en los gráficos, tratándole de dar una explicación en el marco de las ideas que han investigado.

Los restantes 45 minutos los dedicamos a estudiar algunos conceptos de la Estadística Descriptiva, así como la construcción de *histogramas de frecuencias absolutas y acumuladas para datos agrupados*. Trabajamos en un ejemplo en la pizarra. Varios de los niños y niñas comentaron que en la Escuela ya habían estudiado Estadística, otros trajeron unas notas de conceptos de *estadística*, *población*, *muestra*, *variable*, *dato* y *frecuencia*. Construimos un mapa de conceptos en la pizarra y discutimos algunos casos de aplicación de la Estadística, en particular los proyectos que se vinculaban estrechamente con ésta. Pedimos que dieran otros ejemplos: varios hablaron de las encuestas con motivo de las elecciones de 2006 en nuestro país. Y aprovechamos ese ejemplo para discutir sobre la importancia de seleccionar bien la muestra con la intención de no sesgar los resultados, pues en caso contrario el estudio estadístico no tendría validez. Se comentó, además, sobre la intencionalidad del entrevistador; esto es, que su posición personal y sus ideas podrían afectar el estudio –hecho que tendríamos que controlar en nuestros proyectos. Uno de los estudiantes dijo que sería como preguntarle a un chofer que incumple las leyes de tránsito si está de acuerdo con que se hagan cumplir estas leyes; este ejemplo motivó otras intervenciones y ejemplos en el resto del grupo.

Acordamos dejar pendiente un problema para la sesión siguiente (que se daría la semana entrante), y recordamos que haríamos una evaluación (un taller en parejas) sobre estos conceptos.

Sesión 7

Los estudiantes inmediatamente se organizaron en parejas; todas las parejas forman parte de un mismo grupo del proyecto.

El instrumento para un *taller en parejas* contenía una actividad que tomó el autor de uno de los libros de texto del primer año del Liceo; ésta consistió en construir un *histograma de frecuencias absolutas y de frecuencias acumuladas* para un conjunto de datos (dados en forma desordenada). Los datos tenían que ver con la aplicación de una prueba de "hemoglobina A" a 40 personas (prueba que determina el nivel de azúcar en la sangre a personas diabéticas)[202].

Antes del *taller en parejas* comentamos algunas ideas sobre la diabetes, sus causas y consecuencias, así como algunas recomendaciones alimenticias (de carácter general) que podíamos seguir. En este punto se dio una muy bue-

202 Ver la Figura 26.

na discusión; los niños y niñas comentaron que habían investigado sobre las características de una alimentación balanceada en otros de los cursos del *Liceo* y también en la *Escuela Primaria*. Al ver la hora, ya habían pasado los primeros 45 minutos de la sesión. Los otros 45 minutos se dedicaron a hacer el taller.

Cuando ya estaban trabajando con el *taller*, el autor sugirió construir 5 *clases*.

La dificultad más común fue construir las clases o grupos de datos en correspondencia con la amplitud de clase. Pero, luego de una breve interacción se salvaron esas dificultades. En algunos casos hubo errores al ordenar los datos, lo cual afectó el valor que le habían asignado a la frecuencia de las clases. Una sola pareja no terminó el gráfico –ya habían hecho varios intentos; creemos que ellos no habían comprendido la idea matemática que soportaba la actividad. El resto del grupo hizo los gráficos con relativa facilidad; ya en sus proyectos y en sesiones anteriores habían realizado distintos tipos de gráficos.

Por otra parte, luego de entregar sus talleres, el autor conversó con cada uno de los grupos de trabajo, pero de manera que todo el curso escuchara. La intención fue que todos conocieran el grado de avance de los proyectos, pues ya la sesión que sigue sería la última prevista para entregar el informe del proyecto. Luego de esta conversación con el curso, cada uno de los grupos se acercó al autor para hacer algunas preguntas sobre su proyecto.

En casi todos los grupos solamente restaba discutir las conclusiones del proyecto así como las recomendaciones que harían. Uno de los grupos tenía pendiente, además, la construcción de un gráfico y su interpretación.

Sesión 8

Ésta fue la última sesión que habíamos previsto para los proyectos.

Los grupos se organizaron inmediatamente, casi sin perder tiempo. Notamos cierto entusiasmo y presión por entregar los reportes de su proyecto. Pidieron tiempo para culminar algunos detalles y con todo gusto se les concedió.

El autor se acercó a cada uno de los grupos y conversó con ellos. Leyó sus conclusiones y recomendaciones, así como otras partes del informe. A cada uno se le hicieron sugerencias.

Observamos que cuidaron muchos detalles para la presentación del informe (el cual acordamos fuese manuscrito): destacaron los márgenes de las páginas, usaron colores, algunos emplearon papel milimetrado para representar los gráficos, colocaron algunos anexos pertinentes a sus problemas, dibujaron el *logo* del Liceo en el instrumento de la encuesta que aplicaron, así como algunas imágenes vinculadas al problema que estudiaron.

Sentimos que la sesión de hoy pasó muy rápidamente, quizás porque todos estaban dedicados a culminar su informe. Grabar en video fue una actividad casi inadvertida por ellos, tal como había sucedido en las sesiones previas.

Decidimos que en la sesión siguiente, cada grupo expondría su proyecto, y que el autor incorporaría algunas de sus ideas al *blog*; todos estuvieron de acuerdo.

Sesión 9

En esta sesión, también sin el autor solicitarlo, los estudiantes se organizaron en sus grupos de trabajo.

No percibimos resistencia para exponer sus proyectos, quizás porque tuvieron más de cuatro semanas trabajando en él. De hecho, uno de los grupos solicitó ser el primero en exponer (quienes trabajaron sobre el Patrimonio Cultural de la Parroquia La Pastora). Sugerimos explicar en qué consistió su proyecto: esto es, cuáles fueron las preguntas centrales, qué información obtuvieron, qué dificultades tuvieron, qué datos representaron gráficamente, qué interpretaron de ellos, y cuáles fueron sus conclusiones y recomendaciones.

Todos los grupos presentaron sus proyectos sin inconvenientes. De vez en cuando el autor intervenía y hacía algunas de las preguntas antes citadas, o bien, alguna otra. Otros de los niños y niñas hicieron otras preguntas. La idea era reflexionar sobre aspectos más allá de las matemáticas: como por ejemplo, sobre la importancia de estudiar y actuar sobre estos problemas asociados al crecimiento de la población y sobre los valores que se vinculan con su estudio y acción.

Evaluamos cualitativamente su trabajo y les alentamos a desarrollar otros proyectos vinculados a problemas de su entorno local, regional y mundial. Se dieron ejemplos como la contaminación ambiental, el consumo de energía eléctrica y de agua en nuestros hogares, el consumo de drogas en la población joven, entre otros. Y construimos un diagrama[203] donde reflejamos todos los temas de los grupos y los asociamos a la idea de *función* y a los *conceptos estadísticos*, tal como habían hecho en sus proyectos.

2.3 Potencialidades Matemáticas

De seguidas describimos algunos aspectos sobre las concepciones de los estudiantes sobre el lenguaje matemático, los números y, algunas operaciones; la naturaleza de los problemas seleccionados por cada uno de los grupos de trabajo del 1A; el proceso de estructuración de modelos matemáticos; y la discusión y comunicación de ideas matemáticas. Aspectos que se corresponden con las potencialidades matemáticas (Serrano, 2005a).

Concepciones de los Estudiantes sobre el Lenguaje Matemático, los Números y Algunas Operaciones: Unas notas sobre el Significado

Una de las actividades que realizaron los estudiantes del 1A en el marco de sus proyectos consistió en expresar sus concepciones sobre el lenguaje matemático, los números y algunas operaciones. La idea de *cosmovisión* en la Educación Matemática (Beyer, 2002) incluye precisamente a las concepciones sobre las matemáticas, sus conceptos y su lenguaje.

Algunas de las ideas de los estudiantes sobre el lenguaje matemático fueron las siguientes:

> El lenguaje matemático es una manera de expresar la matemática: como las figuras y los símbolos. (L1)
>
> El lenguaje matemático es un término donde podemos expresar la forma de comunicarnos hacia el problema cualquiera que sea: fracciones, resta, multiplicación, división, etc. (L2)

---

203 En la pizarra.

> El lenguaje matemático se utiliza en todos los términos, hasta en las culturas indígenas, como por ejemplo: Warao, Chibchas, Aimara, Aztecas, etc. (L3)
>
> Yo creo que la matemática es un medio para sacar cuentas y saber qué son los números y cuánto cuestan las cosas. (L4)
>
> Es el conjunto de signos o símbolos que representan las cantidades y la manera de efectuarla. (L5)
>
> Es cuando tú escribes en números lo que te dicen respecto a las matemáticas. (L6)
>
> El lenguaje matemático son unas de las tantas actividades que ha desarrollado la humanidad. Y sirve para contar, estimar, medir, representar, imaginar y explicar. (L7)

Como vemos, existe una gran diversidad de concepciones sobre el lenguaje matemático que van desde: una forma de expresión, conjunto de signos, símbolos y términos (L1, L2, L3, L5), medio para calcular y para desenvolverse en el intercambio comercial (L4), representación numérica de ideas (L6), hasta una posición que podemos relacionar estrechamente con los planteamientos de Bishop (1999): las matemáticas como actividad propia de la humanidad y su cultura (L3, L7).

L4, L5 y L6 reflejan una visión de las matemáticas en la que el *número* es su objeto único. Ciertamente, posiciones filosóficas importantes han expresado esto (tal es el caso de *las matemáticas como el estudio de la cantidad* - Aristóteles); sin embargo, tanto la evolución de las matemáticas como disciplina científica como las matemáticas que son propias a los diversos grupos culturales alrededor del mundo, han mostrado que los objetos de las matemáticas van más allá del *número*. Por ejemplo, Steen (1998) habla de las matemáticas como el estudio de los *patrones* (simetría, entre otros), y Bishop (1999) distingue seis categorías para las actividades matemáticas o protomatemáticas que están presentes en todas las culturas: *contar, localizar, medir, diseñar, explicar y jugar* (ver L7). Las ideas de Steen (1998) y de Bishop (1999) han perneado muy poco el currículo de la matemática escolar en nuestro país, e incluso, en el resto del mundo; entre los factores que han incidido en esto se encuentra el impacto del *Movimiento de la Matemática Moderna* en casi todos los países, y con él, ciertas concepciones particulares de las Matemáticas y de la Educación Matemática.

La concepción del *número* como objeto único de las matemáticas presente en L4, L5 y L6, quizás se deba al enfoque que se le ha dado al aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en la Escuela y en el Liceo, a la *concepción algorítmica* que ha signado nuestra educación matemática (aunque también en el ámbito internacional – ver Skovsmose, 2000)[204]. Incluso, los libros de texto de matemáticas en la República Bolivariana de Venezuela, como uno de los elementos más importantes del diseño curricular (precisamente por su grado de influencia en la actividad de aula, esto es, en el currículo que se concreta en

204 Skovsmose lo llama "paradigma del ejercicio".

la práctica), dedican buena parte de sus actividades a los cálculos algorítmicos (a la *técnica*), y no (o muy poco) a actividades como las que describe Bishop (1999).[205]

También, estudios como los del SINEA (Ministerio de Educación, 1998a, 1998b, 1999) dedicaron un gran espacio a la evaluación de operaciones con números.

Al respecto, podemos preguntarnos ¿por qué los libros de texto (y la educación matemática) se concentran en la *técnica*? Los algoritmos, más que la conceptuación, la investigación o el trabajo por proyectos, han desempeñado un rol central en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas; se han convertido en una importante costumbre en nuestras Escuelas y Liceos. En las matemáticas profesionales los algoritmos también juegan un papel relevante, pero comparten su posición con nociones como los patrones, las estructuras, las conjeturas y las demostraciones, entre otras. El trabajo centrado en los algoritmos se vincula con un esquema *exposición-ejercicios*, mas no con la discusión en grupo. Bishop (1999) señala que el currículo dirigido al trabajo con las técnicas o algoritmos se basa en suposiciones falsas: (a) es un método óptimo para enseñar matemáticas, y (b) las matemáticas se presentan como si estuvieran libres de valores. Se les considera deshumanizadas, despersonalizadas y descontextualizadas (pp. 29-31). Esta observación vale también para el currículo de las matemáticas en la Universidad (con la posible excepción de los estudios profesionales en Matemáticas).

Sin embargo, muchos de nuestros libros de texto escolares son reflejo de estas suposiciones y creencias. Una observación similar puede hacerse con respecto al aprendizaje/enseñanza de las matemáticas escolares.

Así, un estudiante puede ser muy bueno calculando límites, aplicando sus propiedades, derivando funciones trigonométricas guiándose o no por una tabla, "despejando" variables en una ecuación, resolviendo sistemas de ecuaciones lineales, aplicando la denominada *resolvente cuadrática*, calculando el mínimo común múltiplo o en máximo común divisor, etc., y no comprender los conceptos de límite, derivada, solución de un sistema de ecuaciones, raíz de una ecuación cuadrática, la idea de mínimo común múltiplo, etc. El dominio de la técnica no necesariamente implica la comprensión de los conceptos que entran en juego cuando ella es aplicada; en este punto podemos referir a la *fantasía teórica* que describe Eisenberg (1991).

L2 también refleja una visión algorítmica, al destacar las operaciones sumar, restar, multiplicar y dividir, como los problemas que tratan las matemáticas. L3 y L7 son ideas que escapan de la visión algorítmica que hemos comentado antes y se vinculan con una perspectiva sociocultural de las matemáticas, tal como asumimos en nuestra investigación.

Por otra parte, en cuanto a la naturaleza del lenguaje matemático, los niños y niñas lo describieron como: (a) Una manera de expresar, (b) Como conjunto de términos, signos o símbolos, y (c) Como actividad natural al hombre y a la mujer.

---

205 Ver *Las actividades matemáticas, el saber y los libros de texto* (Serrano, 2007) para una discusión y estudio de una selección de libros de texto de matemáticas del primer año del Liceo venezolano; en especial, de la naturaleza de las actividades matemáticas propuestas y correspondencia con las categorías de Bishop (1999) y con algunas de las funciones del conocimiento que se pueden asociar a la educación matemática.

Cuadro 11. *Algunas posturas sobre el lenguaje y sus relaciones con las ideas expresadas por las y los estudiantes.*

	Algunas posturas sobre el lenguaje	*Ideas de los estudiantes sobre el lenguaje matemático*	
LENGUAJE	Sistema de símbolos (Sapir, 1954) Sistema de signos (Peirce, 1974) y, de principios y reglas que lo rigen (Serrano, 2004b)	L2, L3, L5	Uso de términos – conjunto de signos o símbolos.
	Buen medio o medio fundamental de comunicación (Sapir, 1954) Instrumento para alcanzar determinados fines (Chomsky, 1965, 1986)	L1, L6	Manera de expresar – escribir en números.
	Instrumento de la actividad, de la acción (Austin, 1971; Wittgenstein, 2002; Skovsmose, 1999)	L7	Actividad natural al hombre y a la mujer

Notas: Adaptado de Serrano (2004b): en este trabajo también se habla del lenguaje como reflejo de la sociedad, y por tanto, afectado por las crisis (Skovsmose, 1999). Las posturas descritas en la tabla fueron planteadas para el lenguaje natural o materno; sin embargo, son válidas también para el lenguaje matemático. L4 se refiere a las matemáticas, no al lenguaje de éstas –es por ello que no la incluimos en el cuadro.

En realidad, no podemos calificar de incorrectas o correctas a las ideas (a), (b) y (c). De hecho, tal como se expone en el cuadro adjunto, éstas se corresponden con las tesis de Sapir (1954), Peirce (1974), Chomsky (1965, 1986), Austin (1971), Wittgenstein (2002) o Skovsmose (1999). Y obedecen a una difícil área de investigación en la filosofía (la naturaleza del lenguaje). No obstante, la concepción que tengamos sobre el lenguaje, y sobre el lenguaje matemático, tiene sus implicaciones en la forma como entendamos la comunicación en el marco del aprendizaje/enseñanza de las matemáticas. Además, el uso del lenguaje (matemático) y la comunicación de ideas matemáticas es una de las potencialidades matemáticas, y por tanto, de la alfabetización matemática tal como la entendemos en el marco de nuestra investigación. Ciertamente, resulta notorio que las ideas de los estudiantes, resumidas en los puntos (a), (b) y (c), se asocien precisamente a algunas de las corrientes filosóficas más importantes que se han desarrollado al respecto.

En el cuestionario "algunas ideas vinculadas al lenguaje matemático" (Figura 24)[206], también se indagó sobre las "componentes del lenguaje matemático" (ver Serrano, 2005e). Algunas de las respuestas de las y los estudiantes fueron las siguientes (se copian textualmente):

Símbolos o signos: () % ; {} = . ÷ []
Contar y medir.
Signos: + - x ÷ Símbolos: ¿? i! ; . , etc.
+ - x - $\sqrt{\ }$ ÷ . , = () [] “”

206 Éste fue aplicado individualmente.

[] . , {} ÷ %
Los símbolos, los signos, los números, etc.
Símbolos, letras, adición, sustracción…
Símbolos y signos (ejemplos): () % [] + - ÷ 1, 2, 3, 4, … etc.
Vocabulario y términos (ejemplos): ecuación, incógnita, variable, función, suma, etc.
Gráficos o diagramas (ejemplos): Venn[207], circular, de barras, histograma, etc.
Los símbolos de sumar, restar, multiplicar y dividir, entre otros.
Las componentes son: Números Naturales, los símbolos, propiedad asociativa, propiedad conmutativa, multiplicación, etc.
Es el conjunto de signos o símbolos que representan las cantidades y la manera de efectuarla.

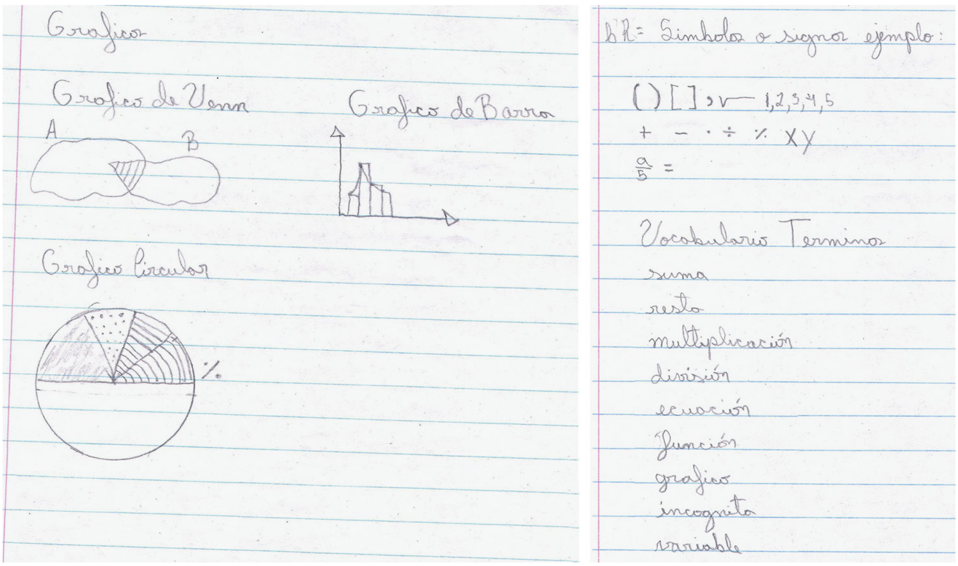


Figura 40 (a). *Componentes del lenguaje matemático. Estas ideas corresponden a uno de los estudiantes. Observe que distinguió una componente simbólica, otra para el vocabulario o términos, además de una gráfica.*

Llama la atención que muchas de las respuestas de los estudiantes se basaron en la idea del lenguaje de las matemáticas como un conjunto de símbolos o signos, en especial, para las operaciones, la agrupación de objetos, y los números. En pocos casos se citó a los diagramas, gráficos, así como a las propiedades. Al respecto, algunos de los niños y niñas comentaron que en la Escuela habían utilizado símbolos para los números, signos de agrupación y operaciones con números; sin embargo, la posición que aquí asumimos sobre la apropiación y desarrollo del lenguaje de las matemáticas se vincula con las idea de *juego de lenguaje en la educación matemática* (ver Serrano, 2004c, 2005c, 2006a) –basada en *los juegos de lenguaje* del *segundo* Wittgenstein

207 O *de Venn-Euler*, como también se les conoce.

(1998, 2002). De hecho, aprender a usar un lenguaje no obedece a la concepción agustiniana del lenguaje: "Oyendo repetidamente las palabras colocadas en sus lugares apropiados en diferentes oraciones, colegía paulatinamente de qué cosas eran signos y, una vez adiestrada la lengua en esos signos, expresaba ya con ellos mis deseos" (citado en Wittgenstein, 2002, p. 17). Wittgenstein inicia su análisis sobre la naturaleza del lenguaje (natural) criticando esta concepción. Para San Agustín: (a) las palabras del lenguaje nombran objetos y (b) las oraciones son combinaciones de esas denominaciones. Así, como en el *Tractatus*, "el significado está coordinado con la palabra. Es el objeto por el que está la palabra" (Ibíd.). Así, de acuerdo con Wittgenstein, el aprendizaje del lenguaje, siguiendo la concepción agustiniana del lenguaje, se ocupa en primer lugar de sustantivos como "mesa", "silla", "lápiz", "gato", etc., luego en acciones (como "caminar", "hacer", "explicar", etc.) y "piensa en los restantes géneros de palabras como algo que ya se acomodará" (ob. cit., p. 19). Una concepción similar se sigue en la alfabetización en la lengua materna en la Escuela venezolana y en muchos de los métodos de alfabetización en otros países [contrastar, por ejemplo, con el método de alfabetización de Freire (1969, 1970)]. Hacemos esta observación, pues una de las concepciones más generalizadas sobre la apropiación del lenguaje de las matemáticas concuerda precisamente con la concepción agustiniana del lenguaje.

Por otra parte, en Serrano (2005e) se habla del lenguaje como constituido por la lengua y el habla matemática, el cual se rige por los sistemas de principios y reglas: (a) fonológico, (b) simbólico y gráfico, (c) sintáctico, (d) semántico y (e) expresivo y evocativo[208]. Estos principios y reglas, siguiendo al segundo Wittgenstein (2002), así como el sistema de signos, son afectados por el uso, y recíprocamente; esto puede explicar porqué los estudiantes del 1A tenían una concepción bastante focal del lenguaje matemático y sus componentes.

En este sentido, una de las actividades que caracterizó cada una de las sesiones de trabajo, fue la discusión de los principios y reglas que rigen el lenguaje matemático (Serrano, 2005e); de hecho, formó parte natural de la evaluación del curso.

Aquí, partimos de la idea de que el conocimiento del lenguaje matemático puede enriquecer el proceso de aprendizaje/enseñanza de las matemáticas, y abordar matemáticamente los problemas que son propios del entorno (problemas reales). Skovsmose (1999) relaciona este hecho con el *poder formativo de las matemáticas*: de acuerdo con este autor, es a través del lenguaje que se desvelan o no las crisis de nuestra sociedad (ver también: Bernstein, 1996; y Freire, 1969, 1970). También, con el lenguaje se pueden establecer ciertos mecanismos de control que dificultan el desarrollo de la crítica en los estudiantes, y por tanto, de la concienciación y la transformación.

En cuanto a los *números* que conocían (para el momento de aplicación de este cuestionario –Figura 24), los niños y niñas expresaron que los Naturales, Enteros y Racionales. En efecto, estos números son los que se estudian en la Escuela y en el Liceo.

208 En este sistema puede ubicarse la respuesta "contar y medir", pues éste abarca principios y reglas, *sentimientos y emociones* sobre el lenguaje y la actividad matemática (sobre los juicios relacionados con la elegancia de una demostración, sobre las dudas asociadas a la validez de lo realizado en un problema, etc.).

Observamos, además, que muchos de los niños usaron el término *fracciones* y no el de *número racional*. Ciertamente, es muy común que los mismos profesores de la Escuela y del Liceo hagan esto (al hablar del "concepto de fracción", "operaciones con fracciones", entre otros); sin embargo, la fracción (en tanto representación de un número) y número Racional son objetos distintos. Esta observación, como es conocido, vale para todos los objetos matemáticos.

En la discusión que se generó al terminar el cuestionario, uno de los niños expresó que los números Naturales "iban del 0 al 9", argumentando que con esos se podía construir a todos los demás. Resulta curioso que en algunos libros de texto del primer grado de la Escuela se expresan esta idea. Otros de los niños, en cambio, hablaron que los números "eran infinitos" y que "los del 0 al 9 conformaban la base del Sistema Decimal".

El significado construido para los objetos *número*, así como para las ideas de *lenguaje matemático* y algunas *operaciones* fue diverso. Esto se corresponde con la tesis del *significado como uso y explicación* que asumimos en nuestro trabajo (ver el *capítulo V*); en este proceso intervienen las concepciones que tienen los estudiantes, los "modelos" que siguen de sus profesores y otros miembros del grupo escolar (familiar, etc.), así como de los libros de texto, entre otros –como por ejemplo: el lenguaje matemático utilizado, los tipos de problemas abordados, los métodos empleados, la manera de referirse a los objetos matemáticos, y las aplicaciones de la matemática escolar en el estudio de situaciones más complejas[209].

Una observación: al asumir la *tesis del significado como uso y explicación que se dé de los objetos y actividades matemáticas*, no se deja de lado el significado que éstos tienen en el seno de las matemáticas; la tesis permite entender qué factores más allá de las matemáticas influyen en la forma en que las y los estudiantes y las y los profesores (y la ciudadanía en general) construyen significados.

Los Problemas Abordados

Tal como señalamos, todos los problemas seleccionados por los grupos de trabajo se correspondían con la realidad. Este fue un acuerdo que tomamos en consenso en uno de los encuentros previos a la *sesión 1*. Aquí los estudiantes se mostraron muy interesados en ver las aplicaciones de las matemáticas en la cotidianidad. Ellos manifestaron que en la Escuela ya habían realizado proyectos en los que la matemática había intervenido, pero esta intervención se dio a través de las operaciones (adición y multiplicación de números Racionales, y con notación decimal). En estos proyectos no habían llevado a cabo actividades matemáticas más allá de la concepción algorítmica de la matemática escolar (paradigma del ejercicio[210]).

El cuadro que sigue describe los problemas que observó cada uno de los cinco grupos en su comunidad y localidad; además, se incluyen los temas de Ciencias Naturales y Matemática que los niños y niñas consideraron se relacionan con estos problemas.

En las etapas de iniciativa y discusión del proyecto, los niños y niñas,

209 Esto es, propias del entorno o que involucran a otras disciplinas.

210 Skovsmose (2000).

organizados en grupos de trabajo, aportaron sus ideas en cuando a las cuestiones "¿qué problemas observan en su comunidad y en la localidad regional?", y "¿qué temas de Ciencias Naturales y Matemática se relacionan con estos problemas?". Fue notorio que en todos los grupos de trabajo se reportó que uno de tales problemas es la basura (ver el Cuadro 12). El consumo de drogas fue señalado por tres de los grupos. También destacó el hecho de que dos de los grupos no vincularon los problemas señalados con ideas matemáticas (grupos 1 y 2), sino con temas como la contaminación y las enfermedades; en cambio, el resto de los grupos los vinculó con (1) la estadística, (2) la resolución de problemas y (3) con las nociones de cantidad y volumen; temas y metodología que están contemplados en el diseño curricular del primer año del Liceo Bolivariano.

Cada uno de los problemas observados tenía y tiene relevancia en la localidad. Incluso, "el deterioro del Patrimonio Cultural de la Parroquia La Pastora" encuentra sentido en el hecho de que esta Parroquia es una de las más importantes en nuestro país –precisamente por la proporción de edificaciones antiguas que tiene, así como por su legado histórico, arquitectónico y cultural.

Cuadro 12. *Ideas de Ciencias Naturales y Matemática que relacionaron las y los estudiantes del 1A con algunos problemas de la comunidad y localidad regional.*

G.	¿Qué problemas observan en su comunidad y en la localidad regional?	¿Qué temas de Ciencias Naturales y Matemáticas consideran que se relacionan con estos problemas?
1	☐ *Drogas* ☐ *BASURA* ☐ *Alcoholismo* ☐ *Dengue*	☐ *Contaminación* ☐ *Enfermedades*
2	☐ *La basura y falta de conciencia de los vecinos*	☐ *Contaminación*
3	☐ *BASURA* ☐ *Contaminación del ambiente* ☐ *Drogadicción* ☐ *Inseguridad vial*	☐ *Estadística* ☐ *Contaminación*
4	☐ *BASURA* ☐ *Delincuencia* ☐ *Violencia* ☐ *Deterioro del Patrimonio Cultural de La Pastora*	☐ *Contaminación* ☐ *Resolución de problemas* ☐ *Estadísticas*
5	☐ *LA BASURA* ☐ *Falta de vigilancia policial* ☐ *Las drogas*	☐ *Cantidad, volumen, contaminación, enfermedades, intoxicación*

Notas: Basado en el Cuestionario: "etapas de iniciativa y discusión de un proyecto" (Figura 22). G = grupos de trabajo.

Los problemas seleccionados [1. La recuperación de las fachadas y el despertar de los techos rojos (en la Parroquia La Pastora), 2. El dengue en Latinoamérica, 3. La inseguridad vial, 4. La violencia y la inseguridad en Caracas, y 5. La basura en la Parroquia La Pastora] fueron abordados en un ambiente de investigación (ver: *2.2 Una Descripción de las Sesiones de Trabajo* –en este mismo *capítulo*). Entre los argumentos para la elección de estos problemas, los niños y niñas expresaron que "son importantes porque si se resuelven […] podemos tener un mejor país", "su solución es para el bien del ser humano y el crecimiento de los mismos", y porque "afectan a la comunidad directamente".

En la discusión que hicimos sobre la naturaleza de los problemas en la matemática escolar[211], planteamos que los que se relacionan estrechamente con la realidad constituyen un punto de entrada a la educación crítica de la matemática, e incluso, para abordar problemas en el edificio que constituyen las matemáticas (por ejemplo: a través de la *modelación*).

Naturalmente, una preocupación del profesor del curso, así como de los observadores externos, fue la forma en que se presentarían las matemáticas en los proyectos.

En la sección que sigue describimos el proceso de interpretación y/o estructuración de un modelo matemático para algunos de los problemas que se propuso al curso 1A en su totalidad.

Interpretación y/o Estructuración de Modelos Matemáticos

Otras de las actividades comunes a todo el curso fue la aplicación de una prueba grupal (en parejas) la cual incluyó actividades relacionadas con el crecimiento poblacional mundial, considerando que éste fue el problema matriz en el cual se inscribieron los problemas que seleccionó cada grupo de trabajo, y un taller (también en parejas) sobre la organización, representación e interpretación de datos estadísticos. En lo que sigue, describo algunas de las producciones de los estudiantes.

