



## Revista sobre la ciencia para niñas y niños

Zona Educativa y Secretaría de Educación del Estado Bolivariano de  
Miranda / Ministerio del Poder Popular para la Educación

**Las Teselaciones**  
Con apoyo de la Escuela Simón Rodríguez

Número 1

**Edición:** Zona Educativa y Secretaría de Educación del Estado Bolivariano de Miranda / Ministerio del Poder Popular para la Educación / *Rosa Becerra*

**Dirección:** *Wladimir Serrano Gómez*

**Asesoría, Revisión:** *Andrés Moya Romero*

**Agradecimientos:** Al *Grupo de Investigación y Difusión en Educación Matemática* (Gidem), al *Ministerio del Poder Popular para la Juventud*, y a la *Agencia Bolivariana para Actividades Espaciales* (Abae). A las y los docentes y estudiantes de la *Escuela Estadal Simón Rodríguez* (Guarenas) por hacer suyo este apasionante proyecto. A las profesoras *Cecilia Eduardo, Marilú Rojas y Adira González*, y a las y los niños del *5º grado B*.

**Dibujo en portada:** *María Rosa Serrano Torrealba*

**Portada:** Satélite (Imagen editada)

**Número:** 1

**Fecha:** Enero de 2018

**Tema central:** **Teselaciones**

**Áreas vinculadas:** Matemáticas, Arte, Historia

**Tel:** 0058 416 6206388

**Disponible en:** ■ <http://www.miranda.gob.ve>

■ <http://gidemvenezuela.wixsite.com/gidem/descargas>

**Correo electrónico:** [revista.cientos@gmail.com](mailto:revista.cientos@gmail.com)

**Depósito Legal:** DC2018000092



**C**  
**ientos**

Zona Educativa y Dirección de Educación del Estado Bolivariano de Miranda / Ministerio del Poder Popular para la Educación



# Índice

- 1- Editorial
- 3- Eso que llaman **teselar**
- 7- Más allá de las matemáticas
- 11- ¿Cómo diseñar una tesela?
- 13- El arte de teselar
- 15- Teselados mirandinos
- 17- Pero... ¿Cómo dedujo Arquímedes lo que dedujo?

# Editorial

**T**odas y todos, pero muy especialmente las niñas y niños, estamos llamados a la CIENCIA. Tal como lo señaló el maestro **Simón Rodríguez**, necesitamos de:

“la instrucción social para hacer una nación prudente. La instrucción corporal para hacerla fuerte. La instrucción técnica para hacerla experta y la instrucción científica para hacerla pensadora”.

Sus palabras siguen vigentes aún tras los doscientos años que han transcurrido hasta nuestros días.

Nada más hermoso que recrear las ideas científicas, y nada más hermoso que crearlas.

Éstas son las motivaciones de **Cientos**, una revista pensada para y desde la Escuela. Cada uno de sus números buscará contribuir con esa instrucción científica que demanda continuamente nuestra sociedad.

Así, abriremos espacios para las Matemáticas, la Agricultura, la Medicina, la Astronomía, la Economía y tantas otras ciencias que de alguna manera forman parte de la formación escolar, y además propondremos actividades para su desarrollo en el contexto del aula, de la institución y de la comunidad.

Sobra decir que esta revista está abierta a sus contribuciones escritas, bien sean experiencias, proyectos de aula, reseñas, ensayos, etc.; las cuales pueden enviar a nuestro correo electrónico. Maestra y Maestro, esta revista es suya. Léanla junto a sus estudiantes y colegas, desmenúsenla, critíquenla, escríbanla y disfrútenla.

Este primer número lo dedicamos a las **teselaciones**, un tema

apasionante del que curiosamente encontramos ejemplos en todos lados: tanto en diseños elaborados por el hombre y la mujer, como en la naturaleza. Iniciaremos su presentación con la idea matemática que las describe, pero también comentaremos algunas de sus relaciones con el arte, con el patrón de construcción de los panales de abeja y con los escudos de protección térmica en las naves espaciales.

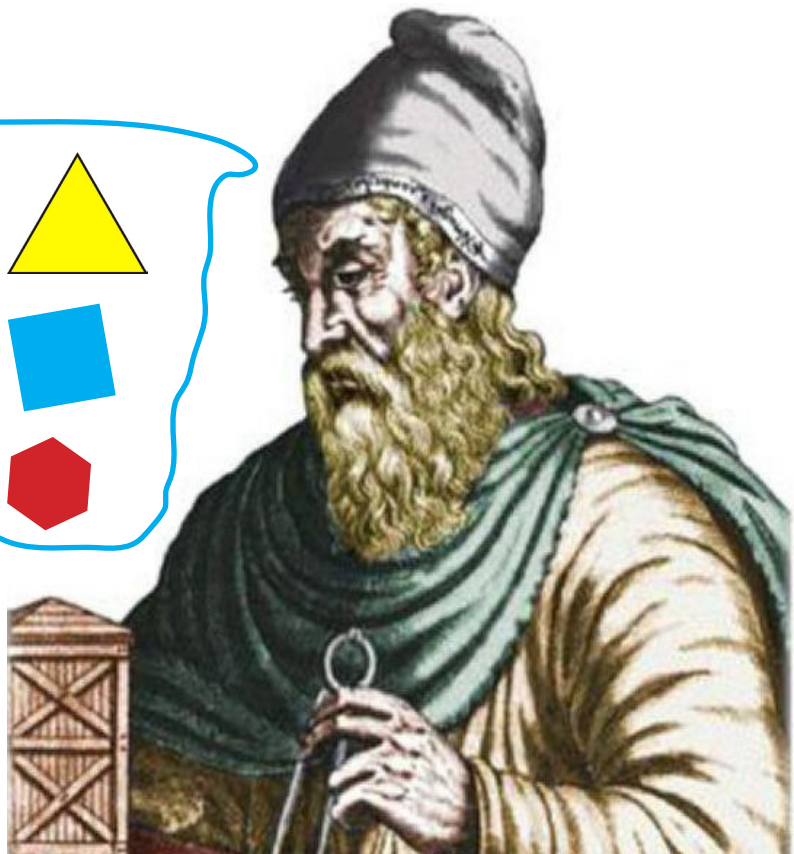
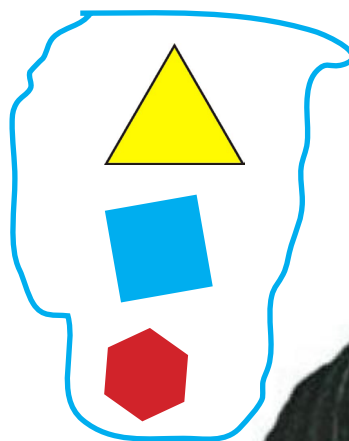
Así que esperamos que cuando pisen un embaldosado puedan distinguir en él si hay o no una “tesela”, que puedan construir sus propios diseños originales para teselar el Plano y que, mejor aún, investiguen mucho más sobre este tema junto a sus amigos y amigas.

WSG

*Simón Rodríguez*



# Eso que llaman teselar



*Arquímedes*

**T**eselar es cubrir el Plano con piezas, llamadas teselas, de manera que no queden superpuestas ni dejen espacios entre ellas.

Este simple concepto ha tenido y tiene importantes aplicaciones dentro y fuera de las Matemáticas. Matemáticos destacados en la historia, como **Arquímedes** (287 a.C. - 212 a.C.) y **Kepler** (1571 - 1630), lo estudiaron a profundidad.

A **Arquímedes**, por ejemplo, le debemos el hecho de estudiar los polígonos regulares (es decir, los que tienen lados congruentes) con los que puede cubrirse el Plano.

Él concluyó que el **triángulo equilátero**, el **cuadrado** y el **hexágono** son los únicos polígonos regulares que “teselan” el Plano. Por esta razón las teselaciones de Arquímedes se conocen como **regulares**.



*Kepler*

En ellas se utiliza una misma **tesela** (o pieza) indefinidamente para cubrir el Plano.

Nuestra imagen de fondo consiste en una teselación con base en el triángulo equilátero. Ese triángulo es justo la tesela.

✂ Les proponemos que junto a sus compañeras y compañeros hagan una teselación similar a ésta. Les sugerimos emplear varios colores para hacer llamativo el diseño.

✂ Como habrán notado hay muchos métodos para trazar las aristas de todos estos triángulos. ¿Cuál utilizaste? Conversa sobre esto en clase.

✂ ¿Por qué no se puede teselar el Plano con base en el pentágono regular?

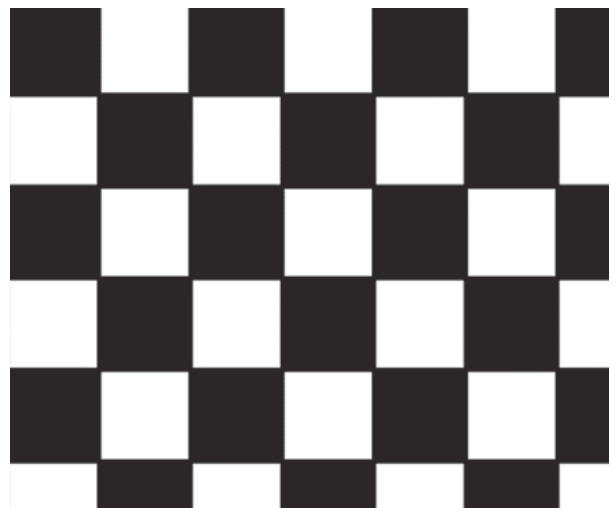
✂ Consulten en Internet algunos software libres que permiten hacer teselaciones.

Por otro lado, existen teselaciones **semi-regulares**, y teselaciones **no-regulares**.

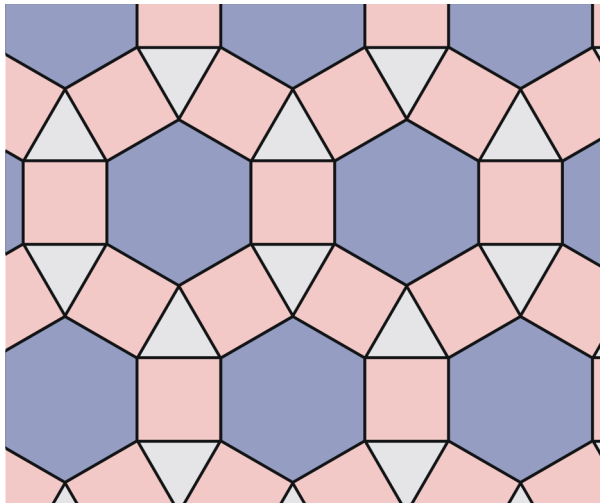
En las semi-regulares, las teselas constan de dos o más polígonos regulares. En cambio, en las no-regulares, las teselas se basan en polígonos no regulares.

Resulta interesante saber que las teselaciones se encontraban ya en muchas culturas alrededor del mundo, manifestadas en sus construcciones arquitectónicas o en la cestería, por sólo poner dos casos.