1. Sobre la prueba:

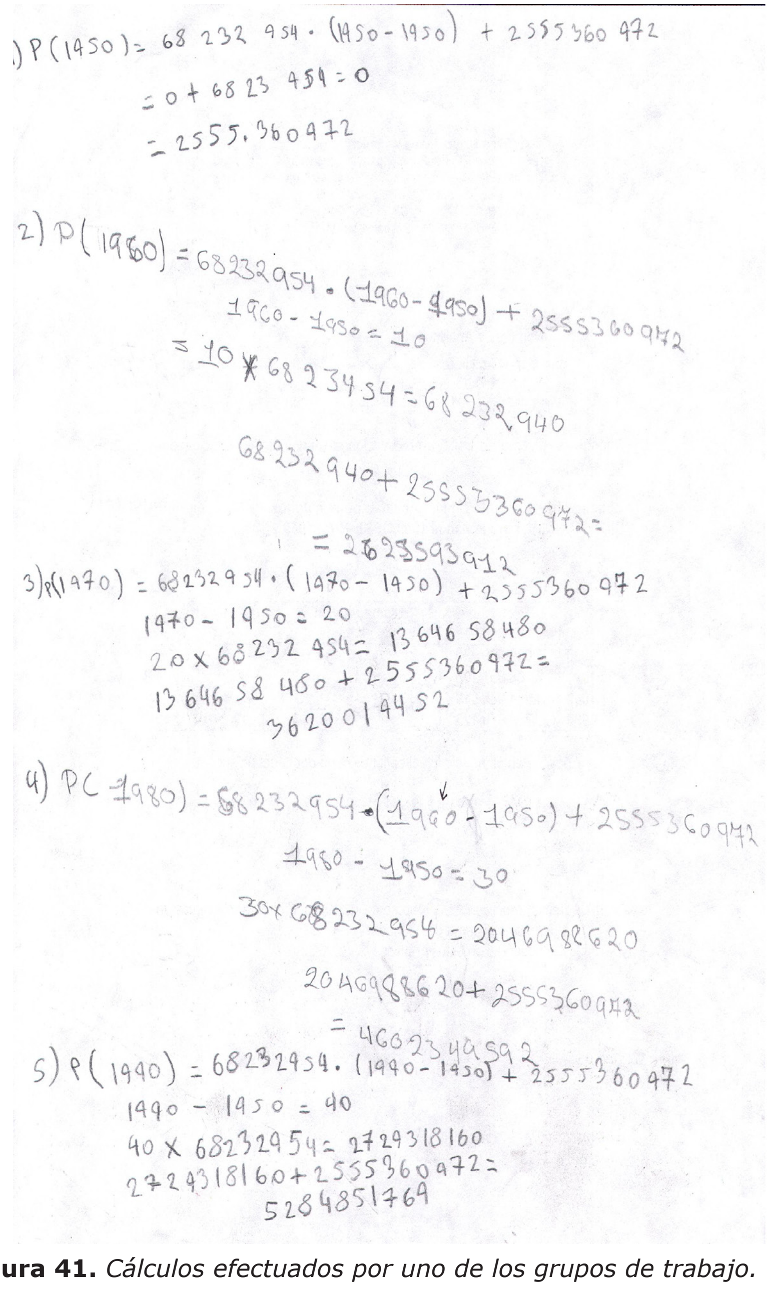
Cálculos – estimación con P_n y error: en la actividad de la prueba grupal se dieron datos sobre la población mundial en los años 1950, 1960, 1970, 1980 y 1990, y un modelo lineal P_n que da una aproximación de esta población en el período de tiempo descrito, dado por:

$$P(t) = 68232954(t-1950) + 2555360972$$
$$con\ t \geq 1950$$

Una de las dificultades que enfrentaron las y los estudiantes fue operar con números "grandes" (en el orden de los miles de millones); de hecho, comentaron que nunca habían operado con números "tan grandes" ni en la Escuela ni en alguna situación de su vida cotidiana.

En todos los grupos de trabajo disponían de calculadoras sencillas y de las calculadoras en sus equipos celulares; no obstante, ninguna de estas permitía números de más de 8 dígitos. Aún cuando les puse a su orden la calculadora de mi *laptop*, decidieron hacer los cálculos en lápiz y papel. En este proceso cometieron algunos errores (ver las Figuras 41 y 42), aunque en general, la casi totalidad de los grupos de trabajo efectuaron los cálculos con una buena aproximación.

211 Ver el *capítulo IV*.



1) P(1950) = 68 232 954 · (1950 - 1950) + 2555 360 972
= 0 + 6823 454 = 0
= 2555.360972

2) P(1960) = 68232954 • (1960 - 1950) + 2555360972
1960 - 1950 = 10
= 10 * 6823454 = 68 232 940
68 232 940 + 25553360972 =
= 2623593912

3) P(1970) = 68232954 · (1970 - 1950) + 2555360972
1970 - 1950 = 20
20 x 68232 454 = 13646 58480
13 646 58 480 + 2555360972 =
3620014452

4) P(1980) = 68232954 • (1960 - 1950) + 2555360972
1980 - 1950 = 30
30x 68232954 = 2046988620
2046988620 + 2555360972
= 4602349592

5) P(1990) = 68232954. (1990 - 1950) + 2555360972
1990 - 1950 = 40
40 X 68232954 = 2729318160
2729318160 + 2555360972 =
5284851769

Figura 41. *Cálculos efectuados por uno de los grupos de trabajo.*

Por ejemplo, en los cálculos presentados en la Figura 41, los estudiantes expresaron que

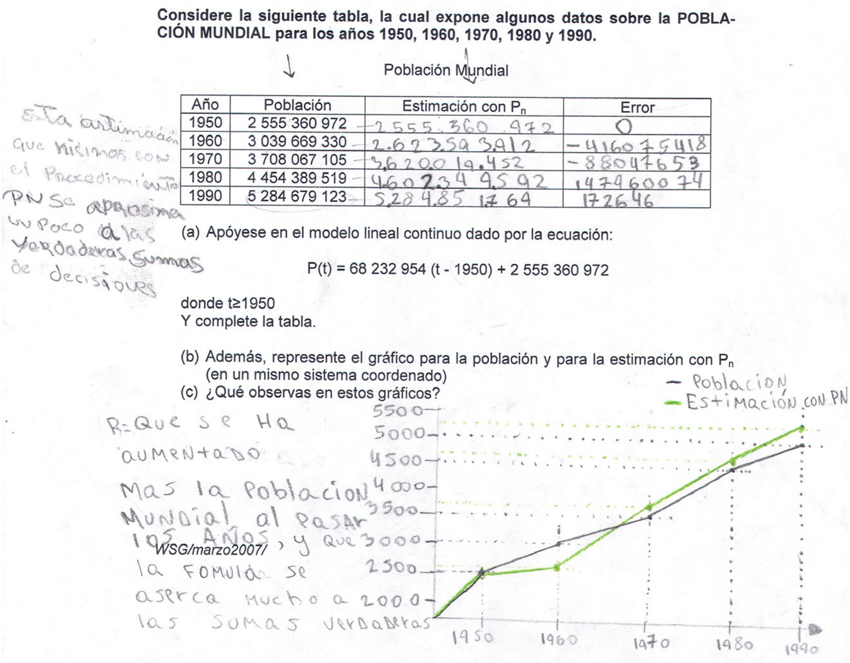
$$0 + 6823454 = 0$$

En vez de escribir que:

$$68\,232\,954(1950-1950)=68\,232\,954\cdot 0=0$$

No obstante, obtuvieron la respuesta correcta para $P(1950)$.

Al conversar con ellas y ellos, se evidenció que interpretaron adecuadamente la expresión $68\,232\,954(1950-1950)+2\,555\,360\,972$, pero tuvieron dificultades para llevar sus ideas al lenguaje escrito.



Considere la siguiente tabla, la cual expone algunos datos sobre la POBLACIÓN MUNDIAL para los años 1950, 1960, 1970, 1980 y 1990.

Población Mundial

Año	Población	Estimación con P_n	Error
1950	2 555 360 972	2 555.360 .972	0
1960	3 039 669 330	2.623.593.912	−416075418
1970	3 708 067 105	3.620019.452	−88047653
1980	4 454 389 519	4602349592	147960074
1990	5 284 679 123	5.284.85 1764	172646

Esta estimación que hicimos con el procedimiento PN se aproxima un poco a las verdaderas sumas de decisiones

(a) Apóyese en el modelo lineal continuo dado por la ecuación:

P(t) = 68 232 954 (t - 1950) + 2 555 360 972

donde t≥1950

Y complete la tabla.

(b) Además, represente el gráfico para la población y para la estimación con P_n (en un mismo sistema coordenado)

(c) ¿Qué observas en estos gráficos?

R: Que se ha aumentado mas la poblacion mundial al pasar los años, y que la fomula se aserca mucho a las sumas verdaderas

Figura 42. *Gráfico e interpretación realizados por uno de los grupos de trabajo. En las columnas "estimación con P_n" y "error" pueden observarse los errores de cálculo cometidos.*

Me llamó también la atención que este grupo, luego de escribir la expresión para $P(t), 1950\le t\le 1990$, dispusieron sus cálculos "unos debajo de los otros" en el siguiente orden:

$$t-1950$$

$68\,232\,954(t-1950)$, y por último, $68\,232\,954(t-1950)+2\,555\,360\,972$.

Y no utilizando las propiedades de la relación:

"es igual que" (=).

El error de P_n se calculó directo sobre la tabla contenida en el instrumento. Además, tuvieron inconvenientes para indicar los casos en que P_n da valores mayores y menores al dato real [ver $P(1960)$ *y* $P(1970)$ en la Figura 42] –ocasionados por los errores de cálculo que habían cometido.

Año	Población	Estimación con P_n	Error
1950	2 555 360 972	2555 360 972	0
1960	3 039 669 330	2,623 593 926	0446075404
1970	3 708 067 105	3,920 020052	02119 52947
1980	4 454 389 519	4602349592	014 7960073
1990	5 284 679 123	52846794132	9

Figura 43. *Tabla de datos construida por otro de los grupos de trabajo. Aquí, el único error se encuentra en* $P(1960)$*, así como para la diferencia entre* P_n *y el dato aportado en la segunda columna.*

No obstante, para el curso en general, los cálculos aritméticos, aún con números grandes fueron manejados bastante bien.

Por ejemplo, en la Figura 43 se muestra la tabla que construyó otro de los grupos de trabajo. En este caso, el único error se encuentra para $P(1960)$, así como para la diferencia entre P_n y el dato aportado a los estudiantes.

Es más bien en la representación gráfica (en el *Plano*) de los datos discretos de la tabla y de la estimación que da P_n que los *observadores externos* y *yo* hicimos algunas observaciones.

Representación gráfica en el Plano Cartesiano: La representación dada en la Figura 42 muestra varios hechos:

(a) las escalas sobre los ejes *x* y *y* fueron construidas sin tanta precisión, aún cuando utilizaron instrumentos de medida (*regla* y *escuadra*) –ver también la Figura 44.

Al respecto, son varias las posiciones que pueden asumirse; una de ellas afirma que los gráficos, diagramas y representaciones geométricas deben hacerse con especial cuidado y rigor; en cambio, otra posición sostiene que éstas deben necesariamente hacerse sin mayor cuidado, con la intención de destacar las propiedades matemáticas de los objetos.

Sin embargo, este hecho, en el caso de la Figura 42 y en el de muchos de los otros gráficos realizados por los demás grupos, implicó que la curva que describe a P_n no se comporte como una recta (considerando *t* en *R*).

(b) Además, la representación de los puntos en el *Plano* se hizo aproximando los valores que dio la estimación. Y en algunos casos esta aproximación fue bastante "grande" (ver $P(1960)$ en la Figura 42).

Esta observación también aplica para los puntos que se corresponden con el dato de la población mundial [ver en la misma Figura, por ejemplo, los puntos $(1980, P(1980))$ y $(1970, P(1970))$. O bien, $P(1960)$ en la Figura 44].

(c) Todos los grupos de trabajo representaron solamente el primer cuadrante del *Plano Cartesiano*. Ya en sesiones anteriores, incluso desde la Sesión 1, habíamos estudiado la representación gráfica de diversas funciones en el *Plano Cartesiano*; no únicamente *lineales* sino también de otros *órdenes*, aunque no estaban contempladas en el diseño curricular del primer año del Liceo ni en los libros de texto de matemáticas venezolanos correspondientes a este grado. Una de las convenciones que discutimos fue precisamente que podemos obviar dos o tres de los cuadrantes del *Plano* dependiendo del comportamiento de la función y del Dominio que se defina para ésta; ideas que fueron manejadas bastante bien por todo el curso. Durante la prueba grupal, algunos de los estudiantes comentaron que "solo era necesario graficar el primer cuadrante pues el tiempo no es negativo y la población tampoco"; este punto llamó la atención de los observadores externos[212].

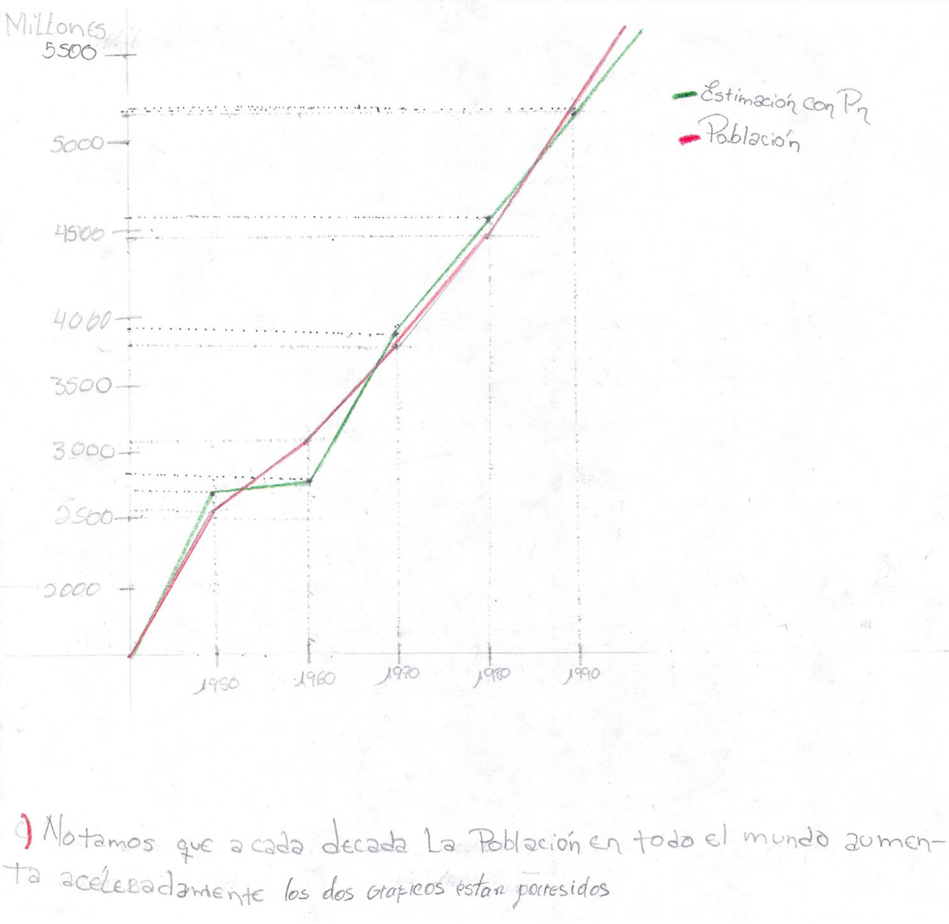


Figura 44. *Población mundial y su estimación a través de P_n.*

(d) También debemos destacar que en todos los gráficos se emplearon recursos como las líneas punteadas, resaltar los puntos $(t, P(t))$ y (t, p), donde

212 De hecho, lo consideraron una idea que sobrepasa el alcance de lo contemplado en el Diseño Curricular de las matemáticas del primer año del Liceo.

p indica el valor para la población dado en el instrumento, las notas al margen para indicar cuál gráfico se corresponde con los datos de la población y cuál con P_n, colores, y flechas para hacer ver que los ejes *x* y *y* no son acotados superiormente. Éstos son elementos del lenguaje matemático en su componente gráfica (Serrano, 2005e) y constituyen una componente importante de la modalidad escrita del lenguaje matemático.

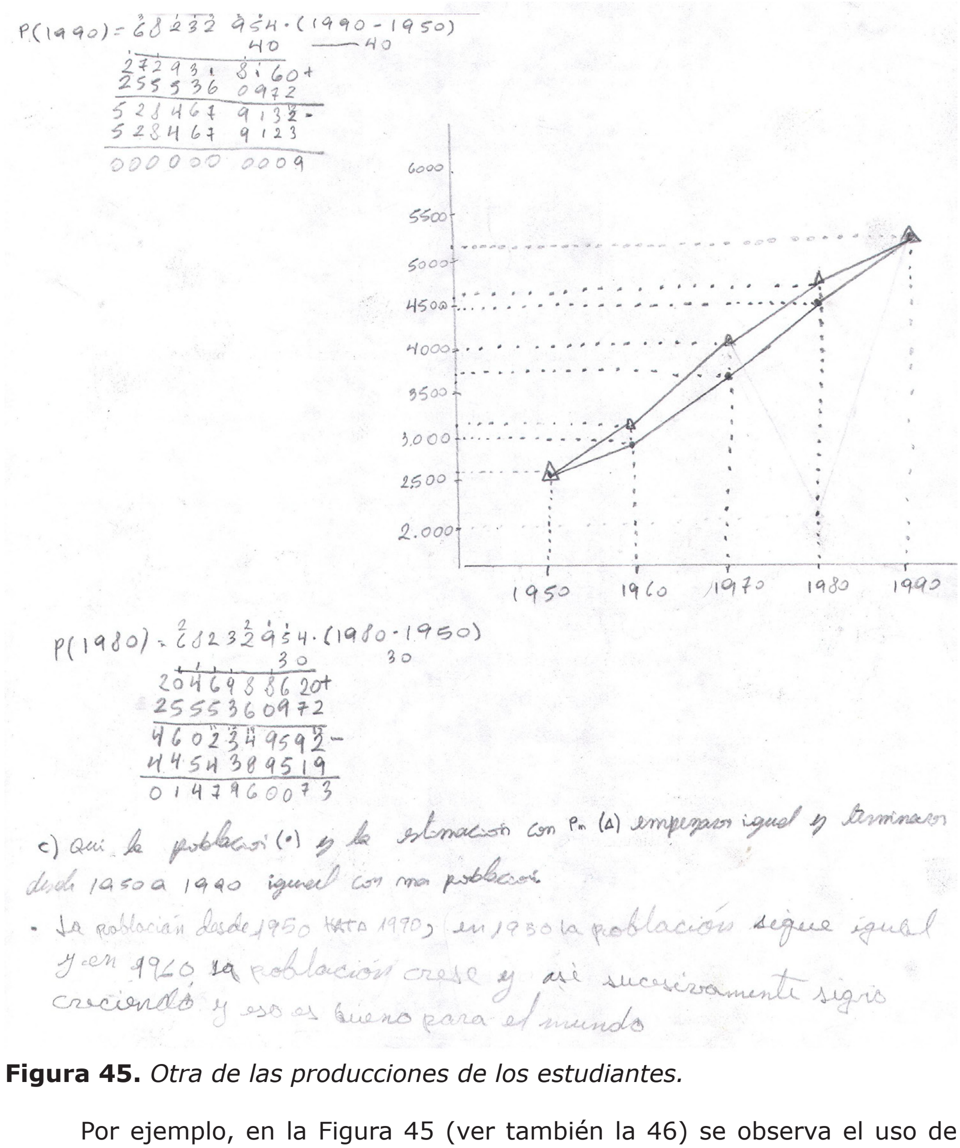


Figura 45. *Otra de las producciones de los estudiantes.*

Por ejemplo, en la Figura 45 (ver también la 46) se observa el uso de triángulos y círculos para indicar los puntos $(t, P(t))$ y (t, p). Este recurso es empleado por muchos de los programas o software de cálculo y representación, incluso en los que acompañan a los diversos sistemas operativos de *pc*. En este caso, su uso se dio de forma natural, pues no habían manejado estos programas. Con posterioridad a esta actividad dedicamos algunos minutos a comparar sus cálculos y gráficos con los que aportó el *pc* (en un *laptop* personal[213] - en secciones anteriores comentamos que el Laboratorio de Informática de la *UEN Liceo Agustín Aveledo* no estaba en funcionamiento, aún cuando los equipos habían sido asignados en fecha reciente por parte del *Ministerio de Educación y Deportes* (tal cual era su denominación para entonces).), y aprovechamos para discutir sus ideas sobre los puntos que he descrito aquí.

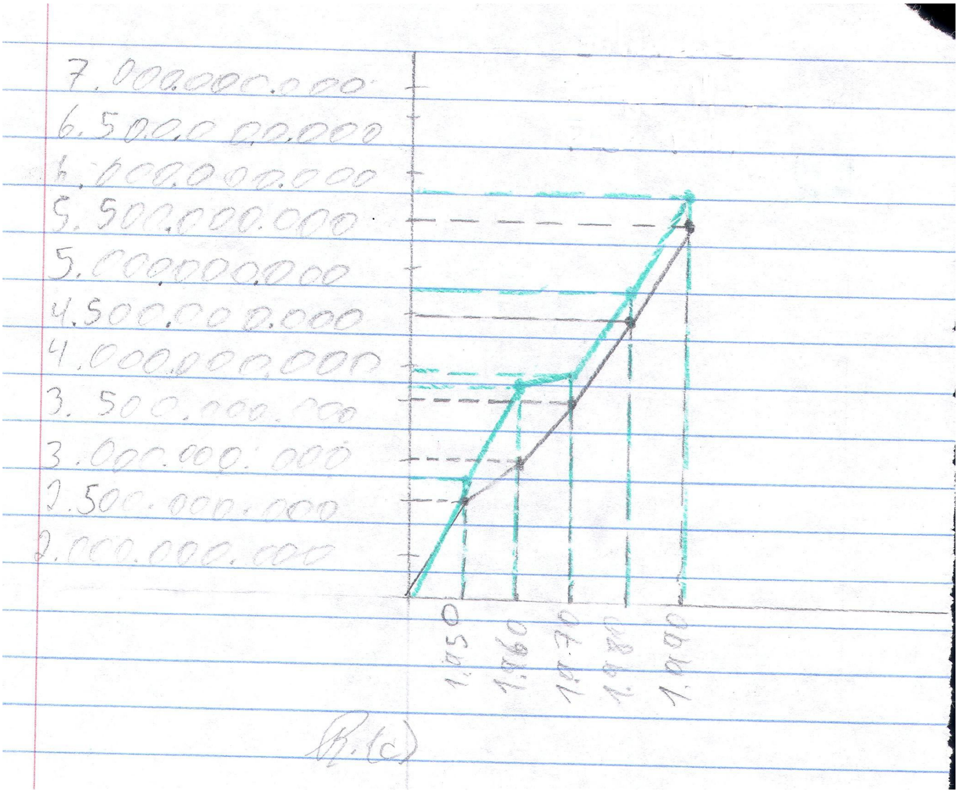


Figura 46. *Valores en los ejes del sistema de representación. Este grupo de trabajo fue el único que no utilizó una "escala" para indicar los números en uno de los ejes (comparar con los gráficos anteriores).*

(e) Por otra parte, esta actividad, de acuerdo con los comentarios de los estudiantes, fue la primera en la que debían representar dos gráficos en un mismo sistema coordenado; lo cual llamó la atención de todos al comienzo de la prueba, así como de los observadores externos. Y, aún cuando esto se indicó

213 En secciones anteriores comentamos que el Laboratorio de Informática de la *UEN Liceo Agustín Aveledo* no estaba en funcionamiento, aún cuando los equipos habían sido asignados en fecha reciente por parte del *Ministerio de Educación y Deportes* (tal cual era su denominación para entonces).

en el instrumento de la prueba grupal, uno de los grupos realizó las representaciones en *dos* sistemas coordenados.

Sobre la Interpretación: las Figuras 42, 44 y 45 recogen las siguientes interpretaciones de las representaciones de P_n y de los datos de la población mundial en el período 1950-1990.

> La estimación que hicimos con el procedimiento P_n se aproxima un poco a las verdaderas sumas de decisiones. (I1)
>
> Ha aumentado más la población en los últimos años, y que la fórmula se acerca mucho a las sumas verdaderas. (I2)
>
> La población del mundo aumenta aceleradamente al pasar cada década. (I3)
>
> Los gráficos de P_n y de la población mundial son parecidos. (I4)
>
> La población y la estimación con P_n empezaron y terminaron igual. (I5)

Todos los grupos de trabajo coincidieron en que la estimación que da P_n es una buena aproximación de la población mundial en el período de tiempo descrito; para hacer ver ello utilizaron los términos "gráficos parecidos", "el gráfico de P_n se aproxima a", "se acerca mucho a", y "los gráficos empezaron y terminaron igual". En este punto, les plantee preguntas como ¿por qué afirman esto si el error llega incluso a cerca de 400 millones de personas (Figura 43)?, pero en otros casos es un valor exacto (0) o bastante pequeño (9). Aquí se dio una buena discusión, y comentaron que este error era pequeño considerando que la población mundial va de 2500 millones a 5200 millones, aproximadamente. Y que el gráfico que habían construido mostraba este hecho, pues "las líneas o gráficos eran muy parecidos".

Uno de los grupos de trabajo (el que construyó la Figura 43) utilizó P_n para calcular el estimado de la población mundial para el año 2000, reportando que

$$P(2000) = 5967008672$$

Y acordamos compararlo con las estadísticas que se tienen al respecto; esta información se obtuvo de varias fuentes disponibles en línea: tanto de la ONU como de varias organizaciones que se dedican a la investigación demográfica en el mundo. Los niños y niñas observaron que no existe una única estadística sobre la población mundial. Esto les llamó la atención, pues consideraban que debía existir un dato fiel y exacto para ello. Estas ideas nos permitieron discutir sobre la naturaleza de los estudios estadísticos (en particular, una visión general de los estudios descriptivos e inferenciales), algunas de las dificultades asociadas a estos (como los recursos disponibles para realizar un estudio descriptivo en una población grande, la conveniencia –en ciertos casos– de emprender estudios sobre una parte de la población, entre otros), así como el concepto de *aproximación* y *estimación*. Los estudiantes citaron como ejemplos a los *censos de población nacional* que se han realizado periódicamente en nuestro país, las *encuestas* sobre los tipos y rutas de transporte que utilizan regularmente (realizadas por el *Metro de Caracas*), las *entrevistas a grupos pequeños* para obtener información sobre sus propuestas de solución a problemas del entorno, y además, el *estudio* que uno de los grupos estaba desarrollando sobre las opiniones de parte de la comunidad vinculadas a la basura (definición, clasificación de los desechos sólidos, y tratamiento). Yo les di como ejemplo las *encuestas a salida de urna* y la manipulación de los resultados que puede hacerse intencionalmente o no, si no se manejan con cuidado aspectos como el muestreo, y la representatividad de la muestra seleccionada –tal como sucedió en las elecciones de 2004.

Aprovechamos estas ideas para comparar el total de la población dado en la prueba grupal con otras estadísticas.

Discutimos también sobre los índices de natalidad y mortalidad como dos de los factores que afectan el crecimiento de la población. En este punto, los niños y niñas afirmaron que con cualquiera de los métodos estadísticos que se utilicen (refiriéndose a los estudios descriptivos e inferenciales), siempre habrá un margen de error argumentando que "a cada momento nacen y mueren personas". Aunque también citaron otros factores que describiremos en las secciones *Potencialidades Sociales* y *Potencialidad Axiológica* (en este mismo *capítulo*).

El problema de la prueba nos llevó a estudiar conceptos centrales como el de *función*, *aproximación* y *estimación*; tal como hemos referido párrafos atrás. El problema, en realidad, *fue más allá* de la técnica de representación gráfica en el *Plano Cartesiano*.

Llamó la atención de los observadores externos y la *mía*, el hecho de que en (I1) e (I2) se hablara de "sumas de decisiones" y "sumas verdaderas", respectivamente. Este grupo comentó, luego de su reporte, que pensaban que los datos tenían que ver con opiniones de la población y que por eso habían escrito "decisiones". El término "suma" lo emplearon para denotar el "total" de estas *opiniones*. Además, "verdadero" lo asociaron a la idea de "valor real o exacto".

En (I3) se describe el crecimiento de la población como "acelerado" entre cada década del intervalo de tiempo dado; idea que es correcta. Al conversar con este grupo, (los observadores y yo) notamos que relacionaban *aceleración* con el concepto de *aumento* (en nuestro caso, del número de personas), mas no conocían el término *desaceleración*. Es justo destacar que el Diseño Curricular del primer año del Liceo no contempla seguir un curso de Física; es el tercer año del Liceo que esto se hace.

La interpretación que reportó cada grupo de trabajo y la discusión que se generó luego de esto, permitió explicitar algunas de las concepciones (Serrano, 2002b) de los estudiantes sobre la representación gráfica, estadística, error, aproximación, estimación, e incluso, de conceptos como aceleración. Las cuales son parte de la cosmovisión (Beyer, 2002) de cada uno de ellos.

Por otra parte, es precisamente la *interpretación de modelos matemáticos* una de las potencialidades de la *alfabetización matemática* que he caracterizado en esta investigación. Aunque debo hacer una observación: el problema de la prueba grupal aportaba tanto los datos de la población mundial entre 1950 y 1990, como uno de los modelos matemáticos que se acerca a su comportamiento (P_n). La actividad de los niños y niñas se concentró en trabajar con el modelo en sí para efectuar los cálculos necesarios, y la evaluación del modelo a través del estudio del error que se da para cada década (entre 1960 y 1990), al compararlo con los datos iniciales ("reales"), y también con otras estadísticas provenientes de otras fuentes disponibles en Internet. Esto es, la actividad del grupo siguió parte del proceso de modelación matemática (Figura 14). Conversamos aspectos generales de la modelación matemática y acotamos que algunos de los proyectos que desarrollaría el curso 1A iniciarían el proceso desde la obtención de datos (mundo) y estructurando un primer modelo.

2. Sobre el taller:

El taller se realizó con posterioridad a la prueba grupal, y también en el marco de desarrollo de los proyectos del curso. Sus actividades se relacionaron con algunos conceptos estadísticos.
En general, el curso 1A no tuvo mayores dificultades para construir un histograma de frecuencias absolutas (f_i) para los datos agrupados. Les sugerí considerar cinco clases, para ello ordenaron los datos, determinaron el rango y la amplitud de clase, así como los límites inferior y superior de cada una de las clases. Luego, calcularon f_i, $1 \leq i \leq 5$, y representaron gráficamente el histograma en el *Plano*.