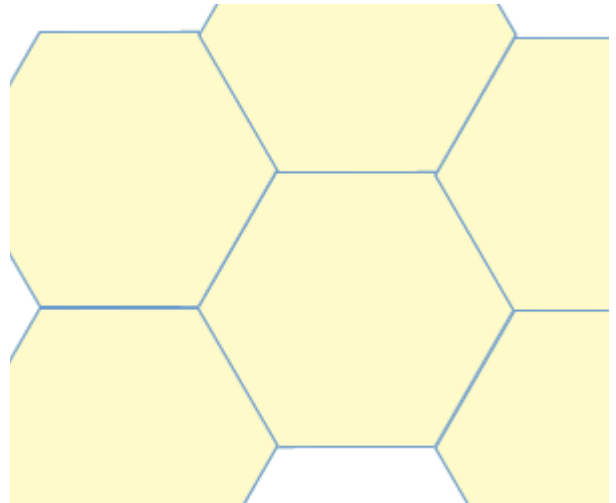
✂ Estamos seguros que podrán diferenciar si los ejemplos que pasamos a mostrar se corresponden con teselaciones regulares, semi-regulares o no-regulares.



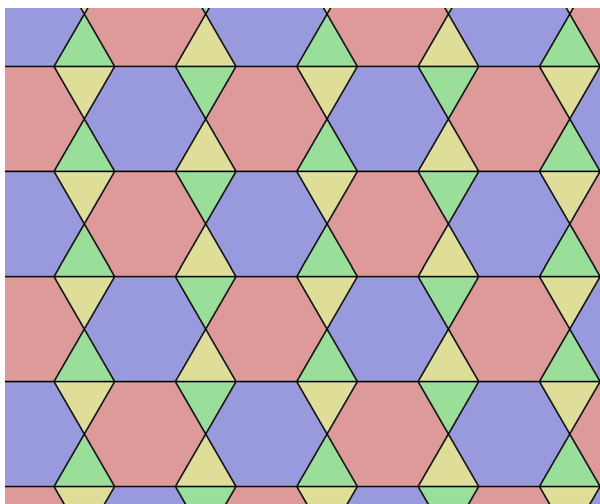
(3)



(1)



(4)



(2)



(5)



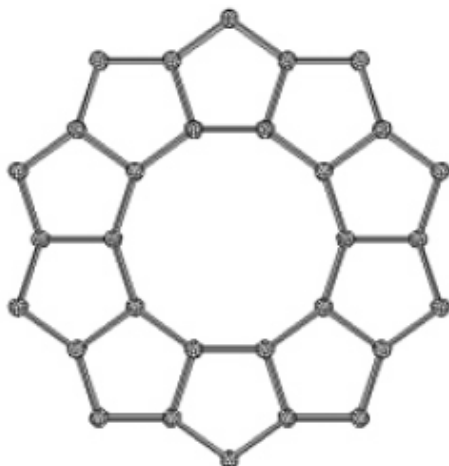
⌘ Coloque una marca en la casilla que corresponda según el tipo de teselación.

	regular	semi-regular	no-regular
(1)			
(2)			
(3)			
(4)			
(5)			

⌘ Describan la tesela en cada caso.

Como vemos, en todos estos casos hay una o varias figuras que se repiten con cierto patrón para cubrir el Plano.

**Kepler**, en cambio, estudió cubrimientos del Plano donde este patrón no es fijo, sino que cambia o se interrumpe. Los matemáticos (y matemáticas) llaman a este tipo de cubrimientos no-periódicos. Aunque también se les conoce como “Mosai-cos de Kepler”. Veamos un ejemplo:



(6)

Las teselaciones ofrecen un sinnúmero de temas de investigación, todos ellos fascinantes... Si, como comentamos, son sólo 3 los polígonos regulares que teselan el Plano, el asombro será mayor cuando sepan que son sólo 8 las combinaciones de polígonos regulares que generan teselaciones.



Marie-Sophie Germain (1776-1831)

# Más allá de las Matemáticas

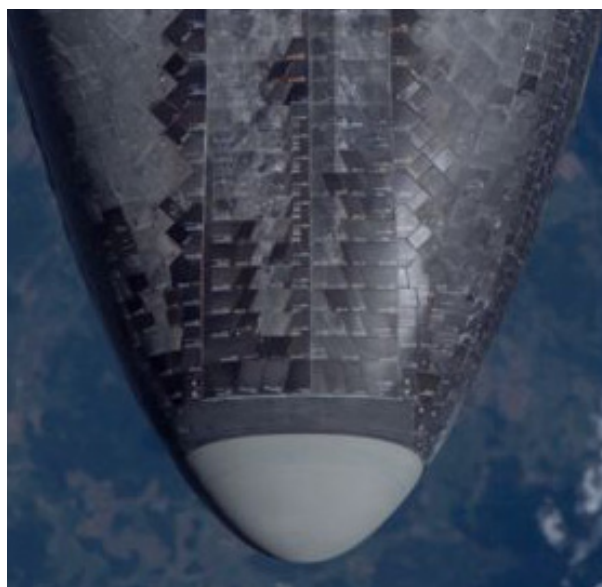
Las teselaciones nos rodean... muchas culturas alrededor del mundo y desde hace milenios las mostraron en sus edificaciones, comúnmente en el diseño de las baldosas o en el tejido de cestas hechas con hojas de palma, en ciertos vestuarios. Nuestra historia reciente también da cuenta de su uso e importantes aplicaciones; los escu-

dos

de protección térmica en las naves espaciales y en los satélites se basan en el concepto de cubrir una superficie (tanto planas como curvas).