En cambio, la segunda de las actividades del taller, que consistió en responder ¿qué observas en estos gráficos?, evidenció algunos hechos vinculados con la interpretación; los cuales describimos de seguida.

Por ejemplo, uno de los grupos, sostuvo que "el gráfico nos muestra la hemoglobina A, H y M[214], en 40 personas". Es una observación correcta; no obstante, sumamente general, ya contenida en la actividad propuesta en el taller. Otro de los grupos expresó que "observamos porcentajes de las respuestas a la prueba"; en este caso se entendió "la aplicación de una prueba de HEMOGLOBINA A" en el sentido que tienen las "pruebas" en educación. Resultó curioso que en el histograma que construyeron no se ordenaron las clases de acuerdo con sus límites inferior y superior, se presentaron más bien en la secuencia B-E-C-D-A. Al indagar sobre esto, no presentaron argumentos. Además, cometieron errores al construir las clases (ver el límite superior de la clase B y la intersección no vacía de las clases D y E). Este fue uno de los grupos al que le dediqué mayor tiempo para la discusión de las ideas matemáticas en las que se basó el taller, y para la interpretación de sus resultados.

Otro de los grupos escribió que "observamos en los gráficos que el grupo (C) ha aumentado mucho la hemoglobina, entre 6,2 y 7,2. Mientras que en el grupo (A) ha bajado mucho, entre 4,0 y 5,0". Aquí, los estudiantes asumieron, erróneamente, que los valores máximo y mínimo de f_i indicaban que la hemoglobina había *subido* y *bajado*, respectivamente.

También, en otros grupos se expresó que: "el grupo A fue el que tuvo menos frecuencia de azúcar en la sangre, mientras que el B y el C fueron los que tuvieron mayor proporción de azúcar en la sangre", y "el grupo A es de las personas que tienen la hemoglobina entre 4,0 y 5,0; en el B las personas con diabetes tienen la hemoglobina entre 5,1 y 6,1; en el C entre 6,2 y 7,2; en el D entre 7,3 y 8,3; y en el E entre 8,4 y 9,4. Y como sus frecuencias son 1, 9, 18, 8 y 4, eso quiere decir que el gráfico es desigual". Es estas dos respuestas hay puntos muy interesantes: *tener menos frecuencia de azúcar en la sangre* es

214 Hombres y Mujeres.

una idea imprecisa; al igual que afirmar que B y C *tienen la mayor proporción de azúcar en la sangre*. Aquí se confunde f_B y f_C con el mayor nivel de azúcar en la sangre –que en realidad corresponde, en el grupo de las 40 personas del problema, a la clase E.

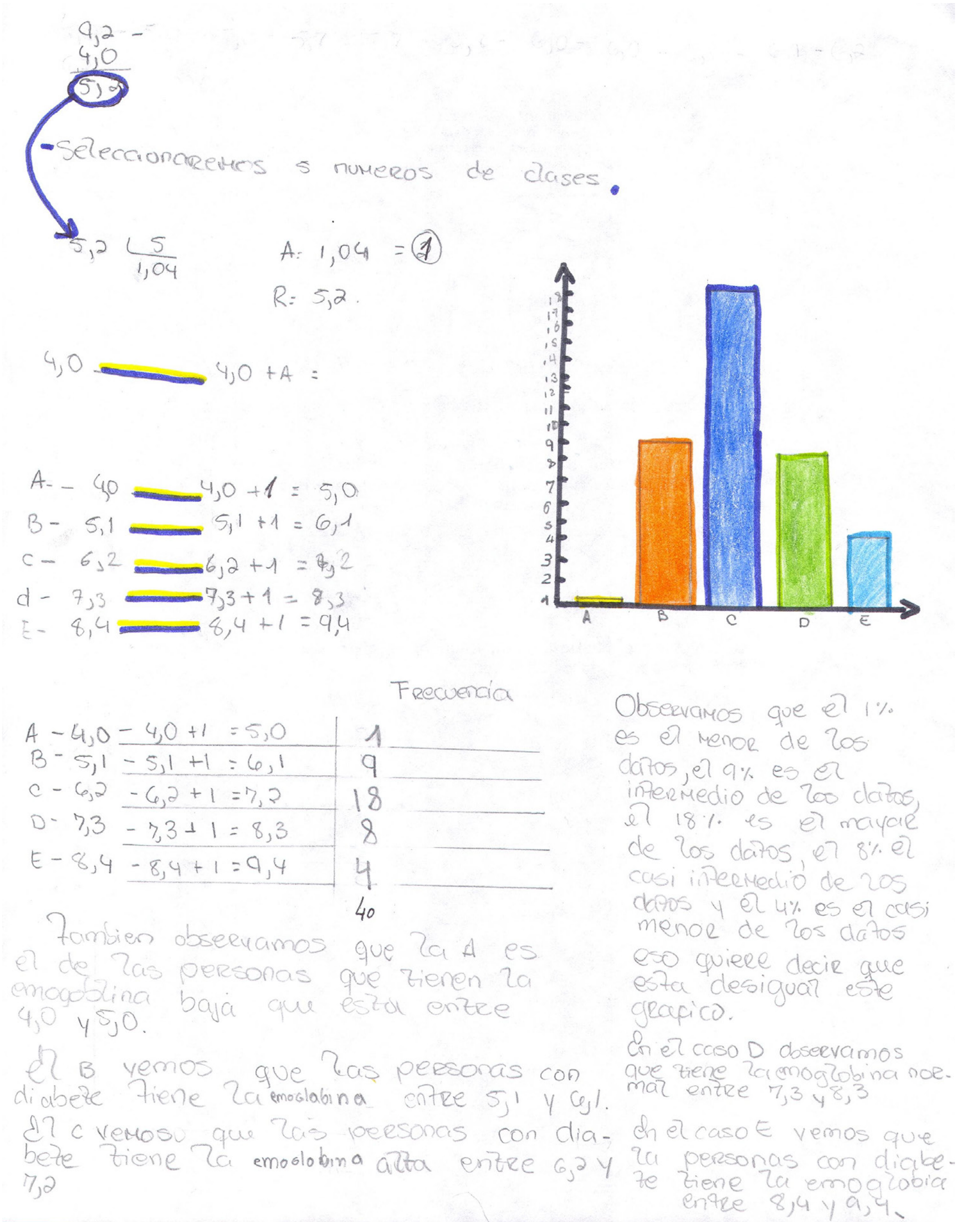


Figura 47. *El trabajo realizado por uno de los grupos en el taller. Observe que partió del cálculo del rango de los datos, declaró que construirían 5 clases, de-*

terminaron la amplitud de las clases, calcularon los límites inferior y superior de cada clase y representaron estas ideas a través de un histograma. Además, presentaron su interpretación de los resultados.

Ahora, la idea de que "eso quiere decir que el gráfico es desigual" puede asociarse al concepto de *asimetría*, aún cuando los estudiantes no hayan empleado el término.

Los ejemplos citados hasta ahora muestran cómo ciertos resultados estadísticos elementales pueden asociarse a interpretaciones erróneas. Aquí podemos referir, nuevamente, a una posible consecuencia del énfasis en el *paradigma del ejercicio* que ha signado nuestro aprendizaje/enseñanza de las matemáticas [paradigma que describe Skovsmose (2000)]. La ejecución correcta de cierto algoritmo, tal es el caso de la construcción de las clases para agrupar un conjunto de datos, no implica la comprensión de las ideas que le sirven de base –tal es el caso de la solución de una ecuación de segundo grado: el estudiante puede hacer los cálculos y obtener sus soluciones (si las tuviera), pero no necesariamente las puede interpretar este hecho geométricamente. Se pueden dar ejemplos similares para cada una de las actividades matemáticas que contempla el Diseño Curricular del Liceo que son tratadas con un enfoque algorítmico (solución de ecuaciones de grado 1 y 2, de sistemas de ecuaciones lineales, mínimo común múltiplo, máximo común divisor, operaciones con polinomios, matrices, determinantes, algunas relaciones trigonométricas, medidas de tendencia central y de desviación, entre otras). Es por esta razón que en el taller (Figura 26) se presentaron conjuntamente dos actividades: una que tuvo que ver con la técnica para agrupar datos, y otra relacionada con la interpretación de los resultados a los que habían llegado. En una educación matemática centrada en el *paradigma del ejercicio*, se suprime la tarea de interpretar los resultados; el fin último, como hemos comentado en los *capítulos* previos, es la *técnica* o la aplicación del *algoritmo*.

Las respuestas de los grupos de trabajo también mostraron que (1) en las interpretaciones se utilizaron conceptos matemáticos como proporción, desigualdad, simetría, porcentaje, intervalo, valor máximo, valor mínimo, gráfico y aproximación, y (2) las interpretaciones más comunes tuvieron la forma: *"en el histograma observamos que la clase A tiene una frecuencia de…, la clase B tiene una frecuencia de…, etc., y la clase con mayor frecuencia es… y la de menor es…",* o bien, *"dos personas tienen su hemoglobina entre 4,0 y 5,0; nueve personas tienen su hemoglobina entre 5,1 y 6,1, etc."*.

Luego de este taller, discutimos otros tipos de representación gráfica vinculados a los problemas que surgieron en sus proyectos, tal es el caso de los gráficos circulares y de algunas funciones.

3. Sobre otros problemas en los proyectos:

En cada uno de los proyectos surgieron algunos problemas relacionados con ideas estadísticas: sobre el diseño de instrumentos de obtención de datos (encuesta), la organización y representación tabular y gráfica de los datos, en particular de los gráficos de barras y circulares, y la interpretación de los resultados. La estadística, tal como comentamos en secciones anteriores, fue el eje de todos los proyectos.

(A) Por ejemplo, el grupo que se propuso estudiar ideas matemáticas vinculadas al Patrimonio Cultural de la Parroquia La Pastora, obtuvo información de los representantes del *Museo Arturo Michelena* y de la *Casa de Talleres del Museo* (ubicados en la misma Parroquia, a una y dos cuadras del Liceo, respectivamente). Este grupo diseñó un guión de entrevista para estos representantes, y llevaron un grabador de audio para registrarla. Además, buscaron información en la *Hemeroteca Nacional*, prensa nacional, revistas varias, y en la página en Internet del Instituto de *Patrimonio Cultural* (IPC) (siguiendo la propuesta de este grupo, colocamos el "vínculo" al IPC en www.matematicasenelaveledo.blogspot.com).

El problema central en su proyecto fue precisar la proporción de edificios, construcciones arquitectónicas o viviendas, que constituyen parte[215] del Patrimonio Cultural de la Pastora; y luego, emplear la mejor manera de representar gráficamente esta idea. De hecho, los estudiantes ya conocían que esta parroquia es una de las más importantes del país, precisamente por su valor patrimonial.

Este grupo se apoyó en unas estadísticas realizadas en el año 2000; sin embargo, consideraron necesario contrastarlas con el estado actual de conservación de este patrimonio. Para ello, decidieron observar y registrar los tipos de construcciones o viviendas en el casco central de la parroquia (el cual abarca unas cuatro cuadras) –lo cual hicieron luego de una de nuestras sesiones del curso. Con base en este registro hicieron un ajuste de las estadísticas que tenían. Este ajuste fue discutido en una nueva entrevista realizada a los representantes de la *Casa de Talleres* del *Museo Arturo Michelena*.

[Más allá de esta información, este grupo obtuvo otros datos sobre La Parroquia: límites con otras parroquias, superficie y área, mapa vial, proporción de hombres y mujeres, niños y adultos, así como los sitios con valor histórico y turístico][216].

Entre sus resultados se encuentran: (a) el 30 % de las casas de la Parroquia La Pastora son consideradas un *Arte Colonial* con raíces en la arquitectura de España (las casas representan a una *Iglesia en miniatura*, tienen grandes ventanas, puertas de madera muy bien labradas, y amplios corredores), (b) el 10 % son *quintas o casas-quinta* que no representan el arte y la arquitectura de la Colonia, (c) 5 % son *apartamentos* ubicados en espacios en los que se han demolido casas antiguas, y 20 % *apartamentos ubicados en casas* –que no preservan el patrimonio, (d) 20 % representa a las *casas de vecindad* (las cuales son divisiones de una misma casa –motivado por el crecimiento de la población y el alto *índice de natalidad* que se dio por varias décadas –y son parte del Patrimonio Cultural), y (e) El 5 % restante se clasificaron como *otras clases* (casas muy pequeñas o muy grandes) (que no forman parte del patrimonio). Optaron entonces, luego de discutir varias alternativas (como los gráficos de barras o la simple representación de puntos en el *Plano Cartesiano*), por un *gráfico circular*. Aquí el grupo enfrentó en problema de cómo calcular la región circular que corresponde al porcentaje estimado antes. Tal como acostumbro, los dejé abordar independientemente este problema. Luego de unos 20 minutos aproximadamente, propusieron utilizar una "regla de tres" para calcular las equiva-

215 Digo "parte" pues el Patrimonio Cultural abarca no solamente lo arquitectónico, sino lo artístico e histórico.

216 Uno de estos datos se presenta en la Figura 48, junto con el gráfico circular.

lencias entre los porcentajes y los 360º del círculo. Mi asesoría se dirigió más bien al uso del *transportador* y de la *regla* para representar ángulos –proceso en el que evidenciaron desconocimiento. De hecho, comentaron que no habían utilizado el transportador en la Escuela ni en otros cursos del Liceo[217]. La Figura 48 reporta el gráfico circular que construyó este grupo: observe que el ángulo de algunas de las regiones no se corresponde con el porcentaje estimado (ver, por ejemplo, la región representada para el porcentaje de *casas coloniales*). En cambio, los gráficos de barras y de puntos (para otros de los datos obtenidos) fueron construidos fácilmente por este grupo. En este proyecto, y en los demás, las matemáticas fueron centrales.

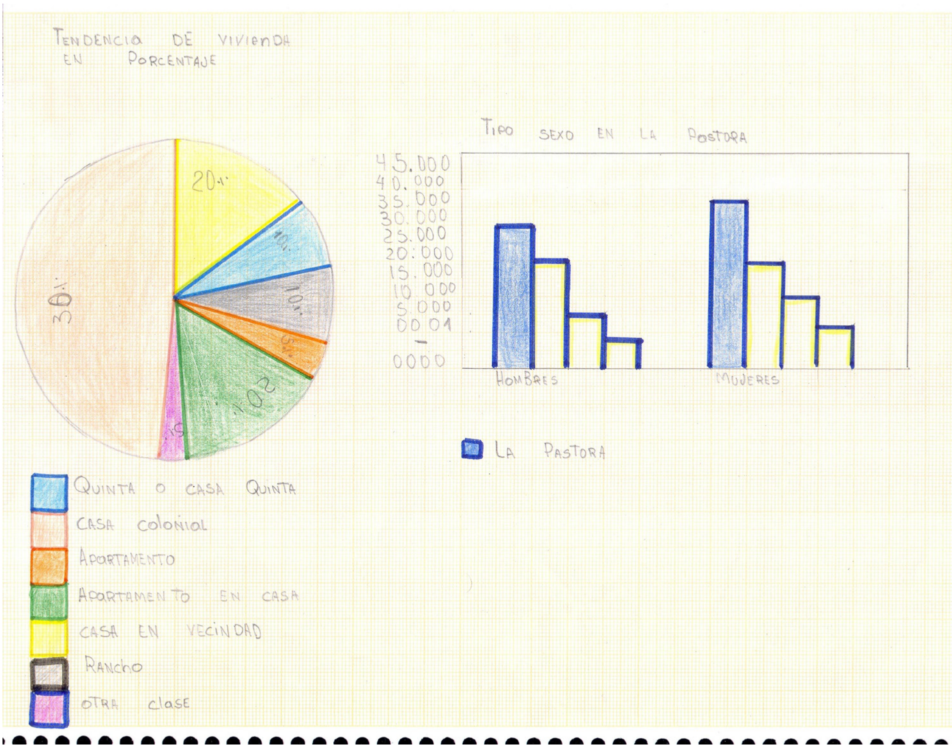


Figura 48. *El patrimonio cultural arquitectónico de La Pastora. Los estudiantes decidieron representar sus resultados a través de un diagrama circular.*

(B) El grupo que trabajó con el proyecto “El dengue en Latinoamérica”, investigó y contrastó estadísticas[218] para 18 países americanos para los años 1996, 1997 y 1998. Tarea que involucró obtener desde diversas fuentes disponibles en Internet los datos correspondientes a estos años (para años más recientes no todos los países tenían publicado estadísticas, razón por la que optaron por ese período de tiempo) y compararlas.

217 Entre ellos el curso de *Dibujo Técnico*.

218 Para una de las modalidades de dengue: el hemorrágico.

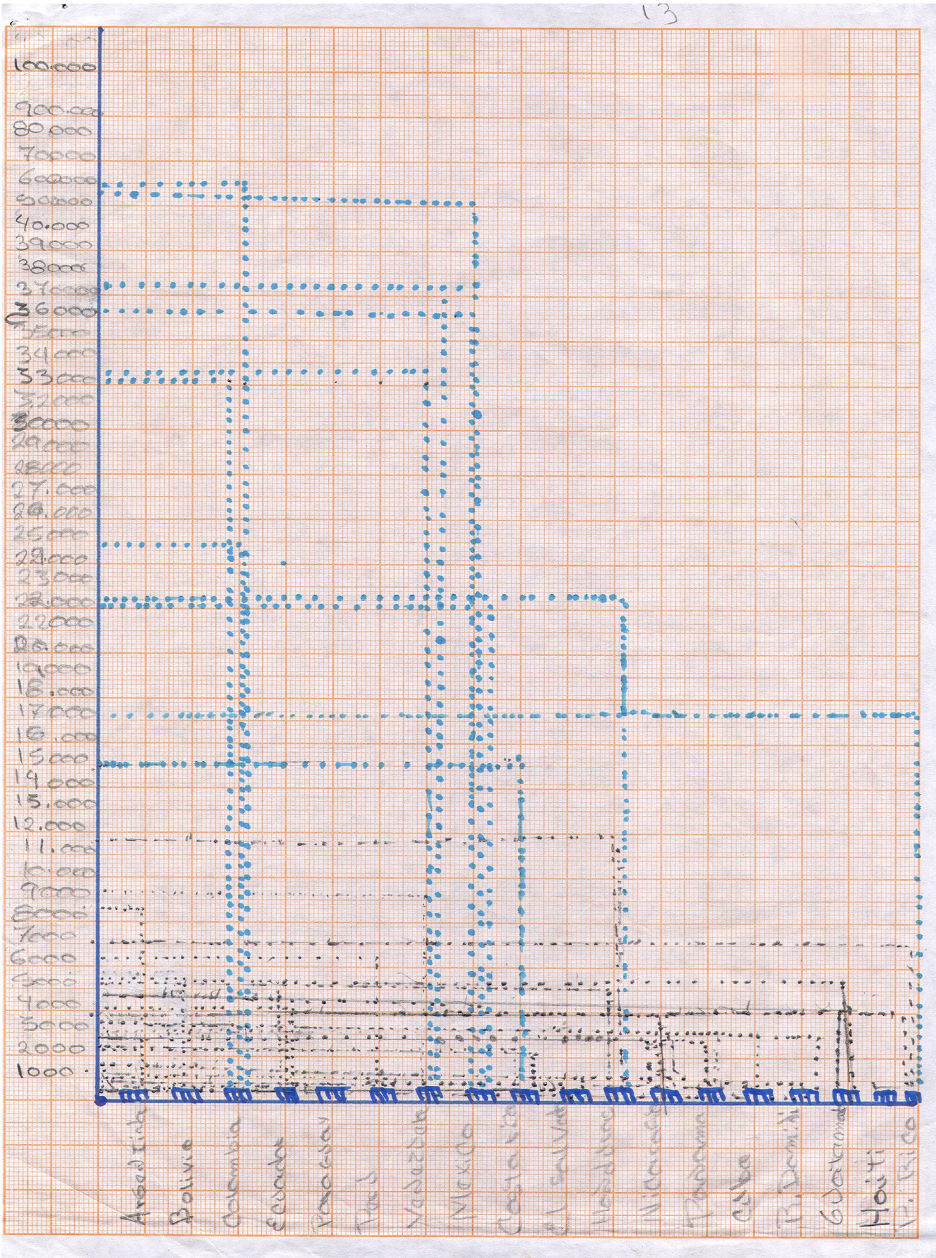


Figura 49. *El dengue hemorrágico en 18 países de América en los años 1996, 1997 y 1998. Observe que no se destacan los puntos que corresponden al número de casos por año.*

Entre los criterios que utilizaron para la elección de una estadística se encuentran: naturaleza de la fuente (Estado, organización no-gubernamental, empresa, entre otras) y promedios en los casos en que varias fuentes no oficiales dieran reportes distintos para un mismo año. El mayor trabajo en este grupo estuvo en el proceso de obtención de los datos (pues para algunos países fue muy difícil dar con estas estadísticas) y en la organización y comparación de los datos. En cambio, la representación gráfica de sus resultados fue una actividad bastante manejable. El grupo decidió graficar el número de casos para el dengue hemorrágico durante los años 1996, 1997 y 1998 para los 18 países en un mismo *Plano Cartesiano* (Figura 49). Sin embargo, en él no distinguieron a través de recursos como el color, el tipo de trazo o con "barras" (rectángulos) los datos que corresponden a un mismo año (lo cual facilitaría su lectura). Elementos que como hemos comentado antes (ver Serrano, 2005e) constituyen parte del lenguaje y la comunicación de ideas matemáticas.

A raíz de la construcción de este gráfico, discutí con este grupo las formas de mejorar su representación; ideas que siguieron para realizar uno nuevo (Figura 50).

Los gráficos, tanto como los símbolos y la sintaxis, constituyen importantes elementos del lenguaje matemático y la comunicación. Esto se hizo notorio en los problemas que se presentaron en cada uno de los proyectos.

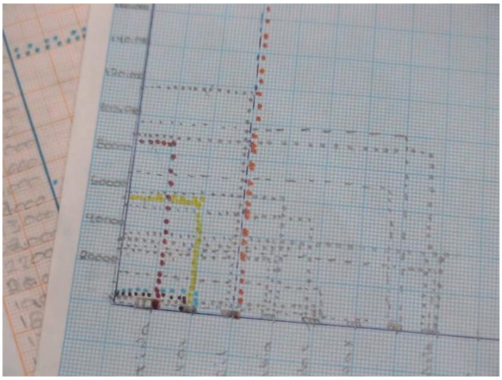


Figura 50. *El dengue hemorrágico en 18 países de América en los años 1996, 1997 y 1998 - II. En esta representación emplearon colores para hacer algunas distinciones.*

(C) El grupo que eligió "La inseguridad vial" como su proyecto enfrentó el problema del diseño de un instrumento (encuesta) que permitiera obtener datos sobre diversos aspectos que conciernen a la (in)seguridad vial, la elección y naturaleza de una muestra, la organización de los datos, su estudio y representación. Por ejemplo, decidieron aplicar el instrumento en la parroquia La Pastora a *choferes* de transporte público, a sus madres, padres, a algunos de los profesores y profesoras del Liceo, a vecinas/os y a algunos conductores en las cercanías de la institución (Figura 51). Fue un estudio muy bien cuidado metodológicamente. En este caso, a diferencia del proyecto sobre el dengue hemorrágico en países americanos, los mismos estudiantes debían obtener los datos de la fuente primaria. El grupo que investigó sobre el patrimonio cultural arquitectónico de La Pastora recurrió tanto a fuentes secundarias como a fuentes primarias (la observación y registro).

CAA

Encuesta Sobre la inseguridad Vial

Intrucciones: Nosotros realizamos esta encuesta para saber qué opinama la gente sobre la insegiridad vial.

1 ¿Qué opina usted, sobre la inseguridad vial?

2 ¿Qué importancia tienen las señales de tránsito?

3 ¿Qué causas cree usted que tienen los accidentes de tránsito?

a- conducir bajo el alcohol. ☐

b- Imprudencia. ☐

c- Exeso de Velocidad. ☐

4 ¿Qué opina usted sobre los conductores que manejan con exeso de velocidad?

5 ¿Qué opina usted sobre los conductores que ocasionan accidentes por no respetar las señales de tránsitos?

6 ¿Cree usted que hay muchas muertes a causas de los accidentes de tránsito?

Figura 51. *Instrumento diseñado por el grupo que investigó sobre la inseguridad vial en su parroquia.*

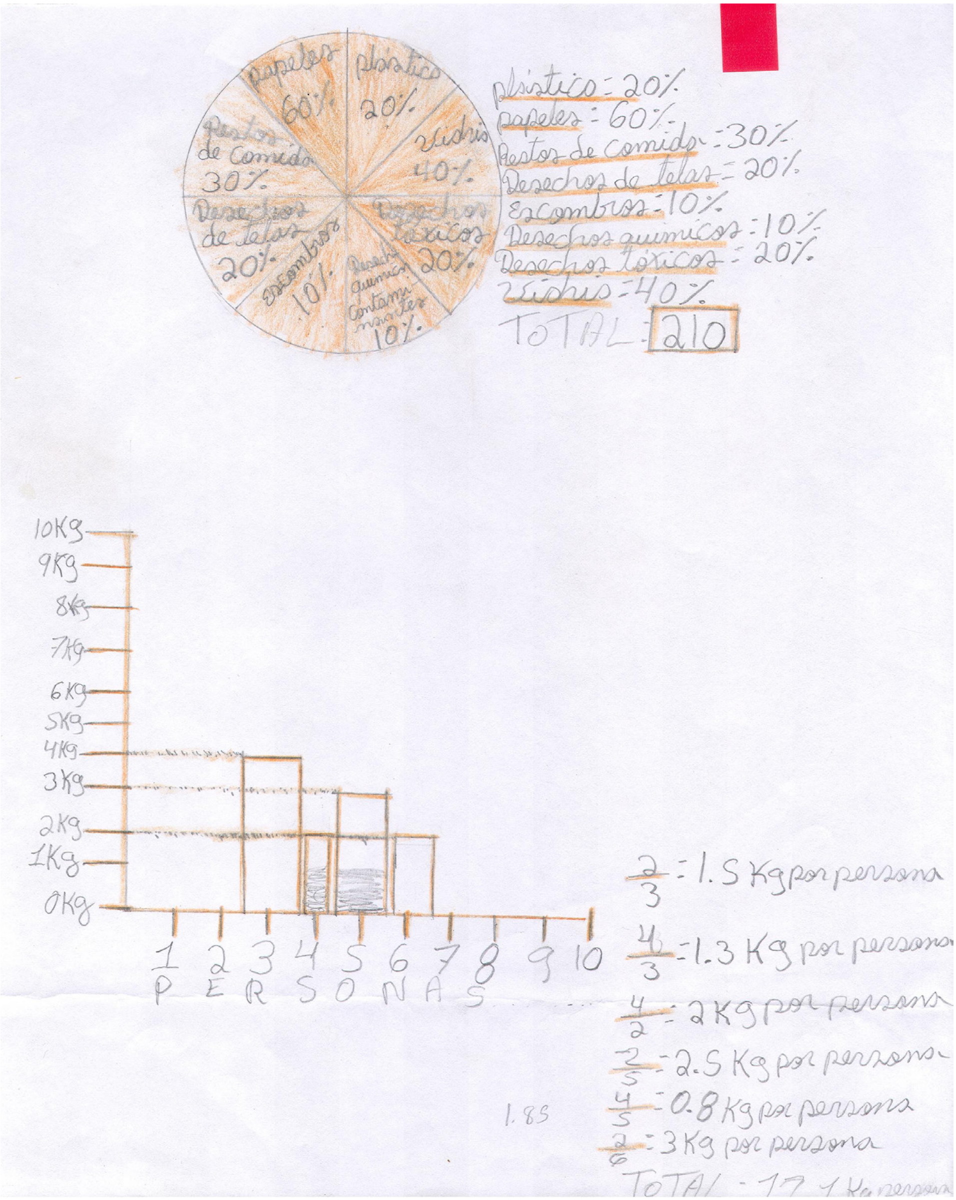


Figura 52. *La estimación de la cantidad de basura producida en los hogares del grupo de trabajo.*

Estas ideas las comentamos en varias de las sesiones de trabajo. De hecho, habíamos insistido, en los casos donde fuera posible, en colectar los datos de fuente primaria. Al respecto, observamos que de esta forma sus proyectos tendrían un valor intrínseco.

Este grupo no presentó dificultades para organizar y representar tabular y gráficamente los datos.

Entre sus resultados se encuentra que conducir bajo los efectos del alcohol, el exceso de velocidad y la imprudencia, son, en ese orden, las causas más importantes que originan los accidentes de tránsito.

Resultó curioso que varios de los miembros de la muestra manifestaron haber incurrido en estas faltas. Esto fue un elemento que consideró este grupo para la interpretación y recomendaciones que hicieron, pues algunos de ellos eran familiares de los niños.

(D) El proyecto "La violencia y la inseguridad en Caracas" abarcó la búsqueda de estadísticas oficiales sobre la inseguridad en la ciudad de Caracas durante los años 1998, 1999, 2000 y 2001 (período escogido por el grupo), así como el diseño, aplicación de una encuesta sobre los tipos de violencia e inseguridad, y la interpretación y representación gráfica de sus resultados.

La encuesta se aplicó a una muestra intencional de miembros de la comunidad de la Institución; concepto que discutimos con el curso en su totalidad. Los niños y niñas decidieron aplicarla a estudiantes del primer y segundo año del Liceo, y también a algunos de los profesores. Este fue un estudio estadístico muy bien llevado, desde el diseño del instrumento, su naturaleza, el proceso de obtención de los datos, su organización y representación tabular y gráfica, y la interpretación que hicieron con base en las ideas teóricas y normas legales (como la *Ley de Violencia contra la Mujer*, entre otras) que habían investigado.

Entre sus resultados se encontró que la gran mayoría de la muestra no refirió a tipos de violencia distintos a la física, precisamente una de las preocupaciones que había manifestado este grupo de trabajo. Ellos, además de la violencia física, habían investigado sobre la violencia psicológica, instrumental, emocional y doméstica.

(E) En el proyecto "La basura en la Parroquia La Pastora" una de las actividades consistió en estimar la cantidad (masa) de basura producida diariamente en los hogares de cada uno de los integrantes del grupo de trabajo, así como calcular el porcentaje de esta cantidad que corresponde con desechos como plástico, papel, tela, escombros, vidrio, entre otros.

Para ello, persuadieron a sus familiares para clasificar la basura en recipientes o bolsas distintas; posteriormente, decidieron calcular la masa de estos desechos sólidos al final de cada día por un lapso de una semana. Los estudiantes disponían de dos balanzas y se organizaron para obtener los datos en tres semanas (dos estudiantes tuvieron la balanza cada semana). Promediaron el registro de la semana y consideraron el número de personas que habita cada una de estas viviendas.

En la Figura 52 se puede ver cómo presentó el grupo toda esta información: indicaron en los ejes del Plano Cartesiano *la cantidad de kilogramos de desechos sólidos producidos en un día en una vivienda* (eje Y) y el *número de personas que habita la vivienda* (eje X). En este gráfico se encuentran los datos para cada uno de los 6 integrantes del grupo de trabajo (que corresponden a 2 familias de tres integrantes cada una, 1 familia de cuatro miembros, 2 de cinco, y 1 de seis) –representados a través de rectángulos o "barras" sobre el *eje X*. Adjunto al gráfico expusieron los cálculos para estimar la cantidad de desechos sólidos por persona:

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{2}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5} \text{ y } \frac{2}{6}$$

Lo que corresponde a 0.6, 1.3, 2, 0.4, 0.8 y 0.3, aproximadamente. Sin embargo, cometieron un par de errores: indicaron la expresión decimal para $\frac{3}{2}$ y no para $\frac{2}{3}$, y siendo el valor correcto $\frac{4}{5}$ (de acuerdo con la tabla de registros que construyeron), representaron el par $(5,3)$.

Aún con estos errores, la representación y los cálculos que hicieron resumen importantes ideas matemáticas derivadas de su investigación.

En cambio, tanto el cálculo de los porcentajes para la cantidad de desechos sólidos por tipo (papel, vidrio, etc.) como la representación de éstos en un gráfico circular mostraron errores o malentendidos (Figura 52). Al discutir con el grupo estas ideas, se observó que éstos se debían a la forma como estructuraron lo que los estudiantes llamaron "regla de tres" y en el uso del *transportador*. Este hecho motivó que discutiéramos estas ideas, tal como sucedió en el grupo de trabajo sobre el *Patrimonio Cultural Arquitectónico de La Pastora*, y que los estudiantes construyeran nuevamente el gráfico circular.

Este grupo comparó sus resultados con algunas de las estadísticas sobre la cantidad de basura (en kilogramos) que se produce en Caracas (las cuales habían sido publicadas en algunos diarios de circulación nacional). Esto les permitió evaluar su modelo matemático al contrastarlo con un estudio estadístico mucho mayor (en el que se tenían los datos de la cantidad de basura en *Kg* que se recolecta diariamente en la ciudad). Las diferencias encontradas nos permitieron discutir sobre las medidas de tendencia central.

Discusión y Comunicación

La organización del curso en grupos de trabajo facilitó la comunicación y discusión de los estudiantes (Figura 37). Desde las sesiones previas que correspondieron al desarrollo de los proyectos promovimos el trabajo colectivo, y tratamos de alejarnos del esquema centrado en la exposición del profesor y en la recepción de información por parte del grupo.

> *Estudiante 1:* Profe: calculamos la cantidad de basura que produce cada persona de cada familia en un día. Y sumamos uno punto cinco, uno punto tres, dos, dos punto cinco, cero punto ocho y tres. Da once punto uno.
> *Profesor:* ¿Y luego que hicieron?
> *Estudiante 2:* Bueno… volvimos a promediar estos números y nos da uno punto ochenta y cinco…
> *Profesor:* Okey ¿Y qué significa este número?
> *Estudiante 2:* Profe que cada persona de todas las familias produce uno punto ochenta y cinco kilos de basura cada día.
> *Profesor:* Sin embargo, este es un promedio…
> *Estudiante 3:* Es un promedio porque es un valor aproximado. Los valores exactos los tenemos en la tabla.
> *Estudiante 1:* En la casa de Julio es donde menos se produce basura: cero punto ocho kilos por persona. Y en la de Ana es donde más: tres kilos por persona.
> *Profesor:* ¿Y qué estadísticas conocen al respecto?

Estudiante 2: Profe que en Caracas se produce un kilo de basura por persona al día.
Estudiante 1: Profe pero no podemos hacer el gráfico circular…
[…]

Las líneas anteriores se corresponden con un momento de la interacción del profesor con uno de los grupos de trabajo. En este extracto podemos apreciar la comunicación de los resultados obtenidos por este grupo, luego de haber construido el gráfico presentado en la Figura 52, la manifestación de dudas (sobre la construcción del gráfico circular), la idea de promedio de uno de los estudiantes, y la comprensión de las ideas y métodos que los llevaron a estimar la cantidad de basura producida por persona en un día.

Luego de intercambiar ideas con cada uno de los grupos de trabajo, realizábamos una plenaria en la que se exponía el avance en cada uno de los proyectos, las dudas o errores que se habían presentado (fuesen comunes o no), se planteaban nuevas preguntas al curso en general y se proponían nuevos problemas que permitieran profundizar en algunos de los que habían tratado. Este esquema caracterizó las sesiones en las que se desarrollaron los proyectos.

Los estudiantes se adaptaron a esta metodología de trabajo. Aún cuando en ocasiones (tal como mencionamos en la descripción de las *Sesiones de Trabajo* –en este mismo *capítulo*), el grupo parecía disperso y llamó la atención de estudiantes de otros cursos y la de algunos profesores; cada grupo estaba concentrado en su proyecto.

Los juegos de lenguaje (Wittgenstein, 1963, 1981, 2002) [ver también: Serrano, 2005c] se estructuran en el seno de un grupo, en especial a partir de la interacción de sus miembros. Esto es, la interacción en el seno del 1A permitió conformar juegos de lenguaje o sistemas de comunicación propios al curso; los cuales se caracterizaron por el significado construido a términos como:

"función"
"estimación"
"aproximación"
"error"
"estadísticas"
"lenguaje matemático", entre otros.

Así como a las actividades:

"localizar puntos en el Plano Cartesiano"
"representar (funciones en el Plano, proporciones, frecuencias)"
"obtener datos (estimar, medir, contar)"

Valero (1999) apuntó el valor de la comunicación en un grupo que tenga que ver con la discusión y estudio de ideas matemáticas; esta idea fue central en el proceso de aprendizaje/enseñanza de las matemáticas que se dio durante los proyectos. Tratamos, como hemos señalado, de alejarnos de un esquema de trabajo en el que el profesor es fundamentalmente quien emite las ideas y utiliza elementos del lenguaje matemático, mas no los estudiantes –quienes se dedican a tomar notas y resolver los ejercicios propuestos; esquema que no permite potenciar el desarrollo del lenguaje matemático de los estudiantes [lo cual se asociaría con la función mercantilista del conocimiento matemático –ver el *capítulo I*].

2.4 Potencialidades Metamatemáticas

> *Estudiante 1:* Profe, ¿por qué la suma de los porcentajes nos da 210 por ciento? [Refiriéndose a los cálculos de los porcentajes para la cantidad de desechos discriminados por tipo (plástico, papeles, vidrio, etc.) que soportan la Figura 52]
> *Estudiante 2:* Profe: debería sumar cien, ¿cuál es el error?

La reflexión sobre la naturaleza del lenguaje matemático, en particular la conceptuación y la descripción de sus componentes (objeto del cuestionario que se aplicó individualmente a todo el curso) [Figura 24], la exposición de las ideas sobre los tipos de números que conocían, e incluso el planteamiento por parte de los estudiantes de preguntas como: "¿por qué es suficiente hacer este estudio con una muestra?", "¿cómo debe *hacerse* la muestra?", "¿cuál es el gráfico que es *mejor* para exponer nuestros resultados?", "¿está *bien* lo que hicimos?", "cuál es el error?", "¿porqué es diferente nuestro promedio *al que está en este artículo*?", "¿hay otro procedimiento para construir gráficos circulares?", "¿cómo se puede *medir* la inseguridad?", entre muchas otras que se dieron en cada grupo de trabajo (ver, por ejemplo, las expuestas al comienzo de esta sección), pueden asociarse a las potencialidades metamatemáticas que hemos caracterizado en nuestra investigación.

En los proyectos del 1A, las potencialidades metamatemáticas alcanzaron la reflexión sobre el lenguaje matemático (no sobre las matemáticas) y sobre la verdad de algunas de las proposiciones que se dedujeron.

En las sesiones previas, al abordar problemas vinculados al concepto de función y su representación en el *Plano Cartesiano*, siempre hicimos énfasis en preguntas de esta naturaleza (tal es el caso de "¿cómo podemos estar seguros de que lo que hicimos es verdad?", "¿de qué otra manera podemos resolver este problema?", "¿qué errores hay en este gráfico (en estos cálculos, o en esta interpretación)?", entre otras). Ello nos permitió ir estructurando un *escenario de investigación* en el sentido en que lo define Skovsmose (2000).

Una observación: las potencialidades metamatemáticas, evidenciadas a través del planteamiento de este tipo de preguntas, no implica necesariamente que el estudiante pueda responder sus propias preguntas, pues ello dependerá de las potencialidades matemáticas que posea. Es por esta razón que afirmamos que las potencialidades metamatemáticas se evidencian a través de este tipo de preguntas.

Conjeturar, por ejemplo, es una actividad que involucra potencialidades matemáticas y metamatemáticas, pero que no siempre podrá resolver el estudiante. Tesis que también aplica a los matemáticos de profesión (son bien conocidas las conjeturas de Goldbach, por ejemplo: todo número par mayor que dos es la suma de dos primos, las de Fermat sobre las soluciones enteras a la ecuación

$$a^n + b^n = c^n \,,$$

o de Gauss sobre la densidad de números primos en un entorno *n*) [La primera y la última de estas conjeturas formaron parte de las actividades que discutimos en el 1A durante las sesiones previas al desarrollo del proyecto: tuvimos la tarea de verificar la conjetura de Goldbach para los pares positivos comprendidos entre 2 y 30, y de construir Cribas de Eratóstenes para un entero positivo dado].

Las potencialidades metamatemáticas pueden llevar a la comprensión de las ideas matemáticas que se estudian, o bien, a otras que van más allá de las que conoce el estudiante. [De hecho, en las matemáticas de profesión, éstas han contribuido con el desarrollo de la misma matemática].

2.5 Potencialidades Sociales

Todos los proyectos partieron del planteamiento de problemas propios del entorno (de la realidad). La tarea de cada grupo fue precisamente estudiar parte del lado matemático de esos problemas (tal es el caso de conceptos y técnicas de la estadística descriptiva, la idea de función, de estimación, y representación gráfica). En este sentido, las matemáticas fueron utilizadas como una potente herramienta para comprender parte del problema.

Naturalmente, este hecho partió de la propuesta del profesor del curso (ver el *cuestionario: etapas de iniciativa y discusión de un proyecto* –Figura 22), considerando que las matemáticas deben hacerse explícitas en la complejidad que representan los problemas del mundo. En este punto podemos referir a Bhaskar (1975), que aludiendo a la ciencia, sostuvo que no es la realidad la que debe adaptarse a los modelos teóricos (a la ciencia), sino más bien es el modelo teórico el que debe corresponderse con la realidad.

No obstante, la educación crítica de la matemática también contempla que puedan estudiarse ideas matemáticas y luego ver las aplicaciones que tienen en diversos contextos, problemas y/o disciplinas. Pero no consideramos que este *esquema* deba ser el único a seguir en el aprendizaje/enseñanza de las matemáticas, pues de este modo habría conexiones con la tesis de la *transferencia*. La *transferencia* es central en la *Didáctica Fundamental*, e incluso, en la teoría psicológica de Piaget (1976).

Nosotros sostenemos que la transferencia no es algo natural ni inmediato: por ejemplo, no es cierto que si se comprenden las ideas de *mínimo común múltiplo* o de *máximo común divisor*, éstas puedan ser utilizadas por el estudiante en su vida cotidiana para resolver problemas del entorno. Una observación similar se puede hacer con respecto a muchas otras ideas de la matemática escolar [como el método para resolver ecuaciones de segundo grado, los sistemas de ecuaciones lineales o no lineales, la estadística descriptiva e inferencial, las probabilidades, la trigonometría, los polinomios, etc.] (En la sección *La Especialización, el Concepto de Mujer y Hombre y la Realidad*, del *capítulo I*, se discuten otras ideas sobre esta tesis).

Ciertamente, el cuestionario inicial (Figura 22) mostró que dos de los cinco grupos de trabajo no relacionaron los problemas que observaron en su comunidad con ideas matemáticas (ver el Cuadro 12). Hecho que esperábamos, considerando que la actividad matemática de los niños y niñas en la *Escuela* puede calificarse como *intramatemática* –de acuerdo con la descripción que hicieron los mismos estudiantes (ellos expresaron que habían “estudiado operaciones con números”, “propiedades”, “operaciones con fracciones”, “tablas de multiplicar”, “mínimo común múltiplo”, “máximo común divisor”, “divisiones de números decimales”, “de naturales entre decimales y de decimales entre naturales", "gráficos de barras", y "ecuaciones"). Además, su actividad matemática tuvo énfasis en los algoritmos, y se centró en la solución de listas de ejercicios o problemas.

Fue a medida que se desarrollaban los proyectos que los grupos de trabajo, con la asesoría del profesor del curso, precisaron los problemas e ideas matemáticas que formaban parte de las interrogantes e intencionalidad de sus proyectos. Aquí, la discusión y la comunicación fueron importantes, pero también (a) el hecho de que ciertos temas e ideas fueron comunes a todos los grupos (como las citas al comienzo de esta sección), y (b) las actividades que permitieron profundizar en aspectos como la naturaleza del lenguaje matemático y de los números, el concepto de función, crecimiento-decrecimiento, modelo, estimación, error, representación gráfica, estadística descriptiva (muestra, muestreo, elaboración de instrumentos, organización de datos e interpretación), y evaluación del modelo o de los resultados. Este proceso es natural también para quienes abordan el lado matemático de un problema del contexto desde ideas matemáticas abstractas (como por ejemplo el estudio del crecimiento poblacional con apoyo en ecuaciones diferenciales).

Luego de finalizar los proyectos (en la *sesión 9*) solicité a los estudiantes que dieran otros ejemplos de problemas de la comunidad que pudieran estudiarse desde las matemáticas. El grupo aportó que podía estudiarse la contaminación ambiental, el consumo de energía eléctrica y de agua en nuestros hogares, el consumo de drogas en la población joven, la conservación del patrimonio arquitectónico en otras parroquias de la ciudad de Caracas y en otras ciudades, la contaminación del Río Guaire, la cantidad de niñas embarazadas en el Liceo y en otras instituciones, la cantidad de personas que fuman, y la violencia en otros países (todos estos son cuestiones relevantes en la sociedad venezolana). Los niños y niñas comentaron que la estadística y el concepto de función podían servir para estas investigaciones y proyectos.

La simple proposición de otros problemas o crisis del entorno y los vínculos que establecen con las matemáticas constituyen dos elementos que forman parte de las potencialidades sociales.

El abordaje de estos problemas desde el contexto del aula resulta medular para una educación crítica de la matemática.

La Educación crítica de la matemática no concibe a las matemática como un campo disciplinar alejado del mundo y de otras disciplinas[219].

De hecho, entender a la Educación Matemática como un medio importante para la concienciación de la mujer y del hombre y la transformación de las situaciones de opresión, desigualdades, injusticias, etc., en suma, de las crisis o problemas que afectan a ciertas estructuras de la sociedad (económica, cultural, etc.), pasa por estrechar los lazos del aprendizaje/enseñanza de las matemáticas con la realidad en sí misma y con otras disciplinas.

También, con la naturaleza de los problemas abordados y el enfoque con el que se traten, la Institución concreta en parte el compromiso sociopolítico que tiene en su sociedad. Las crisis como problemas centrales de los proyectos son ejemplos de ello. En caso contrario, tal como sostuvieron Adorno (1999) y Freire (1969, 1970, 1974, 1978, 1990), la Institución Educativa sería cómplice

219 Ver Mora y De Alarcón (2008). En este trabajo se reportan investigaciones en las que se asume la interdependencia entre el desarrollo teórico, la investigación y la praxis educativa.

de las *nuevas atrocidades*, y no promovería el cambio y la transformación social.

La actividad de los niños y niñas, en el marco de los proyectos del 1A, se correspondió con la comprensión de los problemas seleccionados. Y, los grupos que trabajaron con el *Estudio de patrimonio arquitectónico de la parroquia La Pastora*, *La inseguridad vial*, y *La basura en la parroquia La Pastora*, promovieron en la comunidad, a través de diversas maneras, la conservación de las viviendas y construcciones que forman parte del patrimonio cultural, la reflexión sobre las normas de tránsito y su cumplimiento, y la clasificación y aprovechamiento de algunos de los desechos sólidos que se producen en nuestros hogares (como el papel, el vidrio, entre otros). Por ejemplo, invitamos a otros niños y niñas del *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo*, así como a algunos representantes, a participar en el reporte final de los proyectos, y diseñaron volantes y trípticos.

Estas acciones fueron *un paso más allá* de la comprensión: guiadas por la idea de transformar estas realidades.

En cambio, los proyectos sobre el *Dengue en Latinoamérica* y *La violencia y la inseguridad en Caracas*, se limitaron a la comprensión; aún cuando en todas las sesiones incentivamos a los grupos a pensar y actuar para transformar parte de estas realidades.

En la reflexión que hicieron los observadores externos sobre los proyectos desarrollados, recomendaron que la participación de otros miembros de la comunidad pudiera hacerse desde la etapa de *desarrollo*, siguiendo a Frey (1995) y a Mora (2004), considerando que "el actuar para transformar" implica el compromiso de un colectivo más numeroso en el que tomen parte profesores, estudiantes, obreros, vecinos, e incluso, miembros de organismos públicos y privados. Ésta es una observación que puede valorarse considerando la naturaleza de cada uno de los proyectos, su alcance y el tipo de potencialidades matemáticas, metamatemáticas, sociales y axiológica que se esperan desarrollar.

2.6 Potencialidad Axiológica

Ciertamente, evaluar la potencialidad axiológica es una tarea compleja, tal como la evaluación en un sentido más amplio (ver, por ejemplo, Moya, 2008). Sin embargo, haremos algunas observaciones sobre el pensamiento y la actuación de los niños y niñas del 1A y su relación con algunos *valores universales*.

Valores como la no-violencia y la responsabilidad fueron motivo, de acuerdo con la argumentación y justificación que hicieron los niños y niñas en la *etapa de iniciativa y discusión*, para plantear los proyectos sobre *La inseguridad vial*, *La violencia y la inseguridad en Caracas*, y *La basura en la Parroquia La Pastora*. De hecho, les preocupó que (a) en las noticias televisivas e impresas se informara que varios de los índices de violencia hubiesen subido, (b) que año tras año ha aumentado el número de accidentes de tránsito y de lesionados por esta causa, (c) que en algunas de las calles de la parroquia La Pastora se observara basura fuera de los sitios previstos para su recolección; y que los mismos vecinos tuviesen como costumbre hacer esto. Estas ideas fueron discutidas con el curso en general. Por ejemplo, en lo que respecta a los índices de violencia (agresión intrafamiliar, homicidios, suicidios, entre otros), comentamos que debía verse con mucho cuidado la fuente que reportaba la información, así como la referencia o no que se hacía al estudio estadístico que lo sustentaba [aquí volvimos a recordar las *encuestas a salida de urna* durante las elecciones de 2004]. Es este caso discutimos también el concepto de *proporción* y estudiamos algunos ejemplos en los que aún cuando creció el número de afectados por dengue en un estado a lo largo de los diez últimos años, la proporción al final de este período de tiempo era menor.

Quienes investigaron sobre el *Dengue en Latinoamérica* sostuvieron que "queremos estudiar esto porque es una enfermedad que afecta a muchas personas pero que puede prevenirse". Y, el grupo que investigó la *Conservación del patrimonio arquitectónico de La Pastora* expresó que "estamos orgullosos de vivir en La Pastora porque es una de las parroquias de todo el país que más conserva su patrimonio cultural, en especial el arquitectónico".

La responsabilidad individual en el seno de su grupo de trabajo, el respeto de las ideas y opiniones de los demás estudiantes del grupo y del curso, y la cooperación como fundamento de la actividad en el marco de los proyectos, se hicieron manifiestas a lo largo de las nueve sesiones. Esto fue sostenido también por los observadores externos. Aquí debemos comentar que desde el inicio del año escolar 2006-2007, el curso 1A, tal como referimos en secciones anteriores, mostró en general muy buena disposición hacia la investigación, así como responsabilidad y dedicación en las diversas actividades en cada uno de los cursos del primer año.

Fue curioso que algunos de los niños y niñas de cada grupo se desplazaron libremente hacia otros de los grupos para solicitar materiales prestados (sacapuntas, transportador, regla, calculadora, o creyones de cierto color). Además, podían acercarse a la Biblioteca (ubicada en el mismo piso; a unos 10 metros del aula), para solicitar libros o revistas que sirvieran de apoyo teórico a su investigación. Por otra parte, uno de los grupos aplicó una encuesta durante parte de dos de las sesiones: con el apoyo del profesor del curso, a miembros de la comunidad del Liceo –que luego complementaron aplicándola a otros miembros de la comunidad (pero en su tiempo *libre*).

En las sesiones del proyecto se explicitaron los valores que (pensamos) sustentaron las acciones que emprendió cada grupo, como una manera de traer el concepto a la discusión del curso.

Los valores representan el motor desde el cual se viabilizan las acciones ante las situaciones críticas; más aún las pueden poner de manifiesto ante nuestro sentido común y crítica.

De acuerdo con Bichko (1973), "las situaciones críticas son a menudo las que mejor se prestan para poner de manifiesto las diferencias de principio en el enfoque de uno u otro problema, en su valoración. La situación crítica apaga los semitonos y claroscuros, no deja campo a las soluciones eclécticas de compromiso: colocan ante la disyuntiva de optar por el *si* y el *no*" (pp. 9-10).

Al considerar problemas que afectan a la comunidad (o a la localidad regional, nacional o mundial) y emprender proyectos en el contexto del aula de matemáticas, se crean las condiciones iniciales para desarrollar la potencialidad axiológica en las y los estudiantes. Sin embargo, en este punto no podemos olvidar la gran influencia que ejerce la familia y los medios de información y comunicación en la naturaleza de los valores y antivalores que se consolidan en los niños y niñas. Además, se puede comprobar la tesis de Bichko (1973) que hemos referido en el párrafo anterior: las alternativas de optar por abordarlos o no, de comprometerse o no con su comprensión, y de actuar o no en función de su transformación.

Una educación crítica de la matemática debe crear importantes espacios para considerar, abordar, comprometerse y/o transformar situaciones críticas.

3. Una Observación sobre la Alfabetización Matemática en Francis

Además de los instrumentos aplicados a cada uno de los grupos de trabajo y a cada uno de los estudiantes del 1A, decidimos obtener información adicional sobre algunos aspectos de la *alfabetización matemática* en una de las niñas: *Francis*, en particular sobre ciertas potencialidades *matemáticas* (ver el *cuestionario con viñetas* basado en los aportes de Francis en la *prueba* y en el *taller* –Figuras 27 y 28).

Una breve descripción de Francis. Francis es una niña de 12 años. Es muy amigable, conversa con todos los compañeros del curso pero prefiere hacer equipo de trabajo con los que considera más dedicados. Es una líder; sin embargo, sabe escuchar a los demás niños y niños y respeta otras ideas distintas a las suyas. Es muy buena organizando el trabajo y las tareas con su equipo. Sus cuadernos de notas son excepcionales: es organizada, emplea notas al margen, colores e instrumentos de medida para disponer tablas, recordatorios, gráficos, destacar definiciones, ejemplos, problemas, etc.

Sus calificaciones son excelentes en todos los cursos del primer año, y comentó que siempre ha sido así desde la *Escuela*.

Francis es una niña que calificaríamos más dedicada que el común del curso, aún en el 1A, que, tal como comentamos en las secciones previas, es un curso que tuvo un especial aprecio por todos los profesores del *Liceo*.

En este sentido, siguiendo a Stake (1999), Francis no conforma un caso que permita comprender a los demás, no es ésta su intención; representa más bien una manera de observar con detalle algunos aspectos de su alfabetización matemática.

Una observación sobre la alfabetización matemática en Francis. Ante la pregunta "¿qué observas en este gráfico?" (Figura 53), Francis realizó una muy buena lectura de las ideas matemáticas representadas en el gráfico. Por ejemplo, escribió que "en el año 1970 había 3700 ó 3800 millones de habitantes". Además, no tuvo ningún inconveniente para verbalizar las cantidades

1000000000
2000000000
3000000000, etc.

[mil millones, dos mil millones,…] Incluso, empleó representaciones *alfanuméricas* como

"3700 millones".

Es claro que esta actividad y la de la *prueba* se vincularon estrechamente con el concepto de *función*. Es por ello que en el *cuestionario con viñetas* pedimos definir este concepto o explicarlo. Para Francis una *función* "es la relación existente entre dos magnitudes o funciones que pueden explicarse con números reales". Aquí observamos la naturaleza circular de su concepto, no obstante, en la entrevista que siguió a su reporte, sostuvo que su característica esencial es que consiste en *una relación entre dos grupos de números*.

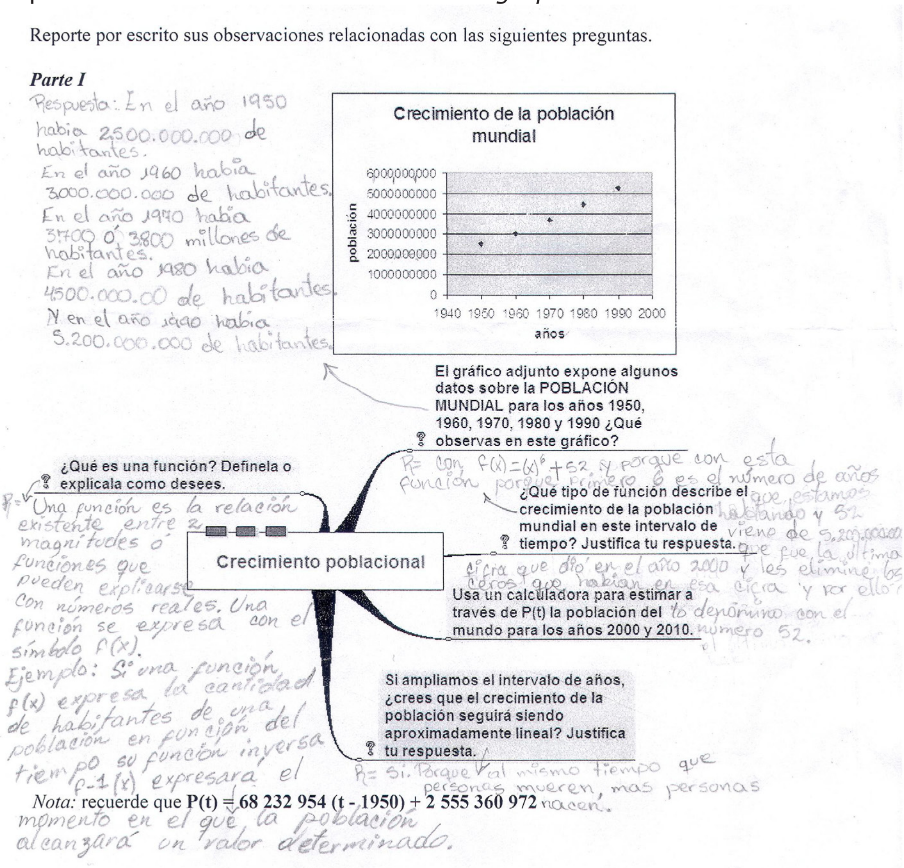


Figura 53. *Ideas de Francis sobre el crecimiento poblacional - 1.*

Francis, de manera independiente, había estudiado algunas ideas sobre los *números Reales*, justo después de la aplicación del cuestionario en el que el curso expresó sus ideas sobre el lenguaje matemático (Figura 24). En especial algunos ejemplos de *números reales*, no *racionales*, como π, $\sqrt{2}$, y $\sqrt{3}$. También había leído sobre las funciones inversas, idea que no habíamos tratado en el curso; de hecho utilizó el símbolo

$$f^{-1}(x).$$

Al respecto, explicó que la función inversa de la función que describe el crecimiento de la población, expresará el tiempo o año que se corresponde con cierto número de habitantes. Agregó que "las funciones inversas eran como leer el gráfico del eje vertical al horizontal". Como observamos, aunque con un lenguaje impreciso, sus ideas son correctas.

Con base en la idea de función se preguntó a Francis sobre el tipo de función que puede describir el crecimiento de la población mundial en el período 1950-1990. Aquí, escribió que esta función es:

$$f(x) = (x)^{6} + 52$$

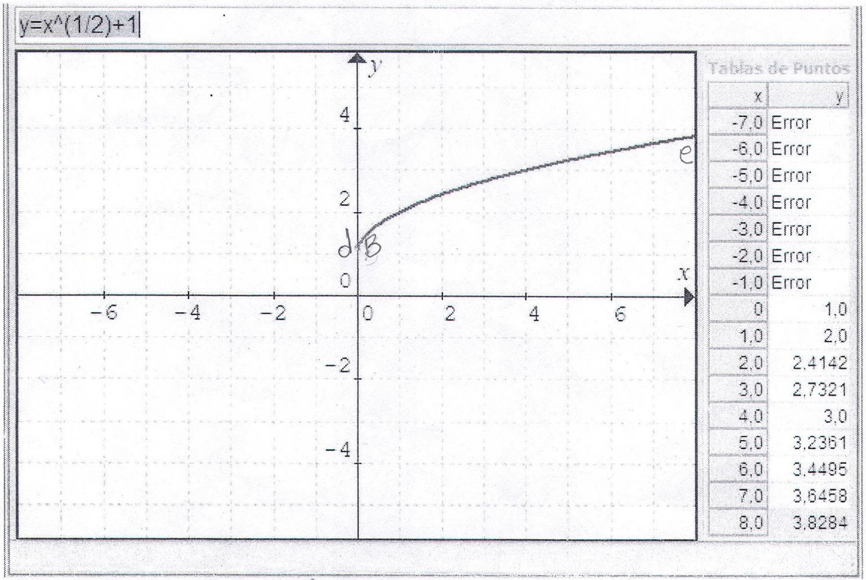
Argumentando que seis (6) es el número de años que se tomaron para construir el gráfico, y que "cincuenta y dos" (52) es el valor para el año 2000 (omitiendo los nueve ceros) [en la lectura del gráfico, Francis dedujo que para 1990 (y no para el 2000 como indicó aquí) la población fue de 5.200.000.000]. Estos argumentos, aunque incorrectos, no dejan de ser *creativos* pues trató de sostener su idea en los datos que tenía del problema. Aquí esperábamos que respondiera que la función es de tipo *lineal*. Este hecho refleja algunas "debilidades" en algunos de los conceptos vinculados a la idea de función.