Los cohetes propulsores empleados en el lanzamiento al espacio exterior de los satélites venezolanos han llevado estas baldosas especiales (las cuales los protegen de las altas temperaturas que se alcanzan por el rozamiento con las capas altas de la atmósfera). Temperaturas que

pueden sobrepasar los 1500 °C (mil quinientos grados centígrados). Es decir, cerca de quince veces la temperatura en que hierve el agua. Así que es esas telas recae una de las componentes esenciales a las misiones espaciales.



*Escudo térmico en un transbordador espacial. En él pueden apreciar el embaldosado.*



*Cesta indígena venezolana. Aquí hay telas rectangulares con forma de cruces.*



*Casa natal del Libertador. Aquí se siguieron varios patrones de cubrimiento.*

La naturaleza nos brinda muchísimos ejemplos de teselaciones.

Uno de ellos es precisamente la estructura que tienen los panales de abeja. Sus celdas de cera tienen como función almacenar miel y polen, pero además, como habitáculo para larvas; todas tienen forma de **hexágonos regulares** (recuerden que éstos tienen lados congruentes). Y este tipo de figuras geométricas es una manera eficiente de almacenar miel.

Claro que ha habido discusión científica en torno a si las abejas las construyen con esa forma conscientemente o no. En ella han intervenido **Pappus de Alejandría** (hacia el 320 d.C.), **Rasmus Bartholin** (1625 - 1698) y hasta el mismo **Charles Darwin** (1809 - 1882).

Hay estudios publicados que proponen que las abejas buscan construir circunferencias, pero que la tensión superficial en los puntos donde se encuentran las tres paredes junto con el calor que generan los cuerpos de las abejas, hace que éstas se transformen en hexágonos regulares (recordemos que la cera de abejas es **viscosa**, y la temperatura afecta el grado de esta viscosidad).

En todo caso, la eficiencia en el almacenamiento de la miel está allí...

Nota: La **viscosidad** puede entenderse como la resistencia a fluir que tienen ciertos líquidos.



*Representación de colmena y abeja en códice Maya. Los Mayas, desde mucho antes del genocidio asociado con la llegada de los españoles, desarrollaron el cultivo de la miel y controlaban, incluso, el exceso de humedad en ella. Lamentablemente el Imperio Español destruyó casi todos los documentos Mayas.*



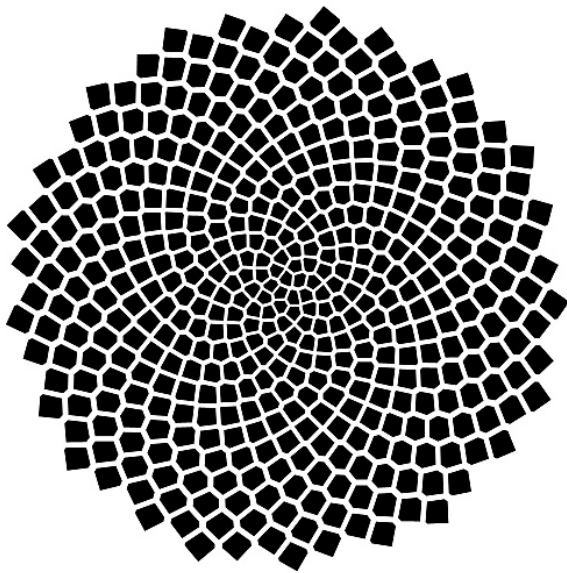
*Celdas hexagonales de un panal de abejas. Un caso de teselación regular.*



*Las escamas de los peces muestran también hermosos teselados.*



*Esta planta con propiedad heliotrópica describe en su flor patrones con espirales a izquierda y a derecha.*



*Las espirales de la flor del Girasol.*

Nota: Una planta con la propiedad **heliotrópica** es capaz de orientarse por sí misma en la dirección del Sol.



*Las teselas de la piña tienen secciones puntiagudas en su parte inferior y redondeadas en su parte superior.*

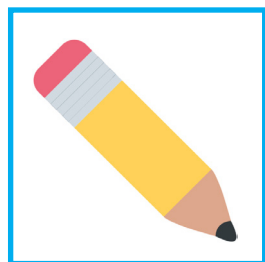
⌘ Investiguen en qué otras situaciones, fenómenos o seres vivos se muestran teselaciones.



⌘ Uno de los libros de Matemática de la *Colección Bicentenario* (disponibles en Internet: [http://www.me.gob.ve/sistemas/coleccion\\_bicentenario/index.php](http://www.me.gob.ve/sistemas/coleccion_bicentenario/index.php))

expone el tema de las teselaciones. Les invitamos a leerlo y discutirlo en su curso junto a su maestra o maestro y demás compañeras y compañeros.

# ¿Cómo diseñar una tesela?



**Y**a estamos listos para diseñar **nuestras propias teselas** (o piezas base) para cubrir

una parte del Plano. Así que provéanse de materiales reutilizables (como papel o cartulina), tijera, regla, escuadra, lápiz y creyones (o bien, pintura a base de agua).

Debemos aclarar que hay muchos métodos para construir teselas, aquí mostraremos uno de ellos. Y dejaremos que despierte en ustedes la curiosidad y con el apoyo de su maestra o maestro investiguen sobre otras formas de hacerlo.

Aprovechamos para comentarles que varios artistas han sido reconocidos mucho más allá de sus fronteras por basar sus obras en las teselaciones; uno de ellos es **Maurits Cornelis Escher** (1898 - 1972).

■ **Paso 1:** Representa un cuadrado. Ustedes escogen la medida del lado.