En la prueba que realizó en parejas reportó que "Los gráficos de P_n y de la población mundial son parecidos (ver I4)". Pero no se describió que la población en el período 1950-1990 tiene, aproximadamente, un crecimiento lineal. De hecho, ninguno de los grupos del 1A lo hizo (ver sección *Interpretación y/o Estructuración de Modelos Matemáticos* en este mismo *capítulo*). En este punto podemos comentar que en las primeras sesiones de desarrollo del proyecto, e incluso en sesiones previas, estudiamos algunos problemas en los que representamos funciones e interpretamos las gráficas, pero no estructuramos este estudio en secciones como: (1) función constante, (2) función lineal, (3) función cuadrática, etc. Ni seguimos ese "orden" [1, 2, y 3] para organizar los problemas. En nuestra discusión comenzamos más bien con un problema sobre la cantidad de conejos que se tendrían al pasar cada mes, considerando ciertas condiciones iniciales (el *problema de los conejos de Fibonacci* que ilustra un importante modelo de crecimiento poblacional) y lo representamos en el *Plano*; la cual es una función no lineal y de dominio discreto.

El argumento para la cuestión "crees que el crecimiento de la población seguirá siendo aproximadamente lineal (si ampliamos el intervalo de tiempo)" fue: "Sí. Porque al mismo tiempo que personas mueren, más personas nacen". *Argumento* que carece de profundidad. Este punto lo discutimos posteriormente con apoyo en algunos gráficos para la población mundial desde la *Edad Media* hasta la *Modernidad* (que tomamos de algunas fuentes disponibles en *Internet*). En ellos, observamos que solo en algunos intervalos de tiempo el crecimiento fue aproximadamente lineal. La intención de esta pregunta fue generar inferencias o hipótesis con base en el modelo asociado.

Es claro que para caracterizar el crecimiento de una población (de humanos, bacterias, etc.) es preciso tener un conocimiento amplio de modelos matemáticos (en este caso: de funciones lineales, exponenciales, etc.). Aún así, el propósito de estas actividades fue iniciar a los estudiantes en esta tarea.

En la Figura 54 se exponen las respuestas de Francis ante preguntas sobre los cortes de $f(x)$ con los ejes *x* y *y*, intervalos donde $f(x)$ es creciente o decreciente, y puntos máximos y mínimos. Francis utilizó las etiquetas "B", "d" y "e" para indicar en el gráfico que el corte de $f(x)$ con el eje *y* es 1 y una milésima, que éste valor es el mínimo, y que (x,e) es el punto máximo del intervalo presentado. Aquí hay un par de puntos que nos llamaron la atención: (1) Francis habló de "uno y una milésima". De hecho, aunque en la tabla de valores adjunta se anota que $(0,1)$ es un punto de la gráfica, ella se guió solamente por la gráfica; y ciertamente la curva correspondiente a f pareciera cortar al eje *y* en un valor mayor a 1. Lo cual se confirmó en la entrevista que le hicimos luego de *reportar* el cuestionario con viñetas. Además, acotó que se refirió a los números positivos del eje *y* (que llamó "de la gráfica"). (2) Francis concluyó que el máximo de la gráfica es el punto e. Sin embargo, luego explicó que estaba consciente de que si tomamos valores mayores a 6, $f(x)$ será mayor a e. Esto es, la idea de Francis de "máximo de la gráfica" se aplica al máximo valor de $f(x)$ que se visualiza en la región del *Plano* que se representó; idea errónea matemáticamente pero que utiliza consistentemente –hecho que nos recuerda el concepto de diagonal como "lado inclinado" en una niña de 13 años (ver Pimm, 1999) y la discusión que hicimos sobre la naturaleza del significado en educación matemática (ver el *capítulo V*).



x	y
-7,0	Error
-6,0	Error
-5,0	Error
-4,0	Error
-3,0	Error
-2,0	Error
-1,0	Error
0	1,0
1,0	2,0
2,0	2,4142
3,0	2,7321
4,0	3,0
5,0	3,2361
6,0	3,4495
7,0	3,6458
8,0	3,8284

Observa el gráfico adjunto e indica en éste lo siguiente: (a) el punto de corte de la gráfica con el eje x, (b) el punto de corte de la gráfica con el eje y, (c) ¿para qué valores de x la función es creciente?, (d) ¿para qué valores de x la función es decreciente?, (d) el punto mínimo de la gráfica, y (e) el punto máximo de la gráfica.

(a) No hay. (b) esta en y una milesima de los números positivos de la gráfica.
(c) Para 6 valores. (d) Para más valores de 6. (e)

Figura 54. *Ideas de Francis sobre el crecimiento poblacional - 2.*

Además, respondió que la función es creciente para seis valores, guiándose por las unidades destacadas en el eje *x*. Aquí, nuevamente, no se apoyó en la tabla ni en alguna inferencia para el comportamiento de f si $x > 8$. Comentamos sus respuestas a (d) y a (e). Al respecto, Francis explicó que para (d) únicamente señaló con la etiqueta "d" el punto que consideró mínimo de $f(x)$; y que "para más valores de 6" [para valores mayores a 6], el punto máximo [aclaró que: el visible en la representación] es e.

Francis, como notamos, tenía conocimientos de conceptos matemáticos y terminologías más allá de las contempladas en el currículo de matemáticas del primer año del Liceo. Esto se evidenció también en el reporte que hizo de la última actividad propuesta en el *cuestionario con viñetas*; en ésta, Francis representó una función que cumple con las condiciones:

$$f(2)=8\text{ , } f(4)=64 \text{ y } f(4{,}5)=91{,}125\text{ .}$$

Pero no dio otro ejemplo de una función distinta a la que representó, tal como solicitamos por medio del instrumento, cumpla con las mismas condiciones.

En la entrevista que sostuvimos, así como en la interacción a lo largo del desarrollo de su proyecto, se evidenció que sus ideas matemáticas surgían con cierta naturalidad, en el sentido de que las utilizaba con fluidez para explicar o interpretar sus cálculos, los procesos que había seguido, y los gráficos construidos por ella y su grupo de trabajo.

Las potencialidades matemáticas de Francis alcanzaron un nivel de profundidad mayor que el de otros niños del curso.

En la entrevista que siguió al cuestionario con viñetas, expresó que "yo creo que el análisis" es uno de los procesos de pensamiento matemático que utiliza para responder estas preguntas y para construir e interpretar los gráficos. Sin embargo, como sabemos, los procesos mentales no se dan de forma aislada, sino que en una misma actividad se conjugan una serie de procesos de forma *paralela*.

Por otra parte, podemos preguntarnos **¿qué características se presentan en el pensamiento matemático de Francis?**

En Serrano (2008) se discute, entre otras cuestiones, ¿cuál es el "salto" del *Pensamiento Matemático Elemental* (PME) al *Pensamiento Matemático Avanzado* (PMA)? De hecho, autores como Tall (1991) entienden que los estudiantes de un primer año del Liceo se encuentran en nivel elemental de pensamiento matemático. No obstante, nosotros nos preguntamos: ¿existe en realidad una frontera bien definida entre estos tipos de pensamiento? Y, si esta frontera existe, ¿hay algún patrón que permita definir este cambio del PME al PMA en las personas? Una primera idea que puede surgir es que en este cambio influye el pasar del estudio de la matemática preuniversitaria a la matemática que es propia a la universidad, por ejemplo, en la licenciatura en matemáticas, en el profesorado en matemáticas o en otra carrera en la que se estudien temas avanzados. Pero nosotros consideramos que la matemática *elemental* y la *avanzada* no permiten definir completamente al PME y al PMA, respectivamente. ¿Cuál es entonces ese salto? ¿Cómo caracterizar a la transición?

La visión de la transición del PME al PMA ha cambiado un poco en el seno de las teorías psicológicas sobre la educación matemática. Actualmente no se fijan etapas determinadas por edades para indicar la transición; visión que se debía a la influencia de la *Teoría de las etapas (o estadios)* de Piaget (Ver: Piaget, Osterrieth, y Wallon, 1963) en el estudio del pensamiento matemático. Actualmente tampoco se enfatiza en la incidencia de algunos temas o conceptos matemáticos específicos en la transición; por ejemplo, Tall (1988) consideró que los conceptos de *proceso infinito*, la noción de *límite* o la de *infinito*, están envueltos en la transición del PME al PMA. Aunque la idea anterior estuvo relacionada con una concepción del PMA que evolucionó desde ese entonces. Si bien estos conceptos (límite, proceso infinito, infinito, etc.) poseen un potencial enorme en el desarrollo del pensamiento matemático, e incluso, son característicos del PMA, ¿qué con respecto a otros conceptos *avanzados* de la matemática?, como la idea de espacio afín, grupo, anillo, espacio vectorial, ecuación diferencial, entre otras.

La transición parece definirse mejor considerando los procesos que caracterizan tanto al PME como al PMA, incluyendo a la actividad matemática del alumno. Robert y Schwarzenberger (1991, pp. 132-133) definen la transición así:

> **Los siguientes cambios cuantitativos**: más conceptos, menos tiempo, necesidad de mayor poder de reflexión, mayor abstracción, pocos problemas significativos, más énfasis en las demostraciones, mayor necesidad de aprendizaje versátil, mayor necesidad de control personal sobre el aprendizaje, y la necesidad de pensamiento abstracto y deductivo; **tomados juntos, derivan en un cambio cualitativo que caracteriza la transición al pensamiento matemático avanzado** [negrillas añadidas].

Esta definición es compartida por el autor (ver Serrano, 2008). En ella no se indica una etapa (en términos de edades) en la que todas/os o la mayoría de las y los estudiantes tengan un PME y desde la cual se pase a un PMA; tampoco se indica una frontera que represente un cambio inmediato al PMA. **La frontera entre el PME y el PMA es más bien un período que es propio a cada estudiante**. Puede ser dilatado en algunos, breve en otros, o bien, ser el límite al que se llevó el desarrollo del pensamiento matemático. Los cambios cuantitativos son también propios a cada alumno, no existe un orden preestablecido para ellos; además, pueden darse otros cambios no listados por Robert y Schwarzenberger (1991), entre los que pueden estar: (1) la **necesidad de comunicarse matemáticamente**, (2) la **reflexión sobre la certeza en la matemática**, (3) el **interés por la investigación de otros conceptos matemáticos** y, (4) el **uso de la matemática para comprender la realidad y sus desigualdades o problemas**. Este último punto se relaciona con una educación matemática que hace explícito su rol sociopolítico en la sociedad, rompiendo así la visión ingenua que la identifica con una especie de neutralidad política. Además, en esta relación con la realidad cobra relevancia la hipótesis sobre la interdependencia entre el lenguaje matemático y el pensamiento (Serrano, 2004b) y la visión pragmática que seguimos del significado (ver el *capítulo V*).

Algunas de estas características o cambios están presentes en el pensamiento matemático de Francis; en especial los puntos (1), (3) y (4), así como el manejo de más conceptos, menos tiempo para el estudio, y mayor abstracción.

Es Francis pues, tal como describimos al inicio de esta sección, un caso no representativo –a una conclusión similar llegaron los observadores externos, pero que nos ha permitido observar con más detalle algunos aspectos de la (*de su*) alfabetización matemática.

Su nivel de desarrollo de la alfabetización matemática contrasta, por ejemplo, con las dudas que manifestó otro de los estudiantes del curso al intentar representar la función $f: R \to R$ definida por $f(x) = x^2 - 3$:

> Estudiante (E): Ahora… ahora es diez y seis menos tres
> Profesor (P): pero ese diez y seis es positivo[220], porque menos cuatro por menos cuatro da diez y seis. Y a ese diez y seis le restas tres.
> E: ¿Me va a dar trece de nuevo?[221]
> P: Sí.
> E: ¿Menos trece?
> P: Trece positivo
> E: Ya arriba me dio trece positivo…[222]
> P: No importa, no hay problema…

220 Había copiado -16.

221 Pues ya para $x = -4$, había obtenido que $f(-4) = 13$.

222 Aquí asumió que la función era inyectiva –utilizó más bien la expresión "las imágenes deben ser todas distintas".

VIII

CONSIDERACIONES FINALES Y OBSERVACIONES

En este último *capítulo* planteamos las consideraciones finales del estudio, así como algunas observaciones que hacemos para el desarrollo de otras investigaciones en el marco de una educación crítica de la matemática para nuestra sociedad.

Consideraciones Finales

(1) Una mirada más allá de la metodología de la ciencia, y desde preguntas como: ¿qué mujer y hombre se busca formar?, ¿para qué educar?, ¿es la educación simplemente la entrega/recepción de información?, ¿es acercarse únicamente al saber sabio?, ¿es su función la especialización de la mujer y del hombre?, ¿o la educación tiene un potencial rol en la transformación del mismo hombre y de la sociedad –del mundo?, puede estudiarse a los diversos enfoques de la Educación Matemática, incluso a la misma *Educación Matemática Crítica* que sistematizó Skovsmose (1999) para su sociedad o a la que se construye en el contexto de la sociedad venezolana; ver por ejemplo: Mora (2002, 2004, 2005, 2009, 2010), Serrano (2004a, 2005a; 2005b, 2007, 2009, 2010), Serres y Serrano (2004), Becerra (1990, 2006), Moya (2008), Becerra y Moya (2008a, 2008b, 2008c, 2009), Mora, Serrano, Beyer y otros (2006), Reverand (2009), Torres (2010). Ver, además, los libros de texto de Matemática de la Colección Bicentenario para la Escuela Primaria y el Liceo venezolano –publicados por el Ministerio del Poder Popular para la Educación (2011, 2012). La *Educación crítica de la matemática* que aquí se desarrolla hace explícito su rol sociopolítico

en el contexto de la sociedad venezolana, a diferencia de las otras perspectivas teóricas; comprometiéndose así con la concienciación y con la transformación. Se entiende a la concienciación de la mujer y del hombre, desde la educación matemática, como un elemento para la transformación social de las crisis que afectan la realidad social, cultural e histórica, así como para la formación de una nueva mujer y un nuevo hombre. Educación crítica que a través de la experiencia didáctica busca generar acciones y formar potencialidades que den "respuestas" teóricas y prácticas a paradojas como la de la "sociedad de la información", así como a los problemas y crisis que están presentes en nuestro contexto. La construcción de elementos teórico-prácticos para una educación crítica de la matemática soportada en los conceptos de concienciación y de transformación guarda relación con la humanización de la mujer y del hombre en el marco de la sociedad moderna y con un modelo contextuado de humanismo en la educación. Estos planteamientos pueden orientar desarrollos similares en otros países de América Latina, atendiendo naturalmente a la realidad que envuelve a su sociedad, así como a su historia, economía, cultura, necesidades y problemas característicos

(2) La discusión sobre las funciones que pueden asociarse al saber o conocimiento matemático en la educación nos llevó a caracterizar tres de éstas, las funciones (a) mercantilista, (b) hegemónica/tecnócrata y, (c) humanista. Aunque debemos observar que no constituyen una lista exhaustiva. La función humanista del conocimiento matemático otorga a la alfabetización matemática una base ontológica que la distingue de otros conceptos.

(3) ***Distinguimos ocho principios para una educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana:*** (a) Concebir a las matemáticas desde una visión sociocultural, (b) Vincular la matemática escolar con la realidad y con otras disciplinas del conocimiento, (c) Entender a la comunicación como fuente para la discusión de ideas, para la participación, la crítica y la actividad del grupo; y no como la simple entrega/recepción de información o de saber, (d) Entender el contexto del aula de matemáticas como un ambiente de investigación, (e) Crear grupos de discusión multidisciplinares, (f) Abordar temas que atiendan a las necesidades reales de la comunidad, así como del entorno regional, nacional y mundial en los que las matemáticas juegan un papel importante para su comprensión, y (g) Desarrollar el carácter político y humanista de la educación y de la educación matemática. Estos principios pueden contribuir en la transformación de las concepciones y prácticas asociadas a la Pedagogía por Objetivos, el Movimiento de la Matemática Moderna, la tesis del saber sabio y la tesis de la educación bancaria –las cuales han incidido en el aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en nuestro país a lo largo de las tres últimas décadas.

(4) En el marco de una *Educación crítica de la matemática* para la sociedad venezolana, vemos en el sentido común y en la crítica dos conceptos básicos para explicar el significado de este tipo de educación.

(5) La discusión del concepto ***alfabetización matemática*** en el marco de una *educación crítica de la matemática*, las ideas: numeracy, alfabetización cuantitativa, literacy, matheracy y technoracy, así como la praxis que llevamos a cabo en la *UEN Liceo Bolivariano Agustín Aveledo*, llevó a entenderlo como la ***composición de las potencialidades matemática, metamatemática, social y axiológica***, la cual va más allá de las habilidades para efectuar cálculos, aplicar algoritmos y reproducir definiciones y propiedades; e incluso,

sobrepasa el enfoque tecnológico o laboral de este término tal como lo asumen otros autores y permite interpretar a la educación matemática en relación con las crisis. ***La alfabetización matemática, así definida, es parte de una educación que postula explícitamente su rol sociopolítico en el marco de nuestra sociedad***, tal es el caso de la alfabetización en Freire o en Giroux, es una educación que busca la formación de una nueva y nuevo ciudadano. Las potencialidades de la alfabetización apuntan a la formación integral y crítica de los estudiantes; constituyen parte de la respuesta a las exigencias que se pueden hacer a la educación, y a la educación matemática en particular. Estas potencialidades de la alfabetización matemática permiten describir la dimensión sociopolítica de la *Educación Matemática*.

(6) El significado en tanto noción básica para la educación matemática no es algo que se asocie o construya únicamente para términos o proposiciones, sino que se asocia o construye también para las acciones y procesos que realiza el grupo, a la aplicación de algoritmos, a la explicación, discusión, etc., y a contar, medir, modelar, entre otras. En el marco de nuestra investigación lo entendemos como dado por el uso que de este objeto o actividad se haga y por la explicación que se dé de estos; concepción que se basa en el importante papel que tiene la interacción y la actividad que se da en un grupo en la construcción o asociación de significados. Esta idea de significado permite entender la alfabetización matemática en relación estrecha con el contexto y con la realidad, más allá del plano lógico en el que tradicionalmente se ha enmarcado esta noción en la educación matemática.

(7) El reporte que hicimos de la alfabetización matemática del curso 1A no indica una etapa de culminación o última de un proceso. En efecto, las semanas siguientes al término de las nueve sesiones las dedicamos a trabajar en otros problemas vinculados a los que habían elegido en sus proyectos, con la intención de dar continuidad a su actividad.

(8) La praxis en el curso 1A se signó por los siete principios que distinguimos para una educación crítica de la matemática en el contexto de la sociedad venezolana, y por elementos de la investigación-acción participativa/emancipadora.

(9) Esta praxis la complementamos con un estudio del marco institucional en el que se dieron los proyectos del 1A; a través del cual reportamos lo siguiente:

- *Sobre el Diseño curricular.* El documento *Liceo Bolivariano* sirvió de base para construir y desarrollar experiencias en el curso 1A del *Liceo Bolivariano Agustín Aveledo*, las cuales se correspondieron con una visión crítica de la educación matemática. El *Liceo Bolivariano* abre algunos espacios, al menos en el plano normativo, para que los docentes de cada una de las áreas del conocimiento discutan y tomen decisiones sobre el enfoque, los problemas, las formas de integración de las disciplinas, y la evaluación; fomentando, de esta manera, el trabajo colectivo –y no el individualismo. Así, el diseño curricular del *Liceo Bolivariano* puede definirse como *abierto*. Sin embargo, este carácter abierto no ha sido bien percibido por parte de los profesores de Educación Media de nuestro país, quizás por factores como la costumbre de manejar un diseño curricular compartimentado, súper-especializado y súper-estructurado en los distintos niveles del Sistema Escolar, así como en la Universidad, y la resistencia a los cambos y las transformaciones; visión y resonancia que concuerda con la consolidación del *statu quo* desde la Institución escolar (en especial con las funciones mercantilista y hegemónica/tecnócrata del conocimiento desde la educación matemática), tesis que hemos criticado en nuestra investigación. Además, se destaca el *trabajo por proyectos* como la metodología didáctica que puede mediar en las transformaciones educativas que contempla el *Liceo Bolivariano*, considerando sus relaciones con la formación, la investigación y la proyección social (metodología que fue central, junto con la resolución de problemas, para nuestra praxis).

- *Sobre los Libros de Texto y el Saber.* En Serrano (2007, 2009) reportamos un estudio sobre las actividades matemáticas o protomatemáticas propuestas en una selección de siete libros de texto del primer año del Liceo, así como los tipos de saber o de conocimiento al cual se asocian. Todos los libros de la selección están disponibles en la Biblioteca de la *UEN Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* y fueron parte de las referencias que utilizaron los estudiantes en el marco de sus proyectos. Al respecto: (a) ninguno de los libros de texto se orienta a abordar problemas del entorno regional, nacional o mundial. Así, problemas como el consumo de alcohol en la población venezolana, el de drogas, los accidentes de tránsito, la evolución del número de casos (proporción) en ciertas enfermedades (dengue, hepatitis, tuberculosis, sida, diabetes, cardiovasculares, etc.) que forman parte de la realidad venezolana, son omitidos en su totalidad. (b) Ninguno de los libros de texto abre espacios para que los estudiantes expresen sus ideas o concepciones sobre conceptos, métodos o aplicaciones de éstos en la vida cotidiana. Así, no podemos hablar de que los libros de texto se orienten a desarrollar la crítica. (c) Los libros de texto de la selección se centran en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático y en el desarrollo de algunos de los procesos del pensamiento matemático (representación, análisis, deducción, entre otros). (d) Todos los libros de texto exponen ejercicios y problemas, pero solo dos de los textos se caracterizan por hacer cierto énfasis en los ejercicios. Por otra parte, ninguno de estos libros de texto propone proyectos a los estudiantes.
- *Sobre los Planes Institucionales de Formación.* Las categorías que surgieron de las entrevistas aplicadas a tres docentes de Ciencias Naturales y Matemática que laboran en la Institución, asociadas a los planes institucionales de formación de profesores fueron: *reuniones, organización, planificación, desinformación, disposición y desinterés* (la categoría "reuniones" se contempló previamente aunque con la denominación "actividades", y formó parte del guión de la entrevista. Las restantes cinco categorías se corresponden con las ideas de los profesores entrevistados). (a) El proceso de transformación curricular que sirvió de marco al desarrollo de los proyectos en nuestra investigación, específicamente el *Liceo Bolivariano*, implicó una serie de cambios en el *Liceo Bolivariano*

Agustín Aveledo. Las entrevistas que aplicamos a tres docentes se concentraron en los cambios de tipo administrativo y docente; en éstas se expresó que las mesas de trabajo y demás actividades de discusión y reflexión que se habían previsto en la comunidad institucional para discutir el nuevo diseño curricular del Liceo nunca llegaron a concretarse. Esta situación caracterizó todo el período denominado *de contingencia* (el cual se había previsto que abarcara desde el inicio del año escolar 2006-2007 hasta el mes de diciembre de 2006, pero signó todo el año escolar 2006-2007). (b) Los profesores coincidieron en que hubo desinformación sobre los cambios y transformaciones curriculares que debían implementarse. La desinformación a la que se refirieron los profesores, también se dio luego del período de contingencia; de hecho, se dio durante todo el año escolar 2006-2007. (c) Además, no hubo planificación institucional para la discusión curricular en el Liceo. (d) Los profesores entrevistados consideraron que en la Escuela y en el Liceo no se han creado espacios para la discusión, reflexión e investigación. Prevaleció más bien la visión del profesor como "ente individual" y la concepción de éste como "dador de clase": el profesor trabajando en *su* aula con *sus* estudiantes; sin espacios para el trabajo colectivo. (e) Por último, el desinterés y la disposición se dieron de forma conjunta en la comunidad de profesores de la institución durante el año escolar 2006-2007. La disposición encontró ejemplos en el trabajo colectivo que llevaron a cabo algunos profesores del área Ciencias Naturales y Matemática, así como de otras áreas, en la participación individual en algunos eventos especializados en educación matemática, así como en la reflexión y actividad desarrollada en el contexto del aula.

- *Sobre las Concepciones de los Profesores.* (a) Los profesores manifestaron distintas concepciones sobre los proyectos (por ejemplo, se destacan las ideas de "forma de trabajo", "actividades novedosas", "acciones organizadas y deliberadas", "metodología de trabajo", "basados en la investigación tanto de los estudiantes como de los profesores" y "vinculados al entorno"); sin embargo, no podemos juzgar como incorrectas o correctas cada una de estas ideas, pues existen muchas posiciones teóricas-metodológicas sobre qué es un proyecto. Dos de los profesores intercambiaron ideas sobre la importancia de estudiar las concepciones de los estudiantes y sobre las etapas que pueden distinguirse en el trabajo por proyectos. (b) Todos consideraron que la interdisciplinariedad es una característica del trabajo por proyectos. (c) Las experiencias con proyectos de los profesores abarcaron temas como la basura, la pornografía y la prostitución infantil, la observación del espacio, el número de oro (o proporción áurea) y la "capacidad lumínica" de las bombillas de los postes ubicados en avenidas y calles cercanas a la Institución, y la refracción de la luz a través de un prisma. Todos estos proyectos fueron desarrollados por estos profesores con su grupo de estudiantes, sin la participación de otros docentes y estudiantes del Liceo. Ello se vincula con la concepción del profesor como "ente individual" y con la inexistencia de espacios en la Institución para la planificación y trabajo colectivo de los profesores. (d) En ellos, se estudiaron ideas Estadísticas y Geométricas. En cambio, para una de las profesoras, las matemáticas se entendieron como un lenguaje para expresar conceptos físicos. (e) Los tres profesores entrevistados sostuvieron que el trabajo por proyectos se vincula con la cooperación, con problemas reales, con el entorno y con la investigación, lo cual puede entenderse como fortalezas de esta metodología. Además, puede darse conjuntamente con otras metodologías de aprendizaje/enseñanza. (f) Y, entre las debilidades que señalaron se encuentran la falta de iniciativa de parte de los profesores de Ciencias Naturales y Matemática para comenzar a desarrollar proyectos, y el hecho de que están acostumbrados a la "educación tradicional": los niños están en silencio, el profesor es el que lo sabe todo, los estudiantes basan su actividad en copiar del pizarrón y no proponen actividades. Y, la inexistencia de eventos de discusión y reflexión de las actividades de investigación desarrolladas en los Liceos.

(10) ***Consideraciones sobre la alfabetización matemática en el curso 1A y en Francis***. La disyuntiva que plantea Bichko (1973) y las tesis de Adorno (1999) y Freire (1969, 1970, 1978), por ejemplo, así como los principios que delineamos para una *Educación crítica de la matemática* en el contexto de la sociedad venezolana constituyeron bases para la praxis en el curso 1A. Por sí solas, las potencialidades matemáticas no se vinculan a la concienciación de la mujer y del hombre y a la comprensión y/o transformación de las desigualdades existentes, de las situaciones de opresión y, en general, de los problemas o crisis. La naturaleza de la sociedad capitalista moderna, y la República Bolivariana de Venezuela no es una excepción de este modelo, concibe a la mujer y al hombre como una máquina (*hombre/mujer individual* y *taylorizado-a*), y al trabajo como una forma de dominación, control y explotación de la mujer y del hombre y de la naturaleza. Las *nuevas atrocidades* nos colocan ante la disyuntiva que hemos comentado líneas atrás. La conjunción de las potencialidades *matemáticas, metamatemáticas, sociales y axiológicas* puede caracterizar una alfabetización matemática en nuestros estudiantes que permita advertir los problemas o crisis que envuelven a su comunidad o región (e incluso, al mundo), y actuar en función de comprender su lado matemático y/o transformar estas situaciones. La alfabetización matemática es a la vez un concepto potente que puede viabilizar una educación matemática que haga explícito desde la praxis el rol sociopolítico de la educación. La alfabetización matemática es también un propósito que puede impulsar transformaciones curriculares en nuestras instituciones orientadas a potenciar el papel que tienen las matemáticas en la comprensión del mundo y de la relación de la mujer y del hombre con éste, así como a develar las inconsistencias de la tesis de la supuesta neutralidad política de la educación –la cual ha sido sostenida desde diversos ámbitos en nuestro país [en los que la educación es concebida como una actividad técnica (ver la discusión que hicimos sobre las funciones mercantilista y hegemónica/tecnócrata del conocimiento matemático en el *capítulo I*), y en la que se olvidan los fundamentos filosóficos de la educación matemática, y de la educación en su sentido más general].

(11) ***Una Reflexión Sobre el Estudio***. En primer lugar, la metodología

de trabajo por proyectos que seguimos en el 1A se apoyó en parte en los "ensayos" que al respecto llevamos a cabo en otros cursos de la *UEN Liceo Bolivariano Agustín Aveledo* en años escolares anteriores, en cursos de *primer*, *segundo* y *quinto año* de matemáticas. Por ejemplo, en Serrano (2006b) reportamos un proyecto que emprendió el curso de quinto año de Humanidades del Liceo que giró en torno al *Número de Oro*. Utilizamos el término "ensayo" considerando que aún cuando desde diversas perspectivas teórico-metodológicas se explicitan ciertas características de este esquema de trabajo en el contexto del aula, tal es el caso de Frey (1995) y Mora (2004) –la cual fue una guía para nosotros, es en la praxis que esta metodología adquiere forma. Esto pasó en el 1A, pues se dio el caso de que la planificación y la reflexión fueron procesos que estuvieron presentes en cada una de las nueve sesiones dedicadas a sus proyectos, lo cual nos permitió hacer ajustes a las actividades y problemas que surgían, redimensionarlos, recurrir a otras fuentes de información para contrastar sus resultados (otras estadísticas y representaciones gráficas), y pensar nuevamente en la interpretación que habían hecho.