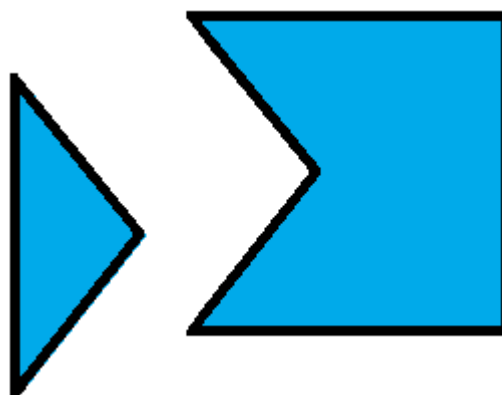


■ **Paso 2:** Ahora trazaremos un triángulo de manera que uno de sus lados coincida con uno de los lados del cuadrado. Veamos:



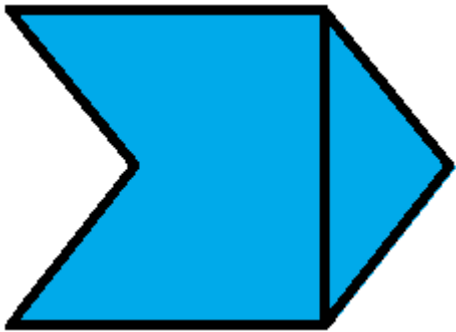
Una observación: Ustedes pueden trazar alguna otra figura. No tiene porqué ser un triángulo.

■ **Paso 3:** Recortamos este triángulo.

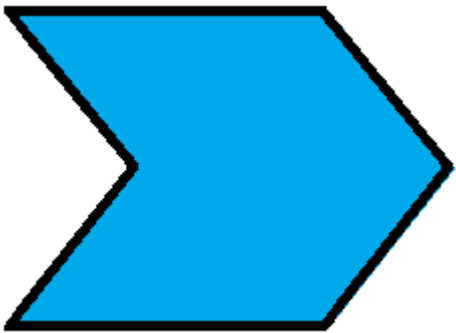


■ **Paso 4:** Y trasladamos este triángulo (o la figura que hayan seleccionado) al lado opuesto, tal como se

observa en la imagen adjunta. Es por este movimiento geométrico que este tipo de teselaciones se denomina “de traslación”.



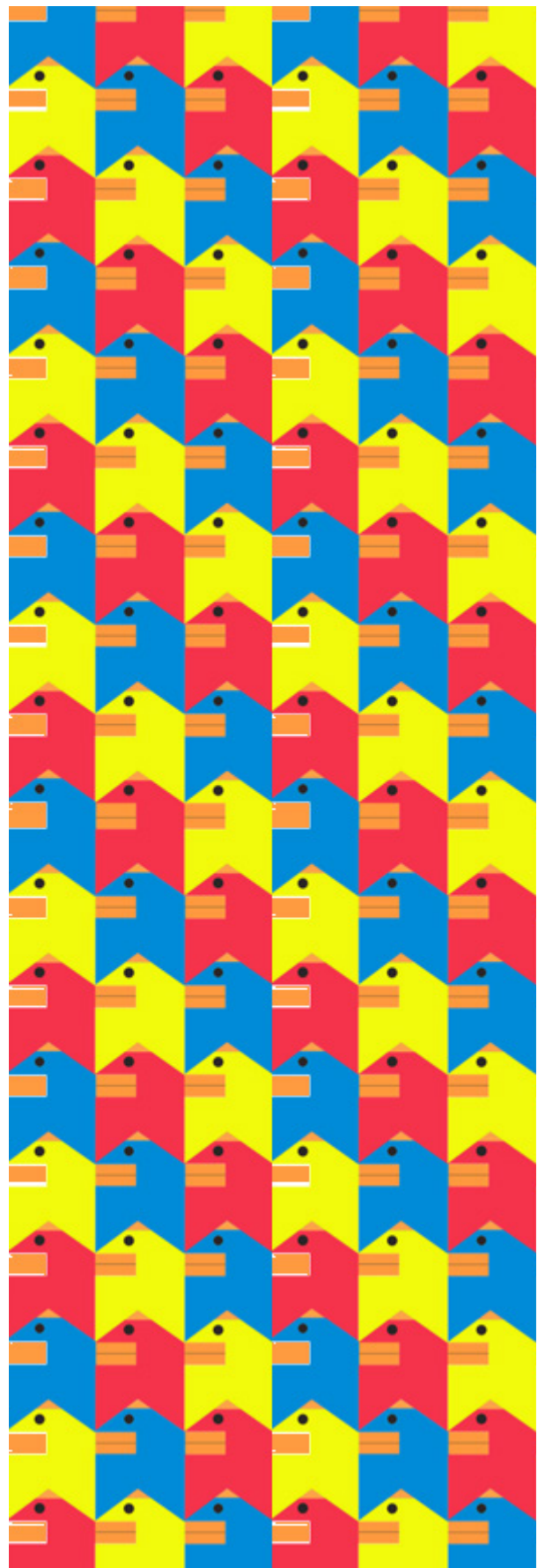
■ **Paso 5:** Finalmente podemos unir estas partes con cinta plástica o encolando un trozo de papel por el reverso. Ésta es nuestra **tesela**.



Como advertirán, tal proceso puede reiterarse, es decir, sobre este resultado se puede “suprimir” o “quitar” otra parte del lado izquierdo y trasladarla al lado derecho, e incluso, de abajo hacia arriba. Con ello construirían teselas más complicadas.

Aquí la creatividad será central en sus diseños.

Ya con la tesela como patrón, pueden calcarla repetidamente en una hoja de papel. Sólo restaría colorear cada pieza.

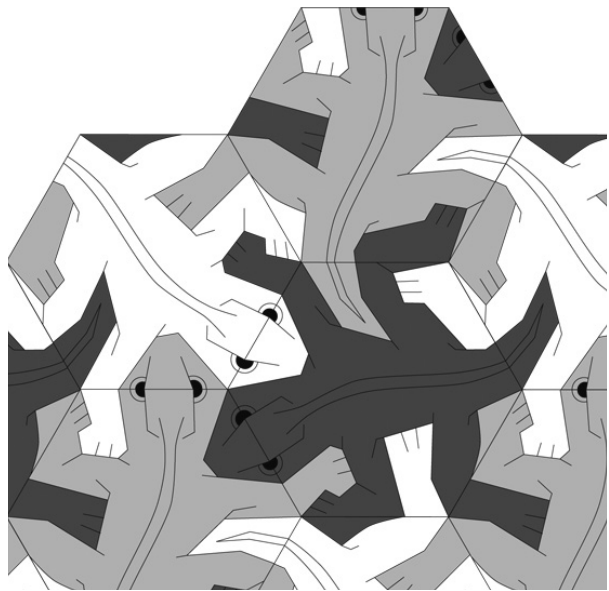


# El arte de teselar

El arte en su vasta extensión de técnicas, tendencias y funciones, cobija a las teselaciones en un lugar muy especial. Uno de sus representantes más destacados ya lo comentamos un par de páginas atrás. Él obtuvo complejas teselas para ilustrar animales, personas y seres imaginarios. Al alcanzar notoriedad con sus grabados y y litografías, comenzó a hacer copias de sus obras atendiendo encargos; hecho que, por cierto, es parte de una discusión muy vieja en el Arte -pero no entraremos en ella. Sólo expondremos algunas de sus obras y propondremos otras para que las coloreen a su gusto.