En suma, los proyectos implican una evaluación continua de todo el proceso. En este sentido asumimos la evaluación sumativa (requisito imprescindible para la *Institución*) en un segundo plano; fue más bien una consecuencia o requisito técnico que cumplir –aunque ciertamente es una observación que despertó el interés de todos los estudiantes. Además, a raíz de las recientes transformaciones curriculares en la *Escuela* y en el *Liceo*, los proyectos se han constituido en uno de los puntos de intensa discusión en la comunidad de profesores (resonancia). De hecho, se han reportado algunos mitos sobre la implementación y naturaleza de esta metodología (ver: Gracia, 2006); e incluso, sus detractores consideran que los proyectos implican un vaciamiento o trivialización de las matemáticas escolares. No obstante, cada uno de los proyectos del 1A fueron complementados con las actividades propuestas en los *cuestionarios*, *prueba grupal* y en el *taller*, además de los problemas que se discutieron en el seno de cada grupo de trabajo y en plenaria con la intención de profundizar en algunos conceptos y de salvar malentendidos y errores. Esto es, tratamos de llevar conjuntamente las metodologías de *proyectos* y de *resolución de problemas*. Pero no dejamos de reconocer que este vaciamiento o trivialización es de hecho una posibilidad. Otro punto al que queremos referir es el tema o problema objeto de los proyectos. En Serrano (2006b) observamos que todo el curso abordó una única temática (la relación del *Número de Oro* con algunas de las *proporciones del cuerpo humano*) y un problema (el estudio de estas proporciones en los miembros de cada grupo de trabajo y en una selección de niños y niñas de distintas edades –desde los pocos meses de edad hasta la adolescencia, con el propósito de hacer algunas inferencias); pero en nuestra investigación cada uno de los cinco grupos de trabajo escogió temáticas y problemas diferentes. Esto es factible. Decisión que nos llevó a discutir con el grupo los puntos de encuentro de todos los proyectos; éstos, tal como hemos señalado, fueron la *estadística* (uno de los temas contemplados en el *Plan de Estudios del primer año de matemáticas en el Liceo*), así como las ideas de *función*, *representación gráfica*, *error*, *aproximación*, y *estimación*. No obstante, como vimos, también surgieron los conceptos de *lenguaje matemático*, su naturaleza y componentes, los *tipos de números* que conocían, *operaciones con números enteros y racionales*, y *propiedades de la potenciación*. Las cuales se trataron no con el esquema centrado en la *exposición del profesor – ejercicios de los estudiantes*, sino a medida que se estudiaban los problemas que surgían o se proponían a todos. Esto es, los proyectos y la resolución de problemas implicaron un esquema de discusión "no lineal", sino más bien "abierto". Por ejemplo, recordemos aquí (a) el estudio que hicimos con el 1A de las funciones: aquí no comenzamos con las funciones lineales como es costumbre en el aprendizaje/enseñanza de las matemáticas en nuestro país y en el ámbito internacional, y también en los libros de texto. O, (b) la discusión de conceptos matemáticos no contemplados para el primer año del Liceo (como la representación de funciones *cuadráticas* y *exponenciales* en el *Plano Cartesiano*, la idea de *estimación*, o el estudio de las concepciones de los estudiantes sobre el *lenguaje matemático*). Fue fácil para los grupos de trabajo exponer y argumentar los problemas que observaron en su comunidad y localidad, no así anunciar las matemáticas que consideraron estarían presentes en ellos. Este punto contó con la asesoría del profesor. Esta diversidad de temas y problemas conllevó un esfuerzo adicional del profesor y de los observadores externos. Proceso que comparamos al de asesorar diversos trabajos de investigación. Lamentablemente, la Institución no apoyó el desarrollo de los proyectos. Los profesores *Helena*, *Ana* y *Francisco* señalaron la inexistencia de espacios para planificar el colectivo o para discutir y evaluar el trabajo realizado desde cada una de las especialidades. De hecho, la observación externa y la aplicación de las encuestas por parte de algunos grupos de trabajo (en la misma Institución) fueron actividades independientes. Los directivos de la Institución no contribuyeron con ello (aún cuando la supervisión escolar debió contemplar al menos la observación de nuestro trabajo). Esto impidió que nuestros proyectos se vincularan estrechamente con el que otros cursos del primer año desarrollaron, no exclusivamente en los de *matemáticas*, sino en los cursos de *ciencias de la naturaleza*, o también en los de *artes plásticas*[223] y *lenguaje*. Lo cual era la intención primaria del autor. También, los profesores de matemáticas del primer año tenían disposiciones y concepciones bastante disímiles sobre los proyectos. Uno de estos profesores, por ejemplo, seguía el *enfoque algorítmico* y no consideraba a los proyectos como una posibilidad en su praxis. En cambio, el resto de ellos, se mostró muy interesado en compartir sus ideas y experiencias, participaban en talleres ofrecidos por el CENAMEC y se documentaban al respecto. Por otra parte, los ciclos de planificación, acción, observación y reflexión de la investigación-acción tuvieron cierta correspondencia con las etapas de desarrollo de los proyectos [Frey (1995), Mora (2004)], en los cuales planificación y la reflexión (tal como hemos referido) se dieron en todas las sesiones de trabajo; rompiéndose así, tal como esperábamos, la linealidad de estos procesos.

La investigación-acción que guió nuestra praxis se acercó a su carácter *emancipador* en tanto que se apoyó en una actividad de aula con elementos asociados a la función humanista del conocimiento matemático, considerando que (a) se dieron experiencias orientadas a las transformaciones cognitivas de la forma como se percibe el mundo y sus problemas, y a la mujer y al hombre en ella [en especial la disyuntiva que plantea Bichko (1973) ante las situaciones críticas o problemas], (b) las cuales se orientaron a la comprensión de estos problemas y de algunas de las formas en que podemos actuar para transformarlas. Además, en todo momento propiciamos la búsqueda de la equidad en

223 Recordemos el proyecto de investigación sobre la *Conservación del patrimonio arquitectónico de la Parroquia La Pastora*.

el aula de matemáticas, y no hicimos énfasis en los algoritmos como contenido. En McKernan (2001) y Becerra (2006) se describe el carácter emancipador de la investigación-acción a través de: La liberación de las prácticas castradoras (tal es el caso del *paradigma del ejercicio* y de la *consolidación del statu quo* sosteniéndose en la supuesta neutralidad política de la educación y de la educación matemática), y de proporcionar a los estudiantes mayor autonomía de acción por medio de la reflexión colectiva, y de valores como el respeto a las opiniones, la participación como motor de los cambios y transformaciones, y de la comunicación y diálogo como rasgos claves de este tipo de investigación. La emancipación puede verse en dos niveles: en uno cognitivo y en otro desde la praxis. Los proyectos que llevó el 1A se acercaron al nivel cognitivo de la emancipación (aún cuando en algunos de los proyectos se dieron acciones que fueron *un paso más allá* de la comprensión: guiadas por la idea de transformar estas realidades-problema).

Algunas Observaciones

La sociedad venezolana, sus crisis o problemas, sus estructuras heredadas de complejos procesos de dominación y opresión que van más allá de nuestras fronteras –como la *Capitalista* (se encuentren en transformación o no, sean explícitas o no), el concepto de hombre/mujer y el de una nueva sociedad, el papel de la Institución Escolar de cara a su sociedad, y en particular el de las matemáticas y el de la educación matemática, nos colocan cada día de nuestra labor docente y ciudadana ante la *disyuntiva de Bichko*. Así, reflexionar sobre los fundamentos filosóficos, pedagógicos, psicológicos y didácticos de una educación matemática que se oriente a la formación de la mujer y hombre crítico-a/social que consideramos requiere la sociedad moderna, constituye parte medular de la actividad y pensamiento de los profesores de matemáticas. Nuestras concepciones sobre las matemáticas, su lenguaje, el significado, el aprendizaje/enseñanza de las matemáticas, y las ideas de mujer y hombre y sociedad (precisamente parte de la *cosmovisión* que cada uno de nosotros ha conformado) deben hacerse explícitas en este proceso.

Las diversas dificultades u obstáculos que se presentan en nuestra praxis (tales como las referidas en nuestra investigación –relativas a la organización escolar, la planificación de actividades de discusión y formación permanente de los profesores en el área de Ciencias Naturales y Matemática, el distanciamiento entre la Universidad y las Escuelas y Liceos, así como la concepción del maestro o profesor de Liceo como "dador de clase" y no como investigador, por citar algunos de ellos) pueden representar más bien un motivo e impulso para emprender una educación crítica de la matemática, no una "barrera". De hecho, no es consistente pensar en una praxis crítica y emancipadora en el caso que no se den tales crisis y cuando no hay limitaciones en nuestra propia institución y entorno, así como en nuestro propio campo cognitivo.

El estudio de la naturaleza de los conceptos y procesos asociados a una alfabetización matemática crítica, de la realidad misma, y de nuestra relación con estos conceptos y procesos, lo ontológico y epistemológico, no son actividades exclusivas del filósofo de profesión o de "los teóricos que ven la actividad de aula desde fuera"; son propias también del profesor de matemáticas y alcanzan el contexto del aula. El reporte de estos estudios es también importante para el desarrollo de una teoría de la educación crítica de la matemática para nuestra sociedad, lo cual es una de las más notorias debilidades de nuestra comunidad de profesores de la Escuela y del Liceo –punto en el que el *Ministerio del Poder Popular para la Educación* y organizaciones como la *Asociación Venezolana de Educación Matemática (ASOVEMAT)* pueden desempeñar un papel central (en especial: promoviendo y creando espacios para la investigación, discusión y reflexión teórica-metodológica y de las experiencias y alcances de la actividad en el contexto del aula).

En este sentido, nuestra investigación es una incursión en este proceso dinámico, complejo y continuo; es además una invitación a desarrollar estudios colectivos de esta naturaleza en el marco de la actividad docente, en especial en la comunidad de profesores de matemáticas de la *Escuela* y del *Liceo* venezolano, aunque también en el ámbito universitario.

REFERENCIAS

Adorno T. (1998). *Educación para la emancipación.* Madrid: Morata.

Alro H. y Skovsmose O. (2004). *Dialogue and learning in mathematics education. Intention, reflection, critique.* Dordrecht / Boston / New York / London: Kluwer Academic Publishers.

Alson P. (2000). *Eléments pour une théorie de la signification en didactique des mathématiques*. Tesis doctoral: L´Universite Bordeaux 1, Ecole Doctorale de Mathèmathiques-Informatique, Francia.

Apple M. (1987). *Educación y poder.* Barcelona: Paidós.

Austin (1971). *Cómo hacer cosas con palabras.* Barcelona: Paidós.

Bachelard G. (1976). La formación del espíritu científico. México: Siglo XXI.

Balacheff N. (1990). Beyond a psychological approach: the Psychology of Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, 13(3), 2-8.

Bauersfeld H. (1994). Theoretical perspectives on interaction in the mathematics classroom. En R. Biehler, R. Scholz, R. Strässer y B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 133-146). Dordrecht, NL: Kluwer Academic Publishers.

Becerra R. (1990). Una aproximación a la Interdisciplinariedad. *Boletín CENAMEC Multidisciplinario I*. Caracas: CENAMEC.

Becerra R. (2006). La formación del docente integrador bajo un enfoque interdisciplinario y transformador. Desde la perspectiva de los grupos profesionales en educación matemática. Tesis doctoral no publicada. Caracas: Universidad Pedagógica Experimental Libertador.

Becerra R. (Coord.), Moya A., Reaño, N., Serrano W., Millán, Z., y otros. (2011). *Contando con los recursos. Matemática. 4to Grado.* Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPEE) – Colección Bicentenario / GIDEM.

Becerra R. (Coord.), Moya A., Serrano W., Paredes H., Reaño N., Mendoza O. y otros. (2011). *La patria buena. Matemática. 5to Grado.* Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPEE) – Colección Bicentenario / GIDEM.

Becerra R. (Coord.), Moya A., Serrano W., Paredes H., Reaño N., Mendoza O. y otros. (2011). *Hecho en Venezuela. Matemática. 6to Grado.* Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPEE) – Colección Bicentenario / GIDEM.

Becerra R. (Coord.), Moya A., Serrano W., Torrealba H., Millán, Z., y otros. (2011). *Contemos 1, 2, 3 y 4. Matemática. 1er Grado.* Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPEE) – Colección Bicentenario / GIDEM.

Becerra R. (Coord.), Moya A., Serrano W., Torrealba H., Millán, Z., y otros. (2011). *Triángulos, rectángulos y algo más. Matemática. 2do Grado.* Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPEE) – Colección Bicentenario / GIDEM.

Becerra R. (Coord.), Moya A., Serrano W., Torrealba H., Millán, Z., y otros. (2011). *Aventuras de patacalientes. Matemática. 3er Grado.* Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPEE) – Colección Bicentenario / GIDEM.

Becerra R. y Moya A. (2008a). Educación Matemática, Interdisciplinariedad y Democracia. *Integración Universitaria*, 8(1). Caracas: UPEL.

Becerra R. y Moya A. (2008b). Hacia una Formación Docente Crítica y Transformadora. En Investigar y Transformar. La Paz: Instituto Internacional de Investigación Educativa para la Integración - CAB.

Becerra R. y Moya A. (2008c). Una Perspectiva Crítica de la Evaluación en Matemática en la Educación Superior. Sapiens, 9(1). Caracas: UPEL.

Becerra R. y Moya A. (2009). Pedagogía y Didáctica Crítica: Hacia la Construcción de una visión latinoamericana. Integra Educativa, II(1). La Paz: Instituto Internacional

de Investigación Educativa para la Integración - CAB.
Berkeley G. (1952). *Tres diálogos entre Hilas y Filonús.* Madrid: Espasa-Calpe.
Bernstein B. (1996). *Pedagogía, control simbólico e identidad*. Madrid: Morata.
Bernstein B. (1997). *La estructura del discurso pedagógico. Clases, códigos y control (IV).* Madrid: Morata.
Beyer W. (1994). *El discurso y el lenguaje matemáticos en el contexto del aula.* Trabajo de grado de maestría no publicado, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas, Caracas.
Beyer W. (1999). El significado en matemática: un problema didáctico. *Enseñanza de la matemática*, 8(1), 3-13.
Beyer W. (2002). *Equidad y educación matemática.* Universidad Central de Venezuela. Trabajo no publicado.
Beyer W. (2006a). Algunos libros de aritmética usados en Venezuela en el período 1826-1912. *Revista de Pedagogía*. 27(78): 71-110.
Beyer W. (2006b). El laberinto del significado: La comunicación en el aula de matemáticas. En: D. Mora y W. Serrano (Eds.), *Lenguaje, comunicación y significado en educación matemática. Algunos aspectos sobre la relación entre matemática lenguaje, pensamiento y realidad desde la perspectiva crítica.* Bolivia-Venezuela: GIDEM-Campo Iris.
Beyer W. (2009). *Estudio evolutivo de la enseñanza de las matemáticas elementales en Venezuela a través de los textos escolares: 1826-1969*. La Paz: GIDEM – Instituto Internacional de Integración del Convenio Andrés Bello (III-CAB).
Bhaskar R. (1975). *A realist theory of science*. http://www.raggedclaws.com/criticalrealism/archive/rts.html
Bhaskar R. (2005). *Realismo crítico, relaciones sociales y defensa del socialismo.* www.vientosur.info/articulosweb/textos /index. php? x=37
Bichko I. (1973). *Conocimiento y libertad.* Montevideo: Ediciones Pueblos Unidos.
Bishop A. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural.* Barcelona: Paidós. [Traducido por Genís Sánchez del original en inglés *Mathematical enculturation*, 1991, Kluwer Academic Publishers].
Bloomfield L. (1964). *Lenguaje.* Lima: Universidad Nacional de San Marcos.
Blumer H. (1969). *Symbolic interactionism: Perspective and method.* NJ: Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
Brousseau G. (1983a). Les obstacles epistemologiques et les problémes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198.
Brousseau G. (1983b). Utilité et interest de la didactique pour un profesor de college. *Petit x*, 21, 47-68.
Brousseau G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
Brousseau G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (I). *Enseñanza de las Ciencias*, 8(3), 259-267.
Brousseau G. (1994). Los diferentes roles del maestro. En: C. Parra (comp.) *et al.*, *Didáctica de la matemática* (pp. 65-94). Buenos Aires: Paidós.
Cantoral R. (Coord.) (2000). *Desarrollo del pensamiento matemático.* México: Trillas.
Cantoral R. y Farfán R. (2003). Matemática educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 27-40.
Carnap R. (1965). La superación de la metafísica mediante el análisis lógico del lenguaje. En: A. Ayer (Comp.), *El positivismo lógico* (pp. 66-87). México: Fondo de Cultura Económica.
Carr W. y Kemmis S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado.* Barcelona: Martínez Roca.
Chevallard Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées pau une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 73-112.
Chevallard Y. (2000). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado* (3ª ed.). Buenos Aires: Aique.

Chomsky N. (1965). *Aspects of the theory of syntax.* Cambridge: MIT Press.
Chomsky N. (1986). *El lenguaje y el entendimiento.* Barcelona: Seix Barral.
Chomsky N. y Foucault M. (2006). *La naturaleza humana: justicia versus poder.* Buenos Aires: Katz Editores.
Christensen N. (1968). *Sobre la naturaleza del significado.* Barcelona: Labor.
Christiansen I. (1997). When negotiation of meaning is also negotiation of task. *Educational Studies in Mathematics*, 34(1), 1-25.
Cobb P. y Bauersfeld H. (Eds.) (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures.* NJ: Lawrence Erlbaum.
Cockcroft W. (1982). *Mathematics counts.* London: HMSO.
Confrey J. (1995a). A theory of intellectual development (I). *For the Learning of Mathematics*, 14(3).
Confrey J. (1995b). A theory of intellectual development (II). *For the Learning of Mathematics*, 15(1).
Confrey J. (1995c). A theory of intellectual development (III). *For the Learning of Mathematics*, 15(2).
Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999). *Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela, 5453,* marzo 3, 2000.
Crowther G. (1959). *15 to 18.* London: HMSO.
Cumming J., Gal I. y Ginsburg L. (1998). *Assessing mathematical knowledge of adult learning: Are we looking at what counts?* Pennsylvania, National Center on Adult Literacy.
D´Ambrosio U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 40-48.
D´Ambrosio U. (1990a). Socio-cultural bases for mathematical education. Plenary session proceedings of ICME 5, 1-6. Adelaide.
D´Ambrosio U. (1990b). The role of mathematics education in building a democratic and just society. *For the Learning of Mathematics*, 10(3), 20-23.
D´Ambrosio U. (1998). Mathematics and peace: Our responsibilities. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 3, 67-73.
D´Ambrosio U. (1999). Literacy, matheracy, and technoracy: A trivium for today. *Mathematical Thinking and Learning,* 1(2), 131-153.
Doerr H. y Zangor R. (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 143-163.
Domite M. y Mesquita M. (2003). *Alfabetizaçao matemática: da compreensao à perspectiva crítica.* Ponencia presentada en la XI Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM), Blumenau, Santa Catarina, Brasil. http://phoenix.sce.fct.unl.pt/ ciaem/index4.htm
Dreyfus T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. En: Tall D. (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 25-41). Holland: Kluwer Academic Publishers.
Dreyfus T. (2000). La demostración como contenido a lo largo del currículum. En: N. Gorgorió, J. Deulofeu, A. Bishop (Coords.), *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 125-134). Barcelona: Graó.
Eco U. (1980). *Signo* (2ª ed.) Barcelona: Labor. [Traducido por F. Serra del original en italiano *Il segno*, Instituto Editoriale Internazionale (ISEDI), Milán, 1973].
Eisenberg T. (1991). Functions and associated learning difficulties. En: D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 140-152). Holland: Kluwer Academic Publishers.
Elliot J. (2005). *La investigación-acción en educación.* Madrid: Morata.
Ernest P. (1991). *The philosophy of mathematics education.* London: Falmer Press.
Ernest P. (2001). *Empowerment in mathematics education* [documento en línea]. http://www.ex.ac.uk/~Pernest/
Ernest P. (Ed.) (1994). *Mathematics, education and philosophy: An international perspective.* London: Falmer Press.
Falk I. y Millar P. (2001). *Literacy and numeracy in vocational education and training* [documento en línea]. National Centre for Vocational Education Research (NCVER) – Australian National Training Authority (ANTA). http:// www.ncver.edu.au/research/

proj/nr9005.pdf
Fals Borda O. (1980). *Aspectos teóricos de la investigación-acción participativa.* UNESCO.
Ferreira M. (1999). Os limites do sentido no ensino da matemática. *Educacao e Pesquisa*, 25(1), 147-162.
Feyerabend P. (1989). *Contra el método.* Barcelona: Ariel.
Filloy E. (1999). *Aspectos teóricos del álgebra educativa.* México: Grupo Editorial Iberoamérica.
Flecha R. (1994). Las nuevas desigualdades educativas. En: M. Castells, R. Flecha, P. Freire, H. Giroux, D. Macedo y P. Willis, *Nuevas perspectivas críticas en educación*, (pp. 55-82), Barcelona: Paidós.
Fonseca L. (1997). *Epistemología de la investigación crítica.* Caracas: Facultad de Ciencias Económicas y Sociales – Tropykos.
Frankenstein M. (1983). Critical mathematics education: An application of Paulo Freire´s epistemology. *Journal of Education*, 165(4), 315-339.
Frankenstein M. (1994). Critical mathematics education: Bringing multiculturalism to the mathematics classroom. En M. Atwater, K. Radzik-Marsch y M. Structchens (Eds.), *Multicultural education. Inclusion of all* (pp. 167-189). Georgia: The University of Georgia.
Frege G. (1974). *Escritos lógico-semánticos.* Madrid: Tecnos.
Freire P. (1969). *La educación como práctica de la libertad.* México: Siglo Veintiuno Editores.
Freire P. (1970). *Pedagogía del oprimido.* México: Siglo Veintiuno Editores.
Freire P. (1974). *Educación para el cambio social.* Buenos Aires: Tierra Nueva.
Freire P. (1975). *La desmitificación de la concientización.* Bogotá: América Latina.
Freire P. (1978). *Educación liberadora* (4ª ed.). Madrid: Zero.
Freire P. (1990). *La naturaleza política de la educación: Cultura, poder y liberación.* Madrid: Paidós.
Freudenthal H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures.* Dordrecht: Reidel Publishing Company.
Frey K. (1995). *Die projektmethode.* Weinheim-Basel: Beltz Verlag.
Fromm E. (1976). *Psicoanálisis de la sociedad contemporánea.* México: Fondo de Cultura Económica. [Traducción de Florentino Torner del original en inglés *The sane society*, 1955, Rienhart & Co. Inc., Nueva York]
García P. (2000). *Diccionario filosófico.* Oviedo: Fundación Gustavo Bueno-Pentalfa Ediciones.
Gascón J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18/1(52), 7-33.
Gerdes P. (1985). Conditions and strategies for emancipatory mathematics education in undeveloped countries. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 15-20.
Giroux H. (1989). *Schooling for democracy: Critical pedagogy in the modern age.* London: Routledge.
Giroux H. (2001). *Cultura, política y práctica educativa.* Barcelona: Graó.
Godino J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2-3), 237-284.
Godino J. y Arrieche M. (2001). El análisis semiótico como técnica para determinar significados. Comunicación presentada en la Reunión del Grupo DMDC-SIIDM. V Simposio de la SEIEM, Almería, España. Disponible en: www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/analisissemiotico conjuntos.PDF
Godino J. y Batanero C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 14(3), 325-355.
Godino J. y Batanero C. (1998). Funciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Ponencia presentada en el IX Seminario de Investigación en Educación Matemática (SIEM) de la Sociedad Portuguesa de Investigación en Educación Matemática, Guimaraes, Portugal.
González F. (1994). *Paradigmas en la enseñanza de la matemática.* Maracay: Copiher.

González F. (1997). *La enseñanza de la matemática. Proposiciones didácticas (2ª ed.).* Maracay: ImpreUPEL.
González F. (2004). *Cómo desarrollar clases de matemática centrada en la resolución de problemas.* Mérida: Universidad de Los Andes.
Gracia M. (2006). *Creencias y concepciones sobre la metodología de trabajo por proyectos.* Trabajo no publicado.
Gramsci A. (1973). Filosofía de la praxis. La Habana: Ciencias Sociales.
Guimarães E. (1995). *Os limites do sentido: um estudio histórico e enunciativo da linguagem.* Campinas, S.P.: Pontes.
Gutstein E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an Urban, Latino School. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37-73.
Habermas J. (1982). *Conocimiento e interés.* Madrid: Taurus.
Harris K. (1998). Mathematics teachers as democratic agents. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 6, 174-180.
Hockett C. (1958). *A course in modern linguistics.* New York: Macmillan.
Horkheimer M. (1974). *Teoría crítica.* Buenos Aires: Amorrortu.
Johnston B. (1999). Adult Numeracy. En: D. Wagner, R. Venezky y B. Street (Eds.). *Literacy: an international handbook.* U.S.A.: Westview Press.
Kant I. (1988). *Crítica de la razón pura* (6ª ed.). Madrid: Alfaguara.
Kant I. (1991). *Crítica del juicio* (5ª ed.). Madrid: Espasa Calpe.
Lewin K. (1946). Action research and minority problems. *Journal of Social Issues*, 2, 34-36.
Lipovetsky G. (1990). *El imperio de lo efímero.* Barcelona: Anagrama.
Lipovetsky G. (2002). *La era del vacío. Ensayos sobre el individualismo contemporáneo* (14ª ed.). Barcelona: Anagrama.
Macedo D. (1994). Nuestra cultura común: una pedagogía engañosa. En: M. Castells, R. Flecha, P. Freire, H. Giroux, D. Macedo y P. Willis, *Nuevas perspectivas críticas en educación*. Barcelona: Paidós.
Maier H. (1999). *El conflicto para los alumnos entre lenguaje matemático y lenguaje común.* México: Grupo Editorial Iberoamérica.
Marco J. (Dir. Ed.) (1973). *Revolución en la lingüística.* Barcelona: Salvat.
Marx K. (1986). *El capital (I, II y III).* México: Siglo XXI.
McCarthy C. (1994). *Racismo y currículo.* Madrid: Morata.
McKernan J. (2001). *Investigación-acción y curriculum.* Madrid: Morata.
McLaren P. (2002). *El Che Guevara, Paulo Freire y la pedagogía de la revolución.* México: Siglo XXI.
McLaren P. y Jaramillo N. (2007). *Pedagogy and praxis in the age of empire. Towars a new humanism*. Rotterdam–Taipei: Sense Publishers.
Mead G. (1981). *Espíritu, persona y sociedad.* Barcelona: Paidós. Traducido del original en inglés *Mind, self and society* de 1932.
Medina R. (2005). *La pedagogía tecnocrática a la luz del pensamiento pedagógico universal.* Caracas: Fondo Editorial del IPASME.
Mellin-Olsen S. (1987). *The politics of mathematics education.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Míguez A., López W., Serrano W. y otros (2006). *El Boletín EM en la historia. Una selección de artículos.* UBV-ASOVEMAT Región Capital: Caracas.
Ministerio de Educación (1986). *Programas de estudio de 7º a 9º grado.* Caracas: OSPP.
Ministerio de Educación (1997). *Currículo Básico Nacional. Programas de Estudio de Educación Básica.* Caracas: Autor.
Ministerio de Educación de Chile, SIMCE, Unidad de Currículum y Evaluación (2001). *Alfabetización matemática y ciencias.* http://www.simce.cl/doc/capitulo_3.pdf
Ministerio de Educación y Deportes (2004). *Liceo Bolivariano. Adolescencia y Juventud para el Desarrollo Endógeno y Soberano.* Caracas: Autor.
Ministerio de Educación, Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Apren-

dizaje (1998a). *Informe para el docente 3º.* Caracas: Autor.
Ministerio de Educación, Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje (1998b). *Informe para el docente 6º.* Caracas: Autor.
Ministerio de Educación, Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje (1999). *Informe para el docente 9º.* Caracas: Autor.
Ministry of Education, Youth and Culture de Jamaica (2003). *Mathematics and numeracy policy* [documento en línea]. Disponible: http://www.moec.gov.jm /policies/numeracypolicy.pdf
Moise E. y Downs F. (1986). *Geometría moderna.* México: Addison-Wesley Iberoamericana.
Moore G. (1983). *Defensa del sentido común y otros ensayos.* Barcelona: Orbis. [Traducido por C. Solís del original en inglés Philosophical papers, 1959, George Allen & Unwin].
Mora C. D. (1997). *Probleme des mathematikunterrichts in lateinamerikanischen länder, explorative empirische studie zur entwicklung didaktischer und curricularer innovationsansätze im kontext der educación popular am beispiel Nicaragua und Venezuela.* Tesis doctoral, Universität Hamburg. http://www.sub. uni-hamburg.de/disse/05
Mora C. D. (1999). Presentación y reflexiones en torno al Tercer Estudio Internacional sobre Matemáticas y Ciencias (TIMSS). Parte II. *Enseñanza de la Matemática*, 8(2), 3-20.
Mora C. D. (2001). Conformación de una línea de investigación en enseñanza de la matemática. *Revista de Pedagogía*, XXII (63), 103-132.
Mora C. D. (2002). *Didáctica de las matemáticas en la educación venezolana.* Caracas: Ediciones de la Biblioteca de la Universidad Central de Venezuela.
Mora C. D. (Coord.), Becerra R., Serrano W., Beyer W., Serres Y. y otros (2005). *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina*. Bolivia-Venezuela: GIDEM-Campo Iris.
Mora C. D. (Coord.), Rivera A., Reverand E., Beyer W., Serrano W., Brito O., y Torres C. (2004). *Tópicos en educación matemática.* Caracas: Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática (GIDEM).
Mora C. D. (2009). *Didáctica de las matemáticas*. La Paz: GIDEM – Fondo Editorial del Ipasme – IIICAB.
Mora C. D. (2010). *Hacia una educación revolucionaria. Propuestas sociocríticas a problemas didácticos, pedagógicos y curriculares*. La Paz: GIDEM – Fondo Editorial del IPASME – IIICAB.
Mora C. D. (Coord.), De Alarcón S., Canfux J., Liendo T., Vásquez F., Quiroz P., González M., Viaña J., Becerra R. y Moya A. (2008). *Investigar y transformar. Reflexiones sociocríticas para pensar la educación.* La Paz: Instituto Internacional de Integración.
Mora C. D., Serrano W., Beyer W. y otros (2006). *Lenguaje, comunicación y significado en educación matemática. Algunos aspectos sobre la relación entre matemática lenguaje, pensamiento y realidad desde la perspectiva crítica*. La Paz: GIDEM.
Mora C. D. (2004). *Aprendizaje y enseñanza. Proyectos y estrategias para una educación matemática del futuro.* La Paz: Campo Iris.
Mosquera J. (1998). Una didáctica de las matemáticas para Iberoamérica. Ponencia presentada en el III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, Caracas, Venezuela.
Mosquera J. (2011). Matemática Moderna y neocolonialismo en Venezuela. Disponible en: http://www.aporrea.org/energia/a134102.html (parte 1 de 6), http://www.aporrea.org/actualidad/a134185.html (parte 2 de 6), http://www.aporrea.org/educacion/a134261.html (parte 3 de 6), http://www.aporrea.org/educacion/a134478.html (parte 4 de 6), http://www.aporrea.org/educacion/a134624.html (parte 5 de 6), http://www.aporrea.org/educacion/a134831.html (parte 6 de 6).
Moya A. (2004). La educación matemática: una aproximación a su comprensión desde una visión interdisciplinar. Trabajo de ascenso no publicado, Universidad Pedagógica

Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Miranda, Miranda.
Moya A. (2008). Elementos para la construcción de un modelo de evaluación en matemática para el nivel de educación superior. Tesis Doctoral no publicada. Caracas: Instituto Pedagógico de Caracas.
Munter J., Nielsen F., Nielsen L. y Simoni S. (1994). *Mathematics education – based on critical mathematics education and ethnomathematics.* Aalborg University: Denmark.
Murcia J. (1997). *Investigar para cambiar. Un enfoque sobre la investigación-acción participante.* Bogotá: Magisterio.
Naisbitt (1994). *Global paradox.* Londres: Nicolas Brealey publishing.
National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). *Curriculum and evaluation standards for teaching mathematics.* Reston.
National Council on Education and the Disciplines (NCED) (2001). *Mathematics and democracy – The case for quantitative literacy.* National Council on Education and Disciplines.
Noss R. (1999). *Nuevas culturas, nuevas numeracy.* México: Grupo Editorial Iberoamérica.
Ogden C. y Richards A. (1946). *El significado del significado*. Buenos Aires: Paidós. [Traducido por Eduardo Prieto de la 10ª ed. en inglés de *The meaning of meaning*, Londres: Rootledge & Kegan Paul].
Orton A. (1996). *Didáctica de las matemáticas* (2ª ed.) Madrid: Morata.
Park (1992). Qué es la investigación-acción participativa. Perspectivas teóricas y metodológicas. En: M. C. Salazar (Ed.), La investigación-acción participativa. Inicios y desarrollos (pp. 135-174). Madrid: Popular.
Peirce C. (1974). *La ciencia de la semiótica.* Buenos Aires: Nueva Visión.
Piaget J. e Inhelder B. (1976) *Génesis de las estructuras lógicas elementales.* Buenos Aires: Guadalupe.
Piaget J., Osterrieth P., Wallon H., et al. (1963). *Los estadios en la psicología del niño.* Buenos Aires: Lautaro.
Pimm D. (1995). *Symbols and meaning in school mathematics.* London: Routledge.
Pimm D. (1999). *El lenguaje matemático en el aula.* Madrid: Morata [Traducido por P. Manzano del original en inglés *Speaking mathematically, communication in mathematics classrooms*, Routledge & Kegan paul Limited, 1987]
Popper K. (1974). *Conocimiento objetivo.* Madrid: Tecnos.
Popper K. (1977). *Búsqueda sin término.* Madrid: Tecnos.
Qualifications and Currículo Authority del Reino Unido (2000). *National standards for adult numeracy*. www.basic-skills-wales.org/bsastrateges/resourses/Numeracy.UK.pdf
Radford L. (2000). Signs and meaning in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 42(3), 237-268.
Resnick L. y Ford W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.* Barcelona: Paidós.
Reverand E. (2004). *Niveles de comprensión aritmética.* Tesis de doctorado no publicada, Universidad Central de Venezuela, República Bolivariana de Venezuela.
Reverand E. (2009). *Niveles de comprensión matemática en Educación Básica*. La Paz: GIDEM – Fondo Editorial del IPASME – IIICAB.
Reyna R. y Flores E. (1999). *Matemática 7 (2ª ed.).* Caracas: Oxford University Press Venezuela.
Robert A. y Schwarzenberger R. (1991). Research teaching and learning mathematics at an advanced level. En: Tall D. (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 127-139). Holland: Kluwer Academic Publishers.
Rodríguez E. (Dir.) (s.f.). *Matemática. Cuaderno de trabajo 7º.* Caracas: Romor.
Rodríguez N. (1995). *Educación Básica y Trabajo.* Caracas: Universidad Central de Venezuela.
Rojas A. (Coord.), Moya A., Becerra R., Serrano W. y otros. (2012). *Matemática para la vida. 1er año de la Educación Media General.* Caracas: Ministerio del Poder

Popular para la Educación (MPEE) – Colección Bicentenario / GIDEM.
Rojas A. (Coord.), Moya A., Becerra R., Serrano W., y otros. (2012). *Conciencia matemática. 2do año de la Educación Media General.* Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPEE) – Colección Bicentenario / GIDEM.
Roman M. (s.f.). *Numeramento, metacognição e aprendizagem matemática de jovens e adultos*. http://www.anped.org.br
Ros J. (s.f.). *El concepto de democracia en Alexis de Tocqueville (Una lectura filosófico-política de la democracia en América).* Tesis de doctorado. Disponible: www.tdx.cesca.es/TESIS_UJI/ AVAILABLE/TDX-0723104-113021/ros.pdf
Rottoli E. (1998). Ethics in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 3, 82-94.
Sacristán G. (1994). *La pedagogía por objetivos: obsesión por la eficiencia* (7ª ed.). Madrid: Morata.
Sapir E. (1954). *El lenguaje.* México: Fondo de Cultura Económica.
Sarabia J. y Barragán F. (s.f.). Matemática II año. Caracas: CO-BO.
Saussure F. (1990). *Curso de lingüística general* (20ª ed.). Buenos Aires: Losada. [Publicado originalmente en francés con el título Cours de linguistique générale, 1916. Traducción de A. Alonso].
Seoane J. (2001). *Marcuse y los sujetos. Teoría crítica mínima en la Venezuela actual.* Caracas: Universidad Católica Andrés Bello.
Serrano W. (2002a). El discurso matemático en el aula. Un análisis desde la observación del curso sistemas numéricos. *Sapiens, Revista Universitaria de Investigación*, 3(1), 81-103.
Serrano W. (2002b). Concepciones de los estudiantes sobre la inyectividad, sobreyectividad y biyectividad de una función y la gráfica de *h: R*->R* definida por *h(x)=senx/x* . Trabajo no publicado.
Serrano W. (2004a). *El poder matemático de los estudiantes.* Trabajo no publicado.
Serrano W. (2004b). *Elementos de álgebra: unidad didáctica diseñada para el curso Introducción al Álgebra del Instituto Pedagógico de Miranda "José Manuel Siso Martínez"*, Trabajo de grado de Maestría no publicado, Caracas: Universidad Pedagógica Experimental Libertador – Instituto Pedagógico de Caracas.
Serrano W. (2004c). El discurso matemático en el aula. En: D. Mora (Ed.), A. Rivera, E. Reverand, W. Beyer, W. Serrano, O. Brito, y C. Torres, *Tópicos en educación matemática* (pp. 203-228). Caracas: Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática (GIDEM).
Serrano W. (2004d). Algunos malentendidos y errores en educación matemática. Ponencia presentada en el II Simposio Venezolano de Investigación en Educación Matemática y 6ta Sesión del Seminario Nacional Permanente de Enseñanza de la Matemática, Universidad Nacional Abierta, Caracas.
Serrano W. (2005a). La alfabetización matemática. En: D. Mora (Coord.), R. Becerra, W. Serrano, W. Beyer, Y. Serres y otros, *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática. Perspectivas para la transformación de la educación matemática en América Latina* (pp. 243-276). Bolivia-Venezuela: GIDEM-Campo Iris.
Serrano W. (2005b). La paradoja de la "sociedad de la información" y la educación matemática crítica. Trabajo no publicado.
Serrano W. (2005c). *Juegos de lenguaje en educación matemática.* Trabajo de ascenso no publicado, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Miranda, República Bolivariana de Venezuela.
Serrano W. (2005d). El significado de objetos en el aula de matemáticas. *Revista de Pedagogía*, 75, 131-164.
Serrano W. (2005e). ¿Qué constituye a los lenguajes natural y matemático? *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, 6(1), 47-59.
Serrano W. (2006a). Juegos de lenguaje en el contexto del aula de matemáticas. En: D. Mora y W. Serrano (eds.), *Lenguaje, comunicación y significado en educación matemática: Algunos aspectos sobre la relación entre matemática, lenguaje, pensamiento y realidad desde una perspectiva crítica* (pp. 15-60). Bolivia-Venezuela: GIDEM-Cam-

po Iris.
Serrano W. (2006b). *Belleza y matemáticas. Una experiencia en el Liceo Bolivariano Agustín Aveledo de La Pastora.* Trabajo no publicado.
Serrano W. (2007). Las actividades matemáticas, el saber y los libros de texto. Trabajo de ascenso no publicado, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Miranda, Miranda.
Serrano W. (2008). Educación matemática y desarrollo del pensamiento matemático. Trabajo no publicado.
Serrano W. (2009). *Las actividades matemáticas, el saber y los libros de texto. Necesidad de una visión socio-cultural y crítica*. La Paz: GIDEM – Fondo Editorial del Ipasme – IIICAB.
Serrano W. (2010). *El lenguaje matemático. Un elemento importante para la formación crítica, la concienciación y la transformación*. La Paz: GIDEM – Fondo Editorial del Ipasme – IIICAB.
Serrano W. (Coord.), Moya A., Becerra R., et al. (2012). *La matemática de la belleza. 3er año de la Educación Media General.* Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPEE) – Colección Bicentenario / GIDEM.
Serrano W. (Coord.), Moya A., Becerra R., et al. (2012). *La matemática del porvenir. 5to año de la Educación Media General.* Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPEE) – Colección Bicentenario / GIDEM.
Serrano W. (Coord.), Moya A., Becerra R., et al. (2012). *Naturaleza matemática. 4to año de la Educación Media General.* Caracas: Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPEE) – Colección Bicentenario / GIDEM.
Serres Y. y Serrano W. (2004). Una propuesta de educación matemática crítica para Venezuela. Ponencia presentada en el V Congreso Venezolano de Educación Matemática y VII Jornada Centro-Occidental de Educación Matemática, Barquisimeto, Venezuela.
Skemp R. (1999). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas (3ª ed.).* Madrid: Morata.
Skovsmose O. (1998). Linking mathematics education and democracy: citizenship, mathematical archaeology, mathemacy and deliberative interaction. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6, 195-203.
Skovsmose O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica.* Bogotá: Una empresa docente. [Traducción al español por Paola Valero del original en inglés *Towards a philosophy of critical mathematics education*, 1994, Kluwer Academic Publishers B.V.]
Skovsmose O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6(1), 3-26.
Stake R. (1985). Case study. En: Nisbet, J. et al. (Eds.), *World yearbook of education 1985: research, policy and practice.* Londres: Kogan Page, 277-285.
Stake R. (1999). *Investigación con estudio de casos (2ª ed.).* Madrid: Morata.
Steen L. (1998). *La enseñanza agradable de las matemáticas*. México: Limusa.
Steffe L. (Ed.) (1991). *Epistemological foundations of mathematical experience.* New York: Springer-Verlag.
Steiner H. (1985). Theory of mathematics education (TME): An introduction. *For the Learning of Mathematics*, 5(2), pp. 11-17.
Tall D. (1988). *The nature of advanced mathematical thinking. A discussion paper for PME*. Papel de trabajo presentado en el Working Group for Advanced Mathematical Thinking en la Psychology of Mathematical Education Conference, Hungary.
Tall D. (Ed.) (1991). *Advanced mathematical thinking.* Holland: Kluwer Academic Publishers.
Tocqueville A. (1957). *La democracia en América.* México: Fondo de Cultura Económica. [Publicado originalmente en francés con el título *De la démocratie en Amérique*, 1835].
Tocqueville A. (1982). *El antiguo régimen y la revolución.* Madrid: Alianza.
Torres C. (2010). *La trigonometría de los techos de cartón*. Caracas: GIDEM – Fondo Editorial del Ipasme.

Ullmann S. (1967). *Semántica. Introducción a la ciencia del significado* (2ª ed.). Madrid: Aguilar. [publicado originalmente en inglés con el título *Semantics, an introduction to the science of meaning* por Basil Blackwell and Mott Limited, Oxford, 1962].

Valero P. (1996). La dictadura de las matemáticas: hacia una educación matemática para la paz y la democracia. En: S. Bermúdez (Ed.), Estrategias y experiencias para la construcción de la paz. Educación para la paz (pp. 254-268.). Bogotá: Departamento de Historia - ANPAZ – Uniandes.

Valero P. (1999). Deliberative mathematics education for social democratisation in Latin America. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 1, 20-26.

Vithal R. (1999). Democracy and authority: A complementary in mathematics education? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 1, 27-36.

Voigt J. (1985). Patterns and routines in classroom interaction. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 6 (1), 69-118.

Voigt J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 275-298.

Voigt J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. En: P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. NJ: Lawrence Erlbaum.

Winslow C. (2003). Semiotic and discursive variables in CAS-based didactical engineering. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 271-288.

Wittgenstein L. (1963). *Philosophical investigations.* Oxford: Basil Blackwell.

Wittgenstein L. (1981). *Matemáticas sin metafísica.* Caracas: Ediciones de la Biblioteca de la Universidad Central de Venezuela.

Wittgenstein L. (1988). *Sobre la certeza.* Barcelona: Gedisa. [Traducción del original en alemán *Über gewissheit* por J. Prades y V. Raga, Basil Blackwell, 1969].

Wittgenstein L. (1998). *Los cuadernos azul y marrón* (3ª ed.). Madrid: Tecnos. (Traducción de la segunda edición inglesa de *The blue and brown books* por Francisco Gracia, Basil Blackwell & Mott).

Wittgenstein L. (2000). *Movimientos del pensar. Diarios.* Valencia, España: Pre-Textos.

Wittgenstein L. (2002). *Investigaciones filosóficas (2ª ed.).* Barcelona: Instituto de Investigaciones Filosóficas UNAM / Crítica.

Wittgenstein L. (2003). *Tractatus logico-philosophicus* (2ª ed.). Madrid: Tecnos.

Zack V. y Graves B. (2001). Making mathematical meaning through dialogue: "Once you think of it, the Z minus three seems pretty weird". *Educational Studies in Mathematics*, 46(1-3), 229-271.

Anexo A
[Trascripción de las Entrevistas – Sobre el Marco Institucional]

Entrevista 1 – profesora P1

W: Buenos días. Hoy es miércoles 19 de septiembre. Estamos con la profesora HP y ella nos va a resumir algunos datos de su trabajo en la institución, de su especialidad, de sus estudios de postgrado, entre otros datos.
H: Hola. Bueno tengo 11 años ya ejerciendo en educación, en instituciones privadas. Actualmente, también trabajo en Fe y Alegría. Egresada de la Universidad Católica Andrés Bello, Licenciada en Educación, mención Ciencias Biológicas. Hice una especialización en Planificación y Evaluación y mi tesis fue sobre el desarrollo sexual de los adolescentes y la incorporación de la sexualidad como un tópico más de la planificación estratégica.
W: Y en esta Institución, ¿Cuántos años tienes?
H: 4 años y medio. He trabajado en proyectos de desarrollo endógeno (desde el año pasado -2006), biología, educación para la salud y ambiente.
W: ¿Cuántos horas tienes en el Aveledo?
H: 22
W: ¿Y en la otra institución, en Fe y Alegría?
H: 30
W: Es el Fe y Alegría de…
HP: …de Altavista, en Catia.
W: ¿Siempre has trabajado en Caracas?
HP: Siempre he trabajado en Caracas.
W: Y tu postgrado, tienes uno solo… que es el que terminaste ahorita.
H: Sí. Es el que culminé recientemente.
W: Esta entrevista tiene que ver con el proceso de transformación curricular que vivió el Liceo Bolivariano y que vivimos nosotros también en nuestro liceo. Y esta primera parte tiene que ver con los planes de formación del profesorado, que se supone se dieron en cada uno de los liceos, en particular en el área de Ciencias Naturales y Matemáticas. Entonces, bueno… hay cuatro preguntas, pero aparte de ellas puedo incluir algunas otras y tú misma también puedes incluir algunas ideas. La primera tiene que ver con: **¿qué actividades recuerda usted, en el marco de la reciente transformación curricular, que hayan realizado los profesores de nuestra institución?**
H: Bueno, realmente eee, comenzamos con unas primeras reuniones donde nos informaron del cambio del Liceo Tradicional al Liceo Bolivariano. También hubo unas reuniones con la finalidad de elaborar un proyecto, se hicieron también reuniones con grupos de trabajo pequeños con la finalidad de cruzar información sobre qué es un proyecto, cómo se realiza un proyecto, la parte de desarrollo endógeno y toda la nueva información sobre Liceos Bolivarianos. Eso partió de nosotros, porque de ninguna persona… solamente una sola vez vinieron dos personas del Ministerio de Educación a darnos, una mañana, una charla sobre proyectos.
W: Recuerdo que acá se hizo una asamblea de profesores y se designaron comisiones o mesas de trabajo. ¿Eso se llevó a cabo?
H: A medias. No completamente. Se hizo una primera reunión, que fue la que te dije, se iban a reunir por mesas de trabajo –como comisiones. Sí pero, en principio un grupo iba a partir de lo que era la ideología de los Liceo Bolivaria-

nos, porque muchos no estábamos en conocimiento de lo que era eso, sino así… muy someramente. Otras comisiones iban a estudiar las áreas que especificaba el currículo nuevo. Y, en el área de Ciencias sí hubo debilidades; porque no hubo reuniones. Solo una primera reunión en la que participé. Y creo que no hubo otras reuniones, pienso que por el horario de los profesores. No fue fácil. También hubo la problemática de que teníamos un espacio que iba a servir para que nosotros nos reuniéramos; que iba a ser de septiembre a diciembre de 2006, pero lamentablemente, la inauguración del liceo fue el 25 de septiembre y enseguida, la semana siguiente, hubo que atender a los alumnos inmediatamente, unas horas en la mañana y otras en la tarde. Ello hizo que se perdiera ese cronograma de reuniones, porque se hacía más complicado. Muchos estábamos en clase y teníamos que atender a los alumnos, y no se dio. Cuando arrancamos en enero hubo pocos profesores que quisimos arrancar con eso.
W: Recuerdo que en una de las asambleas de profesores se vieron algunos videos sobre los Liceos Bolivarianos… ¿Qué nos puedes comentar al respecto?
H: Se dieron las jornadas para los videos. Unas jornadas en el turno de la mañana y otras en la tarde. Pero en la que me toco a mí, que fue en el turno de la tarde, simplemente se vieron los videos y no hubo discusión de nada. No sé si en la mañana se habrá hecho con discusión. Pero en el turno de la tarde fue nada más ver los videos y más nada.
W: ¿No hubo otras actividades relacionadas con eso? ¿Discusión?
H: De verdad que no hubo discusión.
W: ¿No formó parte de las mesas de trabajo?
H: No. No hubo discusión.
W: Perfecto... Ahora bien, otra pregunta es la siguiente: **¿Cuáles de estas actividades piensas que pueden mejorarse en función de las debilidades observadas?**
H: Yo pienso que lo que debe mejorarse y que va a contribuir a mejorar todas esas debilidades es crear el espacio. Primero comenzar por crear el espacio para que los profesores podamos reunirnos. Una vez que tengamos ese espacio ya definido… este… ok… este día es la reunión, este día tenemos que estar todos, y enfocarnos a eso con temas concretos. Porque ya lo que es la… yo creo que todos tenemos claro la concepción de la Educación Bolivariana; unos más que otros o lo que sea. Pero ya todo el mundo está claro en eso. Yo pienso que en lo que hay que abocarse es en la construcción de los proyectos; en lo que es la parte de los proyectos de desarrollo endógeno, en la parte del ambiente.
W: ¿Cómo se crea este espacio?
H: Yo pienso que debe venir de la dirección, que es la que debe promover eso. De: mira… vamos a hacer estas reuniones tales y tales y cuantos días... obligatorias… porque si no: ¿cómo vamos a ponernos para correlacionar objetivos, para hacer una red semántica, para los contenidos, para todas esas cosas, para que todos vayan por una sola línea?; no que cada quien sea autónomo en su aula y se aísle: bueno… yo doy esto y bueno… porque yo voy a dar esto. No, la idea es que todos nos reunamos, correlacionemos, veamos qué proyectos vamos a montar, cómo lo vamos a hacer…
W: Y la dirección, ¿ha buscado, desde que comenzó el proceso de transformación curricular en nuestra institución, que el horario de planificación de los docentes de una misma área coincidan? O ¿estos horarios no coinciden?
H: Se hizo un horario donde nos ponían a cada quien unas horas de planificación, pero lamentablemente no coincidíamos. Por ejemplo, yo podía tener una

hora de planificación en Ciencias, pero estaba sola, porque los demás profesores estaban dando clase y no podían dejar a los muchachos solos. Entonces, se debería estructurar mejor.
W: ¿Tú piensas que esa es una limitante?
H: Sí. Sí. Pero si se trabaja desde la dirección para crear el espacio: de pronto suspender una media mañana; eso no va a ser pérdida, más bien sería ganancia; pero que sea para trabajar, para arrancar con eso.
W: …porque ahora estamos viviendo un nuevo proceso de transformación curricular y quizás pudiéramos aprender de esas experiencias que se han vivido en nuestra institución para las discusiones y trabajos que se puedan hacer a posteriori.
H: Es que lo que pasa es que si la información no llega a todo el mundo, si uno no está informado no sabes qué hacer. Y el cambio, si no está informado, preocupa y asusta. Todo cambio preocupa y asusta. Pero si tienes la información te adaptas más fácil al cambio, ahora si estás desinformado pues te niegas, pones problemas…
W: Ahora… hay una tercera pregunta: **¿Cuál debe ser el papel de los profesores y de la directiva de la institución, así como del Ministerio del Poder Popular para la Educación?**
H: Precisamente, lo que estamos hablando. El papel… es que yo pienso que si no…
W: …ya comentabas… perdón… sobre el papel que podría desempeñar la dirección…
H: …aja. es que si no se… Primero: la información a todos. De verdad que se creó mucha expectativa porque se suponía que iba a venir gente del Ministerio a darnos lineamientos sobre todo en la parte de evaluación que tampoco estaba nada clara. Y vivieron solo una vez. Y lo de los videos… o sea, tú pones un video pero necesitamos la interacción y la experiencia de otros. También hubo una tercera oportunidad promovida por un docente de aquí, en que vino otro docente, creo que fue de la Gran Colombia, a danos también cómo les había ido a ellos en su proceso en la Gran Colombia. Pero, solo recuerdo tres actividades.
W: También hubo un taller sobre educación sexual…
H: Sí pero formó parte de otro programa del Ministerio de Educación.
W: distinto al proceso…
H: …al proceso de transformación curricular.
H: Tenía que ver con la prevención del embarazo y todo eso. Eso funcionaba desde hace tiempo y bastante bien.
Bueno, pero en relación con este cambio curricular pienso que lo que el Ministerio puede hacer es informar, informar e informar y como que sistematizar más las cosas. Sistematizar las cosas, abrir el espacio que los profesores se formen.
W: Y, ¿qué piensas que podría hacer el colectivo de profesores para tratar de promover esta discusión, si ésta no se promueve desde el Ministerio?
H: Deberíamos como que pronunciarnos, pero no para buscar problemas sino para abocarnos nosotros para conseguir ese espacio. Mira tenemos que reunirnos y hacer las cosas porque si no cómo vamos a planificar. ¿Cómo planificas tú solo? Tienes que planificar en conjunto. Precisamente lo de los proyectos y el desarrollo endógeno tiene que ver con la planificación en conjunto, en equipo. El trabajo comunitario no lo hace una sola persona. Yo no te puedo decir: mira aquí está mi proyecto, esto es lo que vamos a hacer; si tú no participaste en eso no te vas a involucrar.

W: Sería un proyecto impuesto y circunscrito solo a tu grupo de estudio.
H: Correcto… a tu punto de vista. Aquí también se hizo una encuesta a los estudiantes, pero no hubo los resultados esperados.
W: Hay una cuarta pregunta: **¿cómo considera usted que debe estructurarse un plan de formación de los profesores de nuestro liceo en el área de Ciencias Naturales y Matemática?**
H: …estructurarse un plan de formación en el área de Ciencias Naturales y Matemática…
W: Tú comentabas que se habían dictado unos tres cursos o talleres… nos comentabas también de algunas debilidades…
W: ¿Cómo crees tú que debería ser ese plan de formación de los profesores?
H: Mira yo pienso que un plan de formación en Ciencias Naturales y Matemática debe ser algo bien planificado. Porque precisamente las debilidades que tienen los estudiantes ahorita son en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Y en el de las habilidades matemáticas… eso como que se está… no sé… perdiendo o… pero no culpa de ellos en sí, sino porque el docente no está dando las herramientas necesarias ya sea por el número de horas o porque hay demasiados objetivos que no se pueden dar completos en un curso. El… la… todo parte de la planificación de los docentes. Si tenemos el espacio, y si nos reunimos y tenemos una formación, así sea de cuarenta horas de formación, pero que todos asistamos, que todos participemos, que se elabore un currículo especial para cada liceo de acuerdo a su entorno, a lo que los muchachos quieren, a las necesidades que hay en el país. Pero de verdad que debemos partir por tener el espacio, pero no lo tenemos. Ahorita nos están mandando a hacer un montón de cursos, pero ¿en qué espacio lo vamos a hacer?
W: Ese espacio de planificación, ¿lo tienes en la otra institución donde trabajas?
H: Sí. Allí (en la Unidad Educativa Colegio María Cecilia Cross –Altavista, Catia) tenemos el espacio, tenemos mensualmente un día a la semana para ponernos de acuerdo para montar un proyecto. Oye, pareciera poco, pero…tú de 7 a 12 del mediodía, o incluso a veces nos quedamos hasta las 2 de la tarde, desarrollando un plan de trabajo, ya… previo a eso te dan unos papeles de trabajo: mira… esto es lo se va a discutir, ve pensando que días quieres para el proyecto, previo se ha hecho un diagnóstico de la comunidad, donde ha participado la comunidad, donde han participado los estudiantes; entonces uno va con un papel de trabajo y esto ya… se estructura, se hacen lineamiento, se correlacionan objetivos; mira esto no lo vamos a ver, esto no lo voy a dar yo mejor que lo trabaje sociales, o si el área principal es Matemática bueno vamos a trabajar todos en función de eso. Acabamos de terminar un proyecto allí bien chévere sobre saneamiento ambiental porque hay muchos problemas con la basura, y mira desde primer hasta sexto año todo el mundo trabajó en función de eso y fue muy bueno. Pero qué pasa allí, que allí funciona el espacio, ya está comprometido. Los representantes saben que una vez al mes no hay clases en el bloque de la mañana porque hay reunión de docentes. Y si los docentes que no van ese día, porque están en otra actividad, están obligados a asistir.
W: ¿Es tradición en esa institución hacer un diagnóstico cada año escolar y revisar tanto las fortalezas como las debilidades en el terreno pedagógico y organizativo, entre otras áreas?
H: Ese es el deber ser. Nosotros estamos arrancando ahorita el año escolar y estamos haciendo el análisis de gestión del año escolar pasado. Es obligatorio analizar lo que se hizo. Cada coordinador expone su gráfico, los resultados, el

número de aplazados en cada área. A todo se le hace un seguimiento. Y ese espacio lo tenemos de cuatro años para acá, cuando comenzamos a trabajar por proyectos. Antes teníamos un espacio, que llamábamos círculos de estudio, que era para compartir material pedagógico, pero una vez que en Fe y Alegría comenzamos a trabajar por proyectos e involucrar a la comunidad, decidimos abrir ese espacio en el liceo.
W: ¿Tienes algún comentario que agregar?
H: De verdad yo insisto: allí funciona eso porque tenemos el espacio para planificar, para ponernos de acuerdo los docentes, para montar un proyecto, para seguir la misma línea. Mira: si la debilidad que tenemos es que hay dificultades en la redacción de los muchachos, entonces todo el mundo va a trabajar en eso, desde Matemáticas, desde Ciencias… esas reuniones funcionan porque están planificadas y estructuradas. Si no hay el espacio para eso, cada quien va a seguir por su lado y entonces tú sigues trabajando tu Matemática abstracta, yo doy mi biología sin ocuparme de si escribió bien o si sabe contar, o si el problema de la comunidad es la basura entonces yo desde el punto de vista matemático lo puedo enfocar. Y sí se puede, pero hace falta el espacio.

Entrevista 1 – Profesor P2

W: Buenos días. Estamos aquí con el segundo profesor a entrevistar. Hoy es martes 24 de septiembre de 2007 y son las 11:36 de la mañana.
Esta entrevista tiene que ver con los planes institucionales de formación del profesorado en el área de Ciencias Naturales y Matemática; planes que se llevaron a cabo en el Liceo Agustín Aveledo de La Pastora. Entonces… bueno… le damos los buenos días al profesor y le pedimos que nos describa algunos datos sobre su desempeño profesional y académico.
A: Bueno… tengo en la institución 16 años de servicio como profesor. Esteee… soy de la especialidad Biología…
W: ¿del Pedagógico de Caracas?
A: Sí. Del Pedagógico de Caracas. Actualmente estoy cursando una especialización en la Universidad Santa María, en Planificación y Evaluación de la Educación.
W: ¿Ya a punto de terminar? ¿Te queda uno o dos semestres?
A: No. Estoy en el segundo semestre. Me faltarían dos semestres.
W: ¿Con qué cursos trabajaste en el Liceo el año escolar pasado?
A: El año escolar pasado trabajé en el Liceo primero, segundo y tercer año. Lo que sería el primer nivel del Liceo Bolivariano.
W: Perfecto. Entonces aquí has trabajo Ciencias Naturales, Biología…
A: Trabajé Estudios de la Naturaleza en primer año, Biología de segundo y tercer años, Ambiente, Cooperativismo y Educación para la Salud.
W: Hay cuatro preguntas que le vamos a hacer. La primera dice así: **¿Qué actividades recuerda usted, en el marco de la reciente transformación curricular (cuando la institución pasó a ser Liceo Bolivariano), que se hayan realizado los profesores de nuestra institución?**
A: Ok. Al principio… bueno, no teníamos información respecto de lo que eran los Liceos Bolivarianos, posteriormente, un profesor que trabaja aquí se puso en contacto con un profesor (familiar) que trabaja en la Unidad Educativa Gran Colombia, donde ellos habían comenzado como Liceo piloto y ya tenían información; tenían experiencia. Él vino a la institución y nos dictó un taller. El taller

era precisamente sobre la estructura de los Liceos Bolivarianos, lo que es el diagnóstico, los proyectos educativos integrales comunitarios, etc.
W: ¿Se convocó a toda la comunidad de profesores?
A: Sí. Yo recuerdo que nos reunimos en la biblioteca. Quizás algunos profesores no vinieron porque no tenían el horario en ese momento, pero sí hubo una cantidad considerable…
W: Y aparte de ese taller, que entiendo fue una iniciativa de un profesor de la institución, qué otras actividades recuerdas.
A: Bueno, también vino una representante de la Zona Educativa. Nos reunieron en un salón y dieron una información, pero muy general, muy por encima, de lo eran los Liceos Bolivarianos. Pero no realmente centrado en el trabajo en sí de los proyectos. Esto último lo fuimos aprendiendo nosotros con el trabajo diario.
W: Recuerdo que en una asamblea general de profesores se conformaron unas mesas de trabajo, ¿qué actividades se realizaron en ellas?
A: Bueno esas mesas de trabajo no llegaron nunca a concretarse.
W: Se vieron un par de videos sobre la concepción de los Liceos Bolivarianos, se conformaron las mesas, pero no recuerdo que se haya llevado a cabo algún trabajo, algún proyecto en esas mesas…
A: Se reunieron algunos y comenzaron con el diagnóstico para ver qué tipo de problemas se podía atacar. También recuerdo que se trabajó en la misión y visión de la institución.
W: ¿Has participado en algún taller del CENAMEC sobre el trabajo por proyectos, sobre la Educación Bolivariana…?
A: …no, realmente en ninguno.
W: Ahora, ¿han asistido otros profesores del Liceo?
A: Me imagino. Me imagino que sí. Hay profesores que sí han ido, como la profesora Carmen, por ejemplo. Pero ha sido por su libre albedrío. Ella ha decido ir y ha asistido, pero no han convocado al resto del personal.
W: Ahora, **¿Cuáles de estas actividades piensas que pueden mejorar en función de las actividades observadas?**
A: Bueno…este... Primero: hacen falta esos cursos de nivelación y tienen que dictarlo porque uno tiene que tener una base con la cual comenzar a trabajar y saber realmente dónde está pisando para que las cosas salgan bien. Eso creo que es lo primordial; y que la organización se haga más efectiva dentro del Liceo. Que realmente las actividades que se planifiquen se lleven a cabo. Que exista el tiempo también, que se abra ese espacio de tiempo que es necesario para poder realizar las planificaciones.
W: Entiendo que en muchas de las instituciones del interior del país los horarios de planificación coinciden por especialidad, por ejemplo, los profesores de Matemática y de Ciencias Naturales tienen horarios de planificación que coinciden, en cambio aquí en la Región Capital, y es el caso de nuestro Liceo, no es así.
A: Sí, eso es. Si ahora se va a trabajar por áreas de conocimiento, donde las disciplinas tienen que estar correlacionadas unas con otras, es necesario que tengan el tiempo para poder llegar a acuerdos.
W: Tercera pregunta: **¿Cuál debe ser el papel de los profesores y de la directiva de la institución, así como del Ministerio del Poder Popular para la Educación?**
A: Bueno… el trabajo tiene que ser coordinado. Primero: los directivos tienen que seguir todas las líneas que dicta el Ministerio del Poder Popular para la Educación y bajarle toda esa información a los profesores, que son los que tienen

contacto directo con los alumnos, para que puedan darse esas trasformaciones. Yo creo que eso es lo más importante, o sea, que todos estemos compenetrados con el trabajo que se está haciendo ahora.
W: Y si, digamos… que no se detecta una organización en ese sentido, ¿tú crees que por otras vías (ya comentabas que un profesor de esta institución promovió la realización de un taller sobre los Liceos Bolivarianos a una parte de nuestros profesores) se puedan dar cambios en ese sentido?
A: Esa podría ser una ayuda pero yo creo que las cosas bien organizadas se dan como debe ser, mientras que la improvisación lo que trae es que existan fallas en los procesos y que las cosas terminen como no es lo deseado. Entonces yo creo que debería haber más organización entre esos entes que permitan que le llegue la información a quien está directamente en contacto con los alumnos, que es quien va a desarrollar ese trabajo efectivamente.
W: Proceso que vamos a seguir viviendo con la nueva transformación curricular de la Educación Bolivariana.
A: Ciertamente. Por ejemplo, yo recibí hoy a los alumnos y les estuve hablando de eso; pero fue información que he ido recogiendo (de Programas como Aló Presidente, entre otros documentos), pero no es porque se haya traído la información aquí.
W: ¿Ha llegado al Liceo el nuevo currículo?
A: No.
W: Bien. Hay una última pregunta: **¿Cómo considera Usted que debe estructurarse un plan de formación de los profesores en el área de Ciencias Naturales y Matemática?** Ya comentabas que debe haber una organización siguiendo directrices del Ministerio del Poder Popular para la Educación y de otros organismos como la Zona Educativa, etc…
A: Bueno… en principio: que es la parte más importante, pienso yo, es el tiempo. El tiempo que los docentes le pueden dedicar a esos planes, porque usualmente lo que se estila es que no se puede usar el tiempo que los docentes tienen que dedicarle a los alumnos, o sea, que el tiempo de los alumnos no puede ser tocado, entonces quedaría solamente los fines de semana donde muchos docentes tienen otro tipo de actividades, algunos están en postgrado, otros, por sus mismas actividades de su hogar, le es imposible hacerlo. Yo creo que se debería abrir un espacio donde esos planes se puedan llevar a cabo.
W: ¿Un espacio dentro del horario laboral?
A: Dentro del horario laboral, por supuesto. Eso creo que para mí es lo más importante. Después bueno… el organismo que se encarga de coordinar todo es, que es el Ministerio, tome las acciones necesarias para, facilite que eso se dé, porque esa es la única manera: que se facilite y no que se pongan trabas; al contrario.
W: ¿Y qué nos podrías comentar con el hecho particular de que este plan de formación se dé en el área de Ciencias Naturales y Matemática? ¿Cómo debería ser ese plan en esa área en particular?
A: eee… bueno, debe ser un plan que esté diseccionado hacia lo que es el nuevo currículo y los cuatro pilares que nombran allí, que la mayoría no los conoce puesto que no tienen ahorita acceso al currículo, pero que tengo entendido, según lo que yo he escuchado, son cuatro: aprender a ser, aprender a participar y a convivir, aprender a valorar y a reflexionar. Entonces, enmarcado en eso, ver cómo los conocimientos o la parte que tienen que ver con Ciencias Naturales y Matemática lo podemos llevar e insertar en cada uno de esos pilares que son

importantes. Que el conocimiento no solo sea un conocimiento que lo tengan para que lo memoricen sino que le sirva en su quehacer diario para transformar su entorno y tener… bueno… una mejor calidad de vida.
W: Bueno, muchas gracias. ¿Algún comentario adicional?
A: Bueno que hay que crear conciencia sobre este tipo de transformaciones, hacerlas de manera coordinada y organizada, para que su implementación sea de la mejor manera y se puedan lograr los objetivos planteados.
W: ¿Destaca entonces a la organización como un elemento característico y fundamental en todo este proceso de transformación curricular?
A: Esencial, definitivamente en todo.
W: Bueno, muchas gracias al profesor.
A: Ok.

Entrevista 1 – Profesora P3

W: Buenos días. Estamos con una profesora del Liceo Agustín Aveledo para realizar una entrevista que tiene que ver con los planes institucionales de formación del profesorado en el área de Ciencias Naturales y Matemática, en esa área en particular. Y bueno… hemos entrevistado acá a varios profesores de la institución.
F: Pero yo veo aquí que la única de Sociales soy yo.
W: Sí, considerando que Usted se encarga de uno de los procesos centrales en la institución: la evaluación; y que entendemos tiene una muy buena formación académica sobre estos aspectos…
Bueno… entonces hay cuatro preguntas; le planteo la primera: **¿qué actividades recuerda Usted en el marco de la reciente transformación curricular, cuando este Liceo pasó a Bolivariano, que hayan realizado los profesores de nuestra institución?**
F: Este… bueno, lo que hicimos todos en general, no solamente para los del área Ciencias Naturales y Matemática, fue la inducción: se invitó a un profesor… pero fue en general. Y bueno… los del CENAMEC… algunos profesores de Matemática han ido a talleres en cuanto a la parte… han ido de dos en dos a las pruebas, a los trabajos del CENAMEC que han durado casi como un año. Eso es lo que…
W: Usted comentaba de un profesor que vino a hacer una inducción…
F: Sí, pero ese fue invitado por nosotros, porque la Zona Educativa quedó con nosotros en darnos una inducción y no vino.
W: ¿Lo invitó la institución?
F: La institución… bueno, no la institución. Queda asignado ese profesor de la Zona Educativa… Ustedes les toca… por ejemplo a nosotros nos tocaba el Fermín Toro, como ellos ya tenían experiencia: habían empezado primero que nosotros… que vinieran a contar su experiencia. Pero ellos nunca vinieron, en vista de eso se habló con un profesor de la institución… que el tío trabaja en la Gran Colombia y ha hecho inducción… el vino para acá y la dio en forma general. Fue iniciativa de nosotros porque estábamos desesperados; esa es la palabra: desesperados.
W: Y esa sesión con el profesor invitado, ¿Fue de un día?
F: Una mañana.
W: En cambio el otro programa que Usted comentó, el del CENAMEC, se extendió por un año.
F: Por un año. Era todos los martes. El año pasado asistió una profesora y en

este otra profesora.
W: ¿Solo dos profesoras?
F: Ellas dos nada más…. Ahora que recuerdo, el CENAMEC invitó a los profesores de inglés para que ellos vieran que también se puede dar… como abrir… la Matemática hacia otros campos. Pero fue Elizabeth, que era de inglés… pero después no fue más; no sé qué pasó ahí.
W: Una profesora de inglés…
F: …de inglés.
W: yo recuerdo que en una asamblea general de profesores se designaron comisiones de trabajo, precisamente para discutir la transformación curricular en el Liceo y la concepción de la Educación Bolivariana, ¿Qué nos puedes comentar sobre ese trabajo y lo que allí se realizó?
F: No se hizo nada. Esas comisiones no funcionaron. Ahora que recu… salió publicado en el periódico unos talleres sobre los Liceos Bolivarianos. Por iniciativa de cada profesor, la gente se inscribió. Era Tricolor y Pedagógico. Era en el Pedagógico. Duraba varios sábados durante todo el día. Se tocaron cuatro tópicos: evaluación, planificación. Eso fue iniciativa de cada profesor, no fue de la institución.
W: ¿Cuántos profesores recuerdas que participaron en esta actividad?
F: En la primera tanta fueron 3, y en la segunda 3 ó 4 más.
W: ¿Cuántos profesores hay en este Liceo aproximadamente?
F: 52. También, buscando información… está la AVEC. Hablé con un profesor que trabaja en la AVEC y acordamos que venía el 16 de enero. Yo ya había recogido la información y pregunté a las personas que estaban dispuestas a participar. El sondeo se hizo entre los docentes, administrativos, obreros y otros miembros de la comunidad. La condición era que participaran todos, entonces tomé la decisión de que los que iban a pagar eran los profesores; y como no era tanto, saldría en unos 20000 Bs. (20 Bolívares Fuertes) por cada profesor. La gente estuvo dispuesta, entonces llevé la propuesta a la dirección y se le dio largas. Al final no se dio. Volví a intentar y no se dio.
W: Volviendo a las comisiones de trabajo. Usted comentaba que no se hizo nada. Yo recuerdo que hubo un par de reuniones de profesores en las cuales se vieron unos videos.
F: Eso no fue la comisión sino la directora. Ella asistió a una conferencia de una semana en el interior del país. Le dan unos videos, cuatro, sobre la educación bolivariana. En la mañana se pasaron los cuatro y en la tarde también, pero no hubo discusión de los videos. Que pudo haber sido la parte productiva.
W: La intención era aprovechar el período que se llamó de contingencia (septiembre-diciembre de 2006) con la intención de que el Liceo adaptara sus procesos académicos…
F: Sí, pero no fue suficiente la información. Después, se escogieron diez especialistas en evaluación pertenecientes a este Distrito, entre los que me encontraba, para asistir a unas reuniones de trabajo en la Zona Educativa. La primera jornada era de inducción… como de concientización, pero la gente quería más. Entonces fue eso: inducción; luego se sacaron las resoluciones y nos mandaron a los Liceos. Después que se discutieron, se hicieron mapas conceptuales, los discutimos, luego nos mandaron a los Liceos y se hizo, los del Distrito dos fuimos comisionados: reunimos a todos los evaluadores del Distrito 2 y les dimos la inducción durante dos días; dos mañanas un grupo y dos tardes el otro grupo. Eran como 50 evaluadores.

W: ¿Cuáles de estas actividades piensa Usted que pueden mejorarse en función de las debilidades observadas?
F: No se dio una buena preparación a los docentes de forma general. Se dejó hacer… el lema era ser creativo, trabajar por proyectos, pero si tú nunca has trabajado por proyectos no sabes que son competencias [potencialidades] y nada más te dan folletos, entonces tú quedas que no sabes qué hacer. Te dicen "sea creativo", venga la evaluación cuali-cuantitativa, trabaje por proyectos… Claro: teníamos que revisar los programas… ¿Qué se debió hacer? Revisar los programas y cómo se trabaja en la primera y segunda etapa… pero para mí, faltó preparación, una inducción como debe ser, qué es lo que se hace, cómo se hacen los proyectos, cómo se hace el PEIC, cómo se hace un proyecto de aula. No saben cómo se hace; claro tú tienes una idea general, pero en sí, no saben porque no hay una verdadera inducción.
W: Ahora, **¿cuál debe ser el papel de los profesores, de la directiva de la institución, así como del Ministerio del Poder Popular para la Educación en este proceso de transformación curricular?**
F: Voy a empezar por el Ministerio de Educación. El Ministerio de Educación tiene que hacer talleres de inducción a los docentes. Porque si tú vas a implementar un nuevo programa… ellos dicen "no… tienes que utilizar el programa. Utilízalo, ve, y trabaja por proyectos" Ajá, antes tenías el programa, ahora no tienes nada. No estás preparado. Entonces qué tienes que hacer: jornadas de inducción a los docentes sobre cómo se debe trabajar. No como una camisa de fuerza ni como recetas, pero al menos me das alguna noción. Nosotros hemos trabajado desde 1983-1984 con la Escuela Básica y ahorita ellos no han trabajado más sino de forma tradicional. Uno viene de forma tradicional-conductista. Ahorita te dicen "constructivismo", que ya tiene cierto tiempo, pero seguimos trabajando en la práctica como conductistas. Entonces "vamos a trabajar constructivistas", pero no tienes el piso, no sabes cómo. Ese es el problema. Hay que hacer los talleres, y de los talleres se pueden conformar mesas de trabajo y así surgirán nuevas ideas; así es como se crea. Nos reunimos: vamos a discutir este material, qué podemos hacer, qué nos sirve de antes que podamos implementar, porque todo lo tradicional no es malo. Podemos implementar algunas de las cosas que funcionaban y conseguir nuevas actividades, nuevas formas de trabajo.
¿Qué tiene que hacer la directiva del Liceo? Lo que pasa que la directiva está un poco atascada porque la Zona Educativa te dice "no suspenda clases", pero cómo preparas a los docentes. En la AVEC, el personal directivo otorga permisos a uno o dos profesores para que realicen cursos y posteriormente estos profesores realizarán la inducción a los demás docentes. Eso no es así en nuestro Liceo.
W: Hay una última pregunta: **¿Cómo considera Usted que debe estructurarse un plan de formación de los profesores en el área de Ciencias Naturales y Matemática?** Ya comentabas que debe haber una organización siguiendo directrices del Ministerio del Poder Popular para la Educación y de otros organismos como la Zona Educativa, etc. …
F: Pienso que debe ser un plan en el que la Matemática y las Ciencias Naturales se relacionen con el entorno. ¿Para qué sirve la Matemática?, ver su utilidad; porque a veces los estudiantes dicen "de qué me sirve". La idea es que el aprendizaje sea significativo. Creo que esto es importante, porque en Matemáticas es muy común la enseñanza memorística. El profesor debe buscar alternativas de

evaluación, no solamente las pruebas; hay muchas cosas que se pueden hacer. La intención es que los estudiantes vean la utilidad de la Matemática en su comunidad y cómo puede aplicarse en la solución de sus problemas.

Anexo B
[Trascripción de las Entrevistas – Concepciones de los Profesores]

Entrevista 2 – profesor 1

W: ¿QUÉ ES UN PROYECTO?
C: ……Yo siento que es una forma de trabajo donde los docentes y los estudiantes realizan actividades novedosas a partir de un problema de su entorno o de su comunidad.
W: ¿CÓMO PUEDE DESCRIBIRSE UN PROYECTO EN EL ÁREA DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA?
C: Es muy fácil… porque las áreas de matemáticas y ciencias son muy fáciles de relacionar con los contenidos programáticos y su aplicación se da por sí misma.
W: ¿QUÉ EXPERIENCIAS HA TENIDO AL RESPECTO?
C: He tenido la oportunidad de trabajar por proyectos en varias ocasiones y siento que el aprendizaje ha sido significativo. Por ejemplo, actualmente estoy trabajando con la contaminación ambiental en la Parroquia San José, donde los niños han buscado información sobre los puntos o zonas de la parroquia tienen una notoria acumulación de basura, cuáles no, cada cuánto tiempo pasa el camión recolector de basura, qué cantidad de basura producimos diariamente en nuestros hogares, cómo incide este hecho en la contaminación ambiental, cómo podemos nosotros ayudar para mejorar estos problemas, entre otras. También trabajamos con el tema de la pornografía y prostitución infantil. A los niños les llamó la atención la cantidad de videos de este tipo que se transmitían por medio de los celulares, y bueno… a raíz de la información en prensa y de las inquietudes de los niños salió el proyecto.
W: ¿QUÉ OTROS PROYECTOS PUEDES CITAR?
C: ¡Hay muchos! Hemos trabajado con la construcción de un telescopio casero. Los niños estaban ansiosos por descubrir cómo se verían las estrellas y los planetas. Con ayuda de los representantes fuimos al Planetario Humboldt.
W: AHORA, ¿QUÉ ACTIVIDADES MATEMÁTICAS SE LLEVARON A CABO EN LOS PROYECTOS QUE CITASTE?
C: En el proyecto de la contaminación ambiental trabajamos con estadísticas: organización y representación de datos, medidas de tendencia central; en el proyecto de la pornografía y prostitución estudiamos la evolución en el tiempo del número de niñas y niños afectados por este problema con base en datos que aportó la sanidad y de otros obtenidos por medio de Internet (de las páginas del Instituto Nacional de Estadísticas y del Ministerio del Poder Popular para la Salud). Y en el proyecto del telescopio casero trabajamos con figuras geométricas y medidas.
W: ¿CÓMO CREE USTED QUE DEBEN DESARROLLARSE LOS PROYECTOS EN ESTA ÁREA EN NUESTRO LICEO?
C: Deben depender de la iniciativa de los niños, de los problemas de las comunidades, de los problemas de su institución escolar, en general, de su entorno; de todo lo real, que no sean fantasiosos. Es tarea del docente buscar la manera de relacionar las matemáticas y las ciencias con el problema que están

abordando en el proyecto… ¿qué contenidos o ideas en matemáticas y ciencias se relacionan con el proyecto? Solo después, los niños y niñas pueden hacer propuestas… a medida que se vaya desarrollando el proyecto los niños y niñas pueden darse cuenta de otros contenidos matemáticos y de ciencias naturales que también tengan relación con el proyecto. El trabajo por proyecto es flexible en este sentido.
W: ¿CUÁL ES SU OPINIÓN SOBRE LA METODOLOGÍA DE TRABAJO POR PROYECTOS EN EL LICEO? ¿QUÉ FORTALEZAS Y DEBILIDADES CREE QUE SE ASOCIEN A ELLA?
C: Los profesores de nuestra institución conocen el trabajo por proyectos, sin embargo, no han tomado la iniciativa de desarrollar proyectos junto con sus estudiantes. Están acostumbrados a la educación tradicional: los niños están en silencio, el profesor es el que lo sabe todo, los estudiantes basan su actividad en copiar del pizarrón y no proponen actividades.
Ahora bien, creo que el trabajo por proyectos tiene como fortalezas el que los estudiantes están conscientes de su propio aprendizaje, se involucran con el problema, da apertura a nuevas dinámicas de grupo, a la investigación. Los estudiantes se sientes más atraídos por la investigación y son más independientes para desarrollarla… ellos mismos proponen actividades y soluciones.
En cuanto a las debilidades, los docentes deben estar preparados y con una mentalidad abierta y estar dispuestos a aprender con sus estudiantes.
W: ¿Y POR QUÉ LO CITAS COMO DEBILIDAD?
C: Porque todavía los docentes estamos encerrados entre la enciclopedia, la tiza y el pizarrón. No hemos llegado al tipo de docente que describí antes.
W: ¿ALGUNA OTRA DEBILIDAD?
C: Pueden no concretarse en los contenidos

Entrevista 2 – profesor 2

W: ¿QUÉ ES UN PROYECTO?
V: Un proyecto es una metodología de trabajo en el aula. Su característica esencial es que se basa en la investigación de los estudiantes y del mismo profesor… Los proyectos tienen una duración muy variable, dependiendo de factores como el tema, los contenidos, la profundidad con que se toquen, los recursos, entre otros. El tema o problema que aborden también es muy variable, pero fundamentalmente es un tema o problema del contexto, de la realidad. Se trabaja en pequeños grupos y se pueden distinguir las etapas de discusión, planificación, desarrollo y reflexión.
W: ¿CÓMO PUEDE DESCRIBIRSE UN PROYECTO EN EL ÁREA DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA?
V: Un proyecto en el área de ciencias naturales y matemática tiene las mismas características que comenté, con el agregado de que las ciencias y la matemática son centrales en ellos; aunque esto no impide que el proyecto se relacione con otras áreas del conocimiento como la historia, la geografía, la tecnología, las artes, y otras.
W: ¿QUÉ EXPERIENCIAS HAS TENIDO AL RESPECTO?
V: Bueno… hemos estudiado algunas propiedades trigonométricas partiendo de experiencias como la construcción de instrumentos para calcular la altura de edificaciones (con base en un transportador), y también proyectos donde el número de oro o proporción áurea ha sido el tema central… los estudiantes in-

vestigaron sobre el contexto cultural e histórico que se relacionó con el número de oro, sobre el concepto de belleza, su relación con muchas de las proporciones del cuerpo humano e hicieron un estudio con sus familiares, vecinos, y con niños y niñas de nuestro liceo y de una escuela cercana. Además, estudiaron la relación entre el esfuerzo necesario para subir por escaleras que no tienen la proporción áurea y por las que sí la tienen. Midieron las escaleras del liceo, las de sus casas, e incluso, las del Metro.
W: ¿CÓMO CREE USTED QUE DEBEN DESARROLLARSE LOS PROYECTOS EN ESTA ÁREA EN NUESTRO LICEO?
V: Creo que uno de los aspectos importantes es la cooperación. Los profesores de Ciencias Naturales y Matemáticas debemos trabajar en grupo y no aisladamente como tradicionalmente hemos hecho. Debemos tener apoyo de la directiva de la Institución, de la Zona Educativa y del Ministerio. Además, deben vincularse con el estudio de ideas en matemáticas y en ciencias que puedan servir para abordar algún problema real.
También deberíamos tener jornadas de exposición de los proyectos, discusión y evaluación donde participen estudiantes, profesores y otros miembros de la comunidad, para que así podamos enriquecer nuestro trabajo y el de los mismos estudiantes. Estas jornadas podrían darse en cada liceo, pero también entre liceos a nivel de distritos y estados. Eso es algo que hasta ahora no se ha hecho.
W: ¿A QUÉ TIPO DE APOYO SE REFIERE?
V: Pongamos un ejemplo: en las Universidades, ene general, están abiertos a la propuestas de eventos, jornadas, talleres, simposios, encuentros, mesas de trabajo, etc. en cada semestre hay una programación apretada; en cambio, en las escuelas y liceos no es así. No hay programación, de las pocas actividades que se hacen, la casi totalidad se dan sin una buena planificación y difusión entre los colegas. No tenemos tiempo en nuestro horario de trabajo para planificar. El sistema está montado para el trabajo individual: el docente encerrado en el aula con sus estudiantes. Por otra parte, no hay apoyo para reproducir o comprar materiales… o para divulgar, para dar a conocer nuestro trabajo… los proyectos.
W: ¿CUÁL ES SU OPINIÓN SOBRE LA METODOLOGÍA DE TRABAJO POR PROYECTOS EN EL LICEO? ¿QUÉ FORTALEZAS Y DEBILIDADES CREE QUE SE ASOCIEN A ELLA?
V: Considero que es una metodología que se complementa con la resolución de problemas, lo cual es esencial en ciencias naturales y en matemáticas. Los proyectos permiten vincularnos con los problemas reales y con la comunidad. También, nos acercan a la investigación. Esas son las fortalezas. Sin embargo, son muy pobres los resultados que se han dado en nuestros liceos, quizás por el desconocimiento de los profesores al respecto (y esto también se da en la Universidad), quizás por el poco apoyo de la Institución, de la Zona Educativa y del Ministerio. Otra debilidad puede ser que si no se planifica y discute adecuadamente, se puede perder la orientación inicial del proyecto.

Entrevista 2 – profesor 3

W: ¿QUÉ ES UN PROYECTO?
R: Un proyecto es el conjunto de acciones organizadas y deliberadas que permiten aplicar y adquirir conocimientos.
W: ¿CÓMO PUEDE DESCRIBIRSE UN PROYECTO EN EL ÁREA DE CIENCIAS NA-

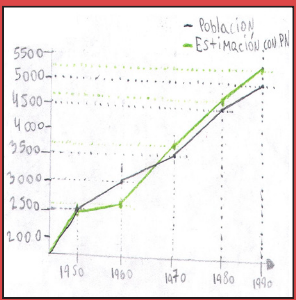
TURALES Y MATEMÁTICA?
R: Un proyecto en este campo del saber está sujeto a la comprobación de hipótesis. El proyecto tiene una organización acordada por el grupo.
W: ¿QUÉ EXPERIENCIAS HAS TENIDO AL RESPECTO?
R: Estudiamos la refracción de la luz a través de un prisma, y la capacidad lumínica de por focos de luz en los postes ubicados en las calles y avenidas y su relación con la altura del poste.
W: ¿CÓMO CREE USTED QUE DEBEN DESARROLLARSE LOS PROYECTOS EN ESTA ÁREA EN NUESTRO LICEO?
R: Se deben contextualizar, atender a las necesidades e intereses del grupo. Además, deben tener un tutor… alguien que los apoye; alguien así como un par, no del mismo grupo sino de un curso más avanzado. Debe atenderse también a investigaciones de tipo etnográficas. Hay que ser parte del problema a investigar. Y no solamente hacer investigaciones de laboratorio.
W: ¿CUÁL ES SU OPINIÓN SOBRE LA METODOLOGÍA DE TRABAJO POR PROYECTOS EN EL LICEO? ¿QUÉ FORTALEZAS Y DEBILIDADES CREE QUE SE ASOCIEN A ELLA?
R: Es una buena manera de pensar la educación actual ya que se fomenta el trabajo en equipó, el trabajo colaborativo, se crean redes de conocimiento entre los estudiantes y el resto de su comunidad, fomenta el estudiante crítico y observador.
Debilidades: los docentes no están preparados para planificar por proyectos… y por ende… entonces lo que hacen es copiarse el proyecto de otros. Entonces no saben cómo es la metodología y ni siquiera qué es un proyecto. Solo de carátula aparentan trabajar por proyectos. Por esto mismo no saben integrar las áreas del conocimiento que se desarrollan a partir de un tema.

Parte de la educación matemática venezolana es un reflejo de las reformas curriculares impulsadas desde organismos foráneos (un ejemplo de ello lo es la imposición en nuestras tierras del "movimiento de la matemática moderna" o de la influencia que al respecto han tenido los libros de texto de las trasnacionales), así como del supuesto de la neutralidad política de la educación. Las matemáticas escolares se identificaron así con un área separada del contexto, de la realidad, de nuestra historia, de nuestra cultura, de los problemas y de la formación de la ciudadanía. En este trabajo nos proponemos repensar la educación matemática como constructo teórico y como actividad concreta, con la intención de discutir algunas de las bases para una enseñanza/aprendizaje de la matemática que priorice el potencial que tienen las matemáticas escolares en la comprensión de problemas de la realidad local, regional o mundial, pero también en acercar a las y los estudiantes a su transformación. Este reporte es uno de los productos de los estudios del autor en el marco del **Doctorado en Educación** de la **Universidad Central de Venezuela**.

Wladimir Serrano Gómez

Es **Profesor de Matemática** (Universidad Pedagógica Experimental Libertador, 1998 –Magna Cum Laude), **Magíster en Educación, mención Enseñanza de la Matemática** (UPEL, Instituto Pedagógico de Caracas, 2004 – Recomendación de Publicación) y **Doctor en Educación** (Universidad Central de Venezuela, 2010 – Mención Honorífica y Publicación). Fue Docente Generación de Relevo y miembro del Programa Alma Mater. Actualmente es profesor asociado a dedicación exclusiva en la UPEL – Instituto Pedagógico de Miranda, adscrito al Departamento de Ciencias Naturales y Matemática. Ha laborado en la Escuela Primaria y en la Educación Media General, en especial, en el Liceo Agustín Aveledo (La Pastora, Caracas). Y ha sido profesor invitado en la Maestría en Educación, mención Enseñanza de la Matemática del Instituto Pedagógico de Caracas. Es miembro del **Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática** (GIDEM), grupo coordinado por el Dr. C. D. Mora. Fue editor del *Boletín EM* (publicación oficial de la Asociación Venezolana de Educación Matemática –ASOVEMAT, en su Región Capital) y presidente del mismo capítulo. Es parte del Programa de Estímulo a la Investigación e Innovación (PEII), acreditado como *Investigador C*.
Ha publicado los libros: **Elementos de álgebra** (2004); **El lenguaje matemático. Un elemento importante para la formación crítica, la concienciación y la transformación** (2010); y **Las actividades matemáticas, el saber y los libros de texto. Necesidad de una visión socio-cultural y crítica** (2010). Es coautor de otros de los libros del GIDEM, en especial de los **Libros de Texto de Matemática de la Colección Bicentenario** de la Escuela Primaria y Educación Media General publicados por el Ministerio del Poder Popular para la Educación. Participa en proyectos colectivos de investigación, formación y de promoción de la matemática y de la educación matemática en las comunidades.
Es también un amante del ajedrez (fue campeón nacional en la categoría ascenso en 1993 -deporte que ha tratado de impulsar en nuestras Escuelas), de la flauta dulce y de los juguetes en madera. Ha incursionado en las artes (poesía) a través de la publicación de los libros **31 poemas desde las 6:00 a.m.** (2007) y **Flores para mi psiquiatra** (2008), además es articulista en la prensa nacional, tratando como tema la función social de la universidad.

wserranog@gmail.com y wserrano@cantv.net



El autor y una de sus bellas hijas

República Bolivariana de Venezuela