*Obra de Escher (Pájaros)*



*Obra de Escher (Lagartos)*

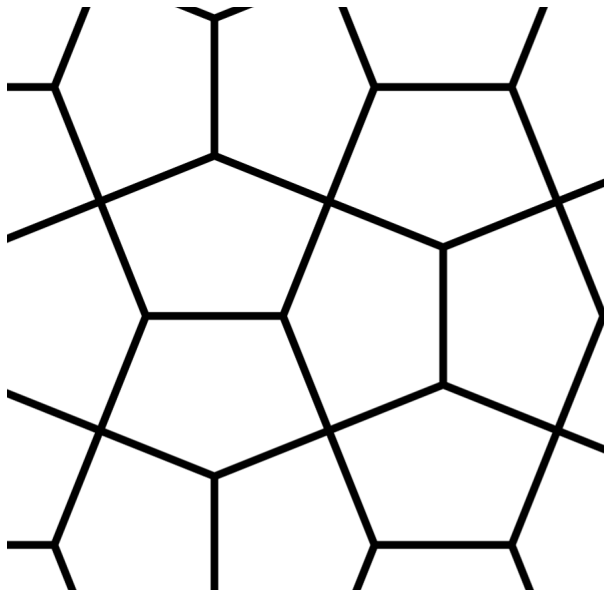


*Two birds (1938)*

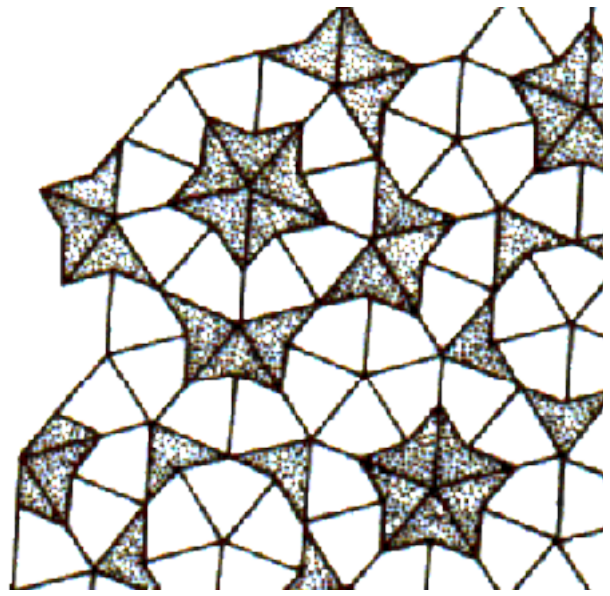


*Metamorfosis (detalle) - Escher*

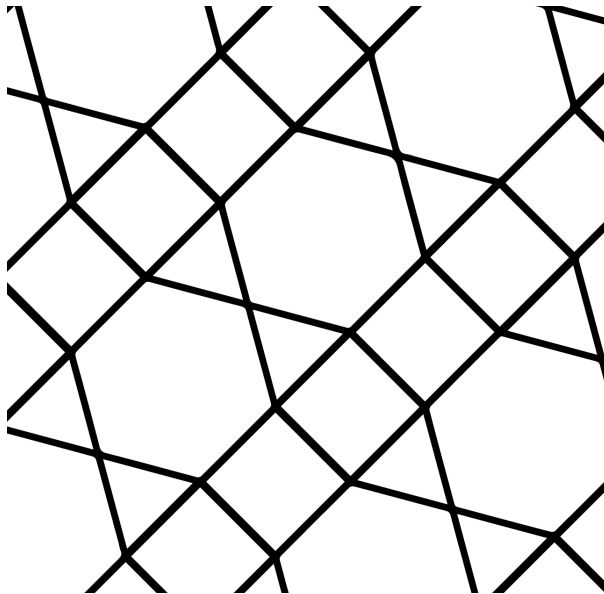




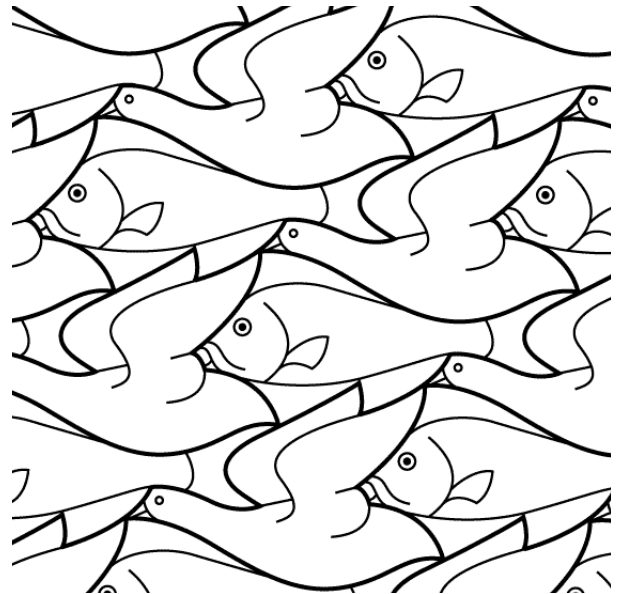
*Diseño 1*



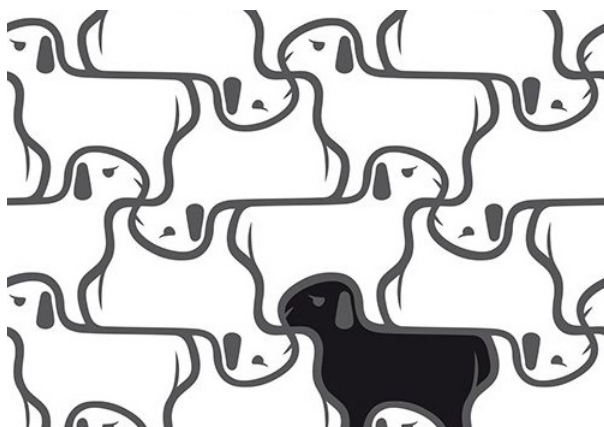
*Diseño 4*



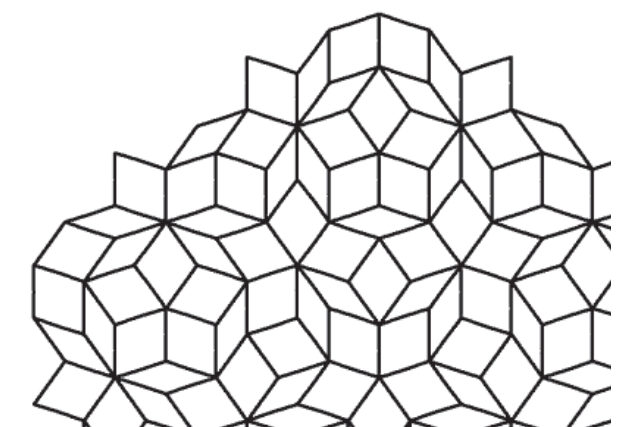
*Diseño 2*



*Diseño 5*



*Diseño 3*



*Diseño 6*

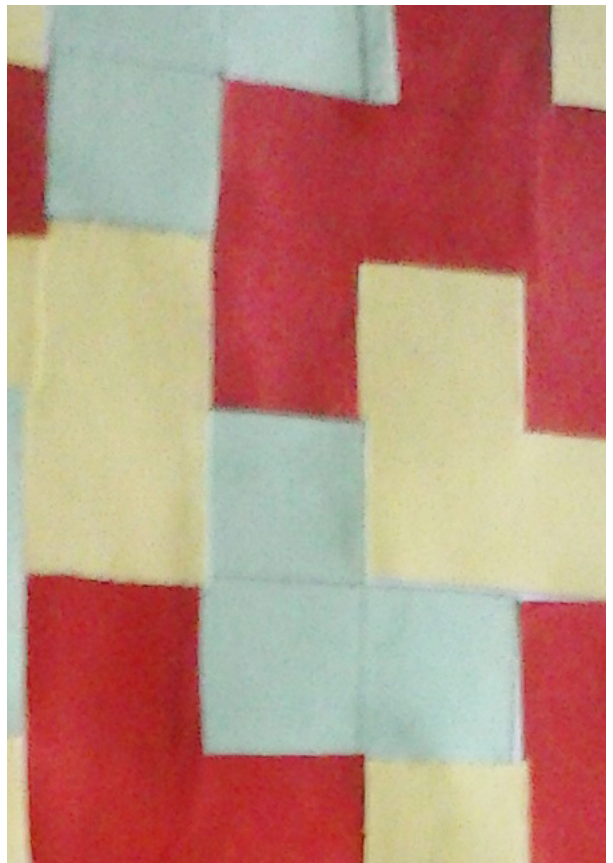
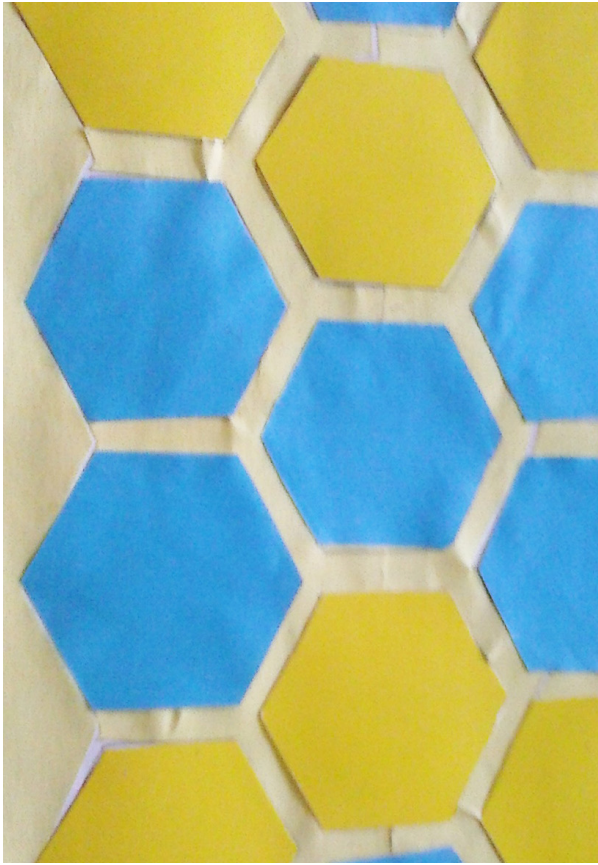
# Teselados mirandimos

La Escuela Estatal Simón Rodríguez (ubicada en Guarenas) hizo espacios dentro de su apretada agenda académica y cultural para incorporar el estudio de los **teselados** en uno de sus cursos. Para ello se ha sumado la apertura y esfuerzos de su equipo directivo, coordinador y docente, y naturalmente, de la totalidad de las y los niños del 5º grado B (junto a su profesora Adira González). Los tesse-

lados es uno de esos temas que aún cuando no se encuentra explícito en el currículo, se relaciona estrechamente con muchas ideas geométricas básicas: construir una tesela pasa por manejar conceptos como “paralelogramo”, “congruencia”, “perpendicularidad”, “paralelismo”.. E incluso, de ciertas destrezas en el uso de instrumentos como la regla y la escuadra, y porqué no, del compás.

Así que organizados en pequeños grupos se dedicaron a diseñar sus teselados valiéndose de papel, lápiz, tijeras, trozos de cartulina y más. Cada grupo fue libre de seleccionar el tipo de teselado y los materiales a utilizar. Aquí les mostramos algunos de ellos. Ojalá que éstos motiven a nuestras/os lectores a incursionar en este maravilloso mundo.

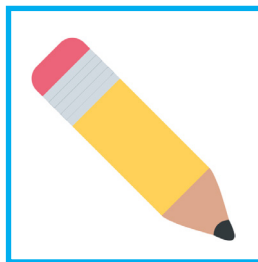




*Algunos teselados del 5° B / Escuela Simón Rodríguez (Guarenas)*

# Pero... ¿cómo dedujo Arquímedes lo que dedujo?

■ Y resulta que los únicos polígonos regulares cuyos ángulos interiores dividen a  $360^\circ$  son el **triángulo** (que tiene ángulos interiores de  $60^\circ$ ), el **cuadrado** (que tiene ángulos de  $90^\circ$ ) y el **hexágono** (que los tiene de  $120^\circ$ ).



⌘ Comprueben que (a) cada vértice del teselado regular basado en el triángulo concurren 6 triángulos. Aquí,

los. Aquí,

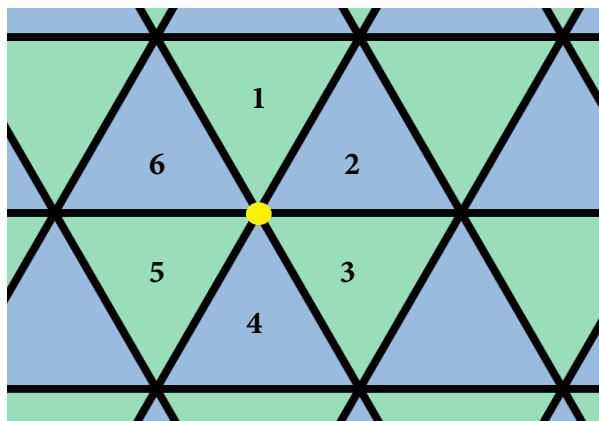
$$6 \cdot 60^\circ = 360^\circ$$

**Y**a mencionamos que Arquímedes dedujo que sólo tres polígonos regulares servían de teselas para cubrir el Plano, pero... ¿cómo lo hizo? Y como nos apasionan las Matemáticas (y las ciencias en general) daremos aquí las razones...

■ Notemos que **en un vértice cualquiera del teselado la suma de los ángulos interiores de tales polígono debe ser  $360^\circ$**  (trescientos sesenta grados).

■ Tengamos en cuenta que tratamos sólo con polígonos regulares, más precisamente, tratamos con un único tipo de polígono regular. Por tal razón, **ese ángulo interior es divisor de  $360^\circ$** . ¡Ésta es la clave!

[ver el gráfico más abajo]. (b) En cada vértice del teselado basado en el cuadrado (visualicen un tablero de ajedrez) concurren 4 cuadrados. Aquí se cumple que  $4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$ . (c) Y que en cada vértice del teselado que corresponde al hexágono (regular) concurren 3 hexágonos; pues  $3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$ .



**L**es invitamos a enviarnos sus **dibujos**, reseñas de sus **proyectos de aula vinculados a la ciencia**, **preguntas...**

**C**ientos [revista.cientos@gmail.com](mailto:revista.cientos@gmail.com)



Les doy un dato más:  
Tengan en cuenta que el ángulo interior de un polígono regular viene dado por la expresión:

$$\alpha = \frac{180^\circ(n - 2)}{n}$$

Donde  $n$  es número de lados del polígono.



**C**ientos

Zona Educativa y Dirección de Educación del Estado Bolivariano de Miranda / Ministerio del Poder Popular para la Educación